ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Tadeusz MŁYNARSKI

Instytut MBDiR
Zakład TMM
Politechnika Krakowska

Zastosowanie metody dekompozycji do analizy kinematycznej mechanizmów klasy drugiej

Streszczenie

W referacie zaprezentowano uniwersalną metodę "dekompozycji" polegającą na analitycznej analizie zespołów kinematycznych wchodzących w skład mechanizmu. Podano zależności analityczne, opracowano komputerowy program obliczeń w języku Fortran. Metoda zastosowana może być do analizy kinematycznej dowolnych mechanizmów płaskich grupy III.

W badaniach mechanizmów na szczególną uwagę zasługuje analiza kinematyczna. Interesująca wydaje się być propozycja podejścia do analizy kinematycznej w taki sposób, by była ona uniwersalna i możliwa do zastosowania do dowolnego mechanizmu płaskiego. Każdy mechanizm składa się z zespołów kinematycznych, które w prezentowanej metodzie traktować będziemy jako pewne "moduły" [1,2].
Zaproponowana metoda analizy polegać więc będzie na określeniu kinematyki poszczególnych "modułów", czyli składowych zespołów kinematycznych, jak również na określeniu parametrów kinematycznych dowolnych punktów sztywno związanych z ogniwami zespołu. (Punkty te w dalszej szczegółowej analizie nazwane punktami przyłączeniowymi oznaczane są przez K, L). Podejście takie do analizy kinematycznej można nazwać systemowym, a sama analiza zespołów kinematycznych musi mieć charakter ogólny. Dzieje się tak w przypadku par kinematycznych przesuwnych, gdzie rozpatrywane są prowadnice kołowe, których ruch określony jest przez parametry ruchu płaskiego.

Przed przeprowadzeniem analizy kinematycznej dowolnego mechanizmu płaskiego należy przeprowadzić jego analizę strukturalną w celu określenia charakteru zespołów wchodzących w jego skład i kolejności ich przyłączenia do ogniwa napędzającego (lub ogniw napędzających w przypadku mechanizmów z wieloma napędami) [4,5].
Dla każdego zespołu kinematycznego zaczynając od zespołu podłączonego do ogniwa napędzającego napisać można N równań rzutów na 2 osie prostokątnego układu współrzędnych, a więc równań położenia [3]:

$$\left.\begin{array}{l} f_1(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_N, q_1, q_2, \ldots, q_F) = 0 \\ \cdot \\ f_N(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_N, q_1, q_2, \ldots, q_F) = 0 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

gdzie: $\phi_i, (i = 1, 2, \ldots, N)$ zmienne zależne (niewiadome),
$q_j, (j = 1, 2, \ldots, F)$ zmienne niezależne.

Układ równań nieliniowych do określenia parametrów położenia rozwiązać można wykorzystując metodę Newtona-Raphsona. W metodzie tej występuje kwadratowa macierz A w postaci:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \phi_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \phi_2} & \ldots & \frac{\partial f_1}{\partial \phi_N} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \phi_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi_2} & \ldots & \frac{\partial f_2}{\partial \phi_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial \phi_1} & \frac{\partial f_N}{\partial \phi_2} & \ldots & \frac{\partial f_N}{\partial \phi_N} \end{bmatrix} \tag{2}$$

która zostanie wykorzystana do wyznaczenia pochodnych $\dot{\Phi}$ i $\ddot{\Phi}$.

Z analizy równań (1) wynika, że pochodną względem czasu zbioru funkcji f można wyrazić korzystając z zależności:

$$\frac{d}{dt} f = A\dot{\Phi} - B\dot{q} = 0 \tag{3}$$

przy czym B jest macierzą $N \times F$ o postaci:

$$B = -\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \ldots & \frac{\partial f_1}{\partial q_F} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \ldots & \frac{\partial f_2}{\partial q_F} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial q_1} & \frac{\partial f_N}{\partial q_2} & \ldots & \frac{\partial f_N}{\partial q_F} \end{bmatrix} \tag{4}$$

Równanie (3) można także przedstawić w postaci:

$$A\dot{\Phi} = B\dot{q} \tag{5}$$

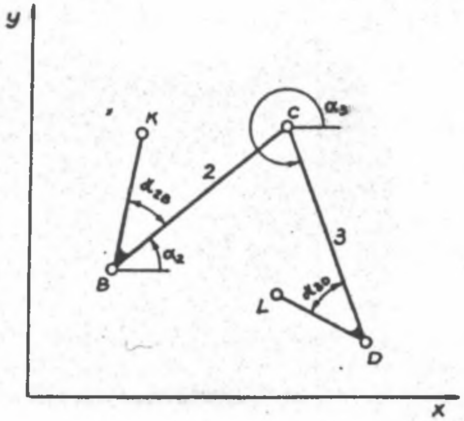
Równanie to jest już liniowym względem niewiadomych prędkości $\dot{\Phi}$.

Różniczkując względem czasu lewą i prawą stronę równania (5) otrzymuje się liniowe względem niewiadomych przyspieszeń $\ddot{\Phi}$ równanie w postaci:

$$A\ddot{\Phi} = -\dot{A}\dot{\Phi} + \dot{B}\dot{q} + B\ddot{q} \tag{6}$$

W celu zilustrowania metody określenia parametrów kinematycznych zespołów zwanych "modułami" przedstawimy tok analizy dla zespołów klasy drugiej. Na rys.1 przedstawiony został najprostszy zespół kinematyczny II klasy z 3 parami kinematycznymi obrotowymi, oraz dwoma punktami przyłączeniowymi K i L sztywno związanymi z ogniwami 2 i 3. Znanymi wielkościami są tutaj:

- współrzędne zewnętrznych par kinematycznych B i D oraz ich pochodne po czasie a więc, $x_B, y_B, \dot{x}_B, \dot{y}_B, \ddot{x}_B, \ddot{y}_B, x_D, y_D, \dot{x}_D, \dot{y}_D, \ddot{x}_D, \ddot{y}_D$,
- długości ogniw l_2 i l_3,
- położenia punktów przyłączeniowych K i L a więc $l_{BK}, \kappa_{2B}, l_{DL}, \kappa_{3D}$.



Rys. 1

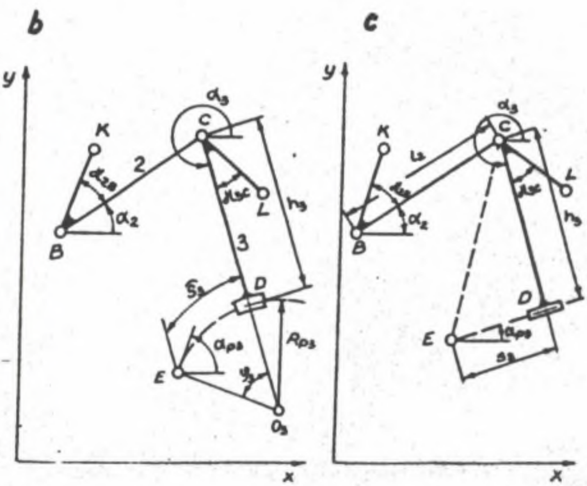
Wielkościami, które należy wyznaczyć, są: α_2, α_3, ich pochodne po czasie oraz współrzędne punktów przyłączeniowych i ich pochodne.

Napiszmy równanie położenia ogniw zespołu w prostokątnym układzie współrzędnych:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= x_B + l_2 \cos\alpha_2 + l_3 \cos\alpha_3 - x_D = 0 \\ f_2 &= y_B + l_2 \sin\alpha_2 + l_3 \sin\alpha_3 - y_D = 0 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

W celu możliwości zastosowania podanych zależności do obliczeń komputerowych wprowadzono następujące oznaczenia:

- zmienne zależne α_2 i α_3 oznaczono $\alpha_2 = x_1$, $\alpha_3 = x_2$,
- zmienne niezależne $x_B = q_1$, $x_D = q_2$, $y_B = q_3$, $y_D = q_4$.



Rys. 2

Wyznaczone dla zespołu kinematycznego macierze A i B mają postać:

$$A = \begin{bmatrix} -l_2 \sin x_1 & -l_3 \sin x_2 \\ l_2 \cos x_1 & l_3 \cos x_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

a ich pochodne po czasie:

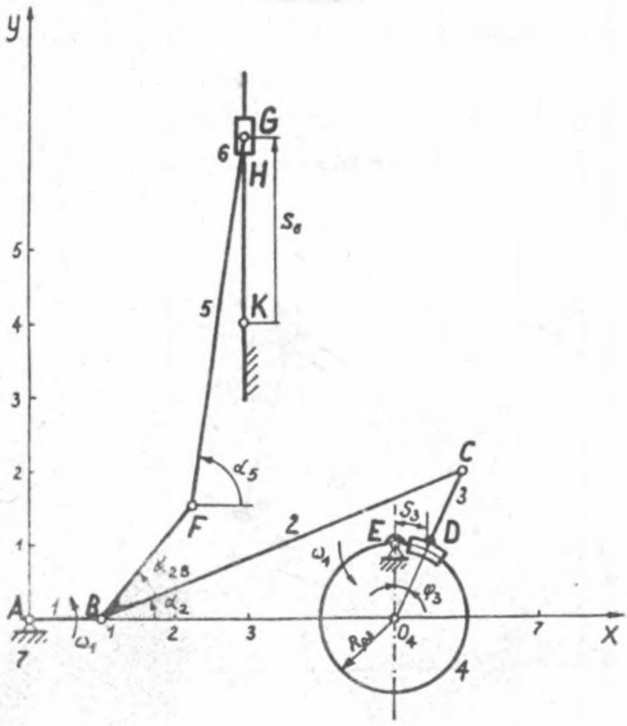
$$\dot{A} = \begin{bmatrix} -\dot{x}_1 l_2 \cos x_1 & -\dot{x}_2 l_3 \cos x_2 \\ -\dot{x}_1 l_2 \sin x_1 & -\dot{x}_2 l_3 \sin x_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{B} = [0]$$

Wg opracowanego programu na IBM PC wykonano obliczenia wszystkich parametrów kinematycznych. W podobny sposób przeprowadzono analizę zespołów kinematycznych klasy drugiej innych układów, jak np. podanych na rys. 2b, 2c.
Równania położenia w tym przypadku określone są zależnościami:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= x_B + l_2 \cos\alpha_2 + h_3 \sin(\alpha_{p3} - \tfrac{S_3}{R_{p3}}) - 2R_{p3} \sin\tfrac{S_3}{2R_{p3}} \cos(\alpha_{p3} - \tfrac{S_3}{2R_{p3}}) - x_D = 0 \\ f_2 &= y_B + l_2 \sin\alpha_2 - h_3 \cos(\alpha_{p3} - \tfrac{S_3}{R_{p3}}) - 2R_{p3} \sin\tfrac{S_3}{2R_{p3}} \sin(\alpha_{p3} - \tfrac{S_3}{2R_{p3}}) - y_D = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

które są podstawą do obliczeń macierzy A i B oraz ich pochodnych po czasie.
W celu zilustrowania metody przeprowadzono analizę mechanizmu klasy II składającego się z 2 zespołów klasy II (a podanego na rys.3).



Rys.3

Graficzne wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach 4–7.

W Zakładzie TMM Politechniki Krakowskiej zostały opracowane zależności analityczne dla wszystkich zespołow klasy drugiej i wykonany został komputerowy program ich analizy.

Opracowuje się bibliotekę programów analizy zespołów kinematycznych wyższych klas.

Zaprezentowana metoda jest metodą uniwersalną, ze względu na systemowy sposób podejścia i ogromne możliwości zastosowania do różnych typów mechanizmów płaskich, a więc mechanizmów z wieloma napędami, mechanizmów posiadających napęd wewnętrzny oraz mechanizmów posiadających w swoim składzie pary kinematyczne wyższego rzędu. Umiejętność przeprowadzenia analizy kinematycznej poszczególnych składowych "modułów", czyli zespołów kinematycznych, będzie punktem wyjścia do przeprowadzenia także ich analizy kinetostatycznej. Opracowany program komputerowy analizy pozwala skrócić do minimum czas obliczeń, a dokładność otrzymanych wyników jest bardzo duża.

Literatura

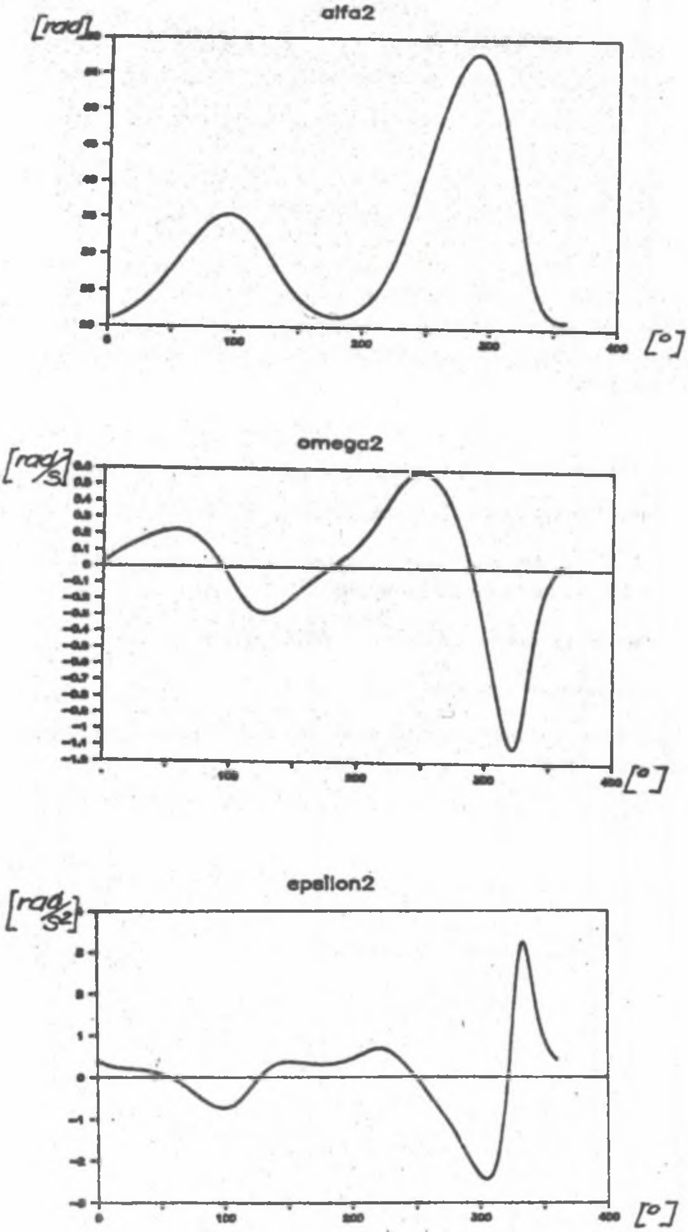
[1] I.I. Artobolewskij, *Teoria mechanizmów i maszyn*, Moskwa 1951 Leningrad.

[2] T. Młynarski, A. Listwan, E. Pazderski, *Teoria maszyn i mechanizmów*, cz.I, Skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych, Kraków 1987.

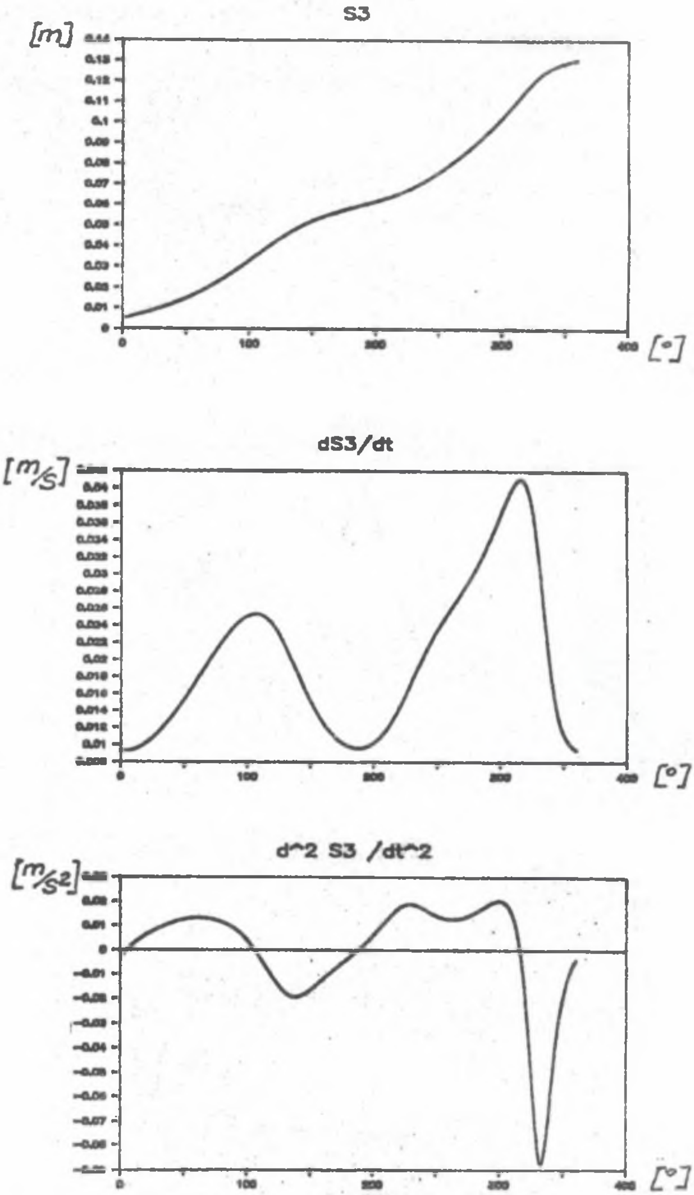
[3] A. Olędzki, *Podstawy teorii maszyn i mechanizmów*, WNT - Warszawa 1987.

[4] O.G. Ozoł, *Tieoria miechanizmow i maszin*, Moskwa 1984.

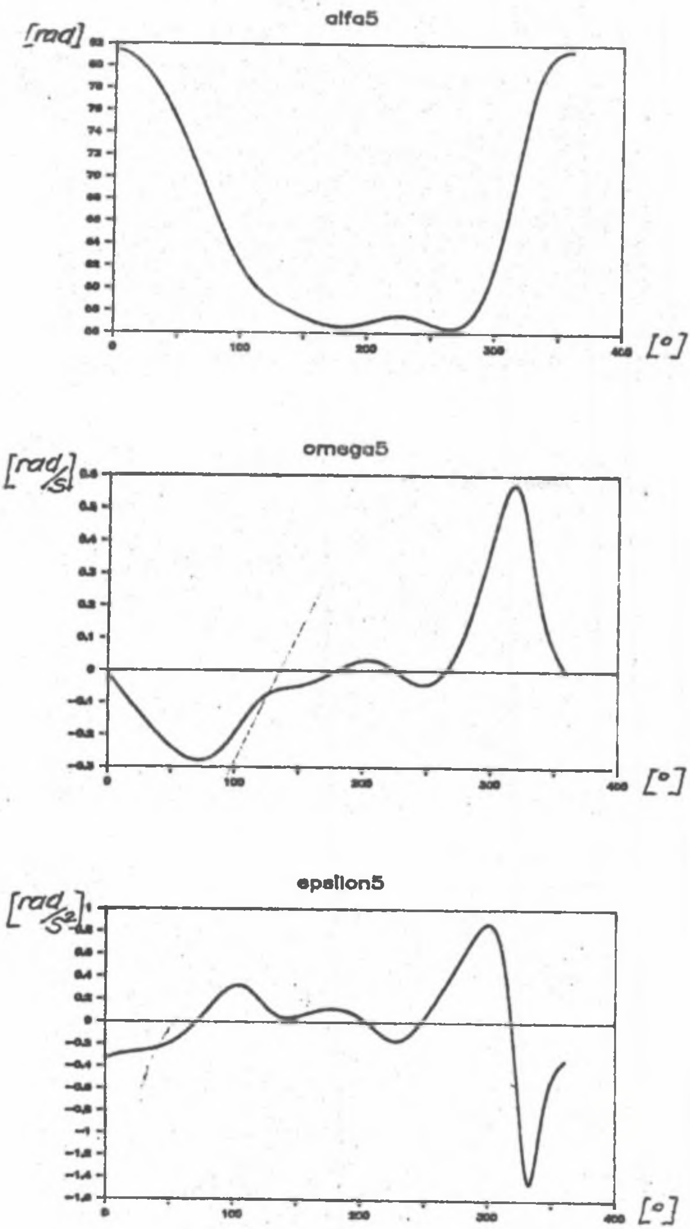
[5] E. Piejsach, W.A. Niestierow, *Sistiema projektirowania płoskich ryczażnych miechanizmow*, Moskwa, Maszinostrojenije 1988.


alfa2
[rad]
0
100
200
300
400
[°]
omega2
[rad/s]
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
-0.8
-0.9
-1
-1.1
-1.2
100
200
300
400
[°]
epsilon2
[rad/s2]
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
100
200
300
400
[°]

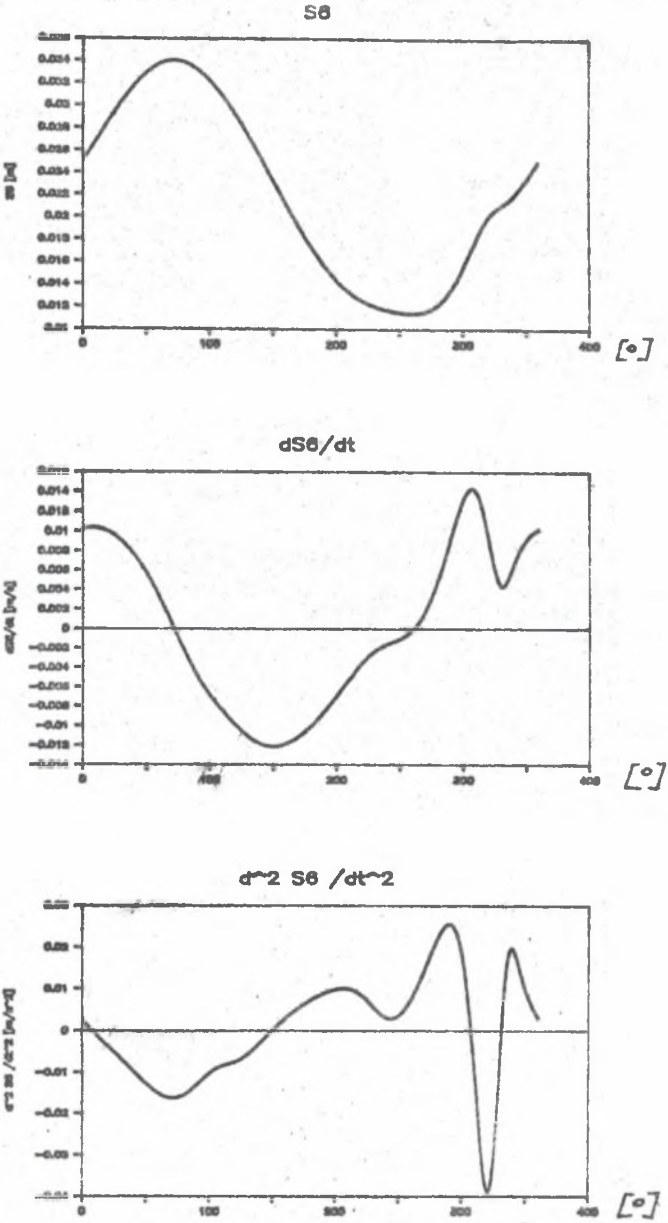
Rys. 4.



Rys. 5


alfa5
[rad]
100
200
300
400
[°]
omega5
[rad/s]
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
0
100
200
300
400
[°]
epsilon5
[rad/s2]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-1.2
-1.4
-1.6
0
100
200
300
400
[°]

Rys. 6


S6
0
100
200
300
400
[°]
dS6/dt
0
0
100
200
300
400
[°]
d^2 S6 /dt^2
0
0
100
200
300
400
[°]

Rys. 7

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ ДЛЯ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ ВТОРОГО КЛАССА

Р е з ю м е

В статье представлен универсальный метод "декомпозиции", состоящий в аналитическом исследовании кинематических узлов, входящих в состав механизма. Приводятся аналитические зависимости, разрабатывается компьютерная программа расчётов в языке Фортран. Метод может быть использован для кинематических исследований любых плоских механизмов III группы.

APPLICATION OF DECOMPOSITION METHOD
FOR KINEMATIC ANALYSIS OF SECOND CLASS MECHANISMS

S u m m a r y

In the paper universal method of "decomposition" relying on analitical analysis of kinematic units of the mechanism has been presented. Analytic dependences have been given; computer program of the calculations has been made in Fortran. This method is applicable for kinematic analysis of any flat mechanisms of group III.

Recenzent: prof. dr hab. inż. J. Wojnarowski

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.