

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Wiesław OSTACHOWICZ
Marek KRAWCZUK

Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk
Wydział Budowy Maszyn, Politechnika Gdańska

DYSKRETNE MODELE ZJAWISK KONTAKTOWYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono modele zjawisk kontaktowych, które zastosowano w statycznej i dynamicznej analizie układów mechanicznych. Ciała będące w kontakcie modelowano elementami skończonymi. Na powierzchniach styku wprowadzono punktowe elementy skończone o właściwościach sprężysto-plastycznych.

1. Wstęp

Zagadnienia kontaktowe stanowią istotny problem w technice. W wielu przypadkach decydują o trwałości współpracujących elementów maszyn, a w przypadkach skrajnych wpływają na bezpieczeństwo tych połączeń.

Zagadnienia kontaktowe można podzielić ogólnie na dwa podstawowe typy:

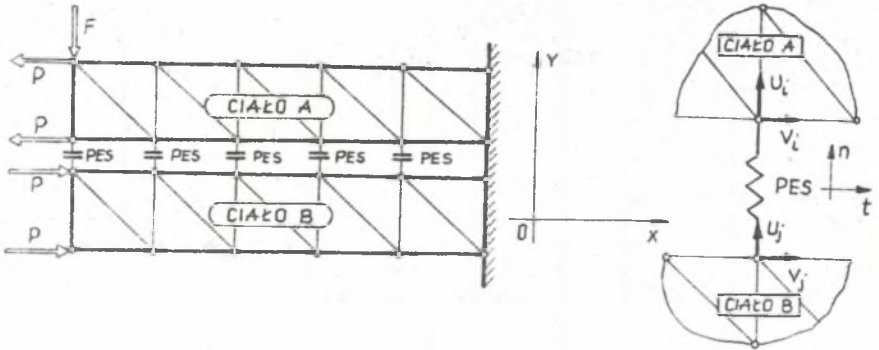
- a) zagadnienia statyczne - np: połączenia nitowe, wciskane, cierne.
- b) zagadnienia dynamiczne - np: połączenia śrubowe, różnego rodzaju prowadnice, łożyska toczne.

Powyższy podział można rozszerzyć o: warunki kontaktu, wpływ temperatury, chropowatość powierzchni, zagadnienia termosprężystości i plastyczności, zjawiska mechaniki pękania, a także reologii materiałów.

2. Dyskretny model statycznego zagadnienia kontaktowego

Model rozpatrywanego zagadnienia przedstawiono na rys. 1.

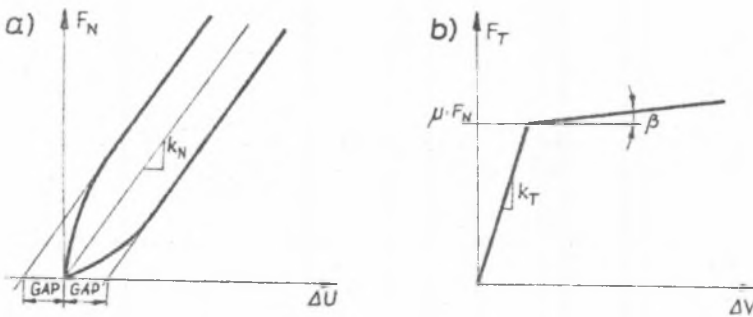
Założono możliwość odkształceń układu w płaszczyźnie XOY . Stykające się ciała modelowano trójkątnymi, tarczowymi elementami o dwóch stopniach swobody w węzle.



Rys. 1. Dyskretny model statycznego zagadnienia kontaktowego.
Fig. 1. A discrete model of statical contact problem.

Na powierzchni styku wprowadzono punktowe elementy skończone, zakładając ich odkształcalność w kierunku normalnym - n oraz stycznym - t .

PES posiada własności sprężysto-plastyczne, co pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Modele własności sprężysto-plastycznych PES:
a) w kierunku normalnym, b) w kierunku stycznym
Rys. 2. The models of elastoplasticity properties of PES:
a) in a normal direction, b) in a tangent direction

Sztywność PES w kierunku normalnym obliczamy z zależności:

$$k_{ZN} = k_N \left\{ 1 - \frac{GAP}{\Delta U} [1 - \exp(-\beta \cdot \Delta U)] \right\} \quad (1)$$

gdzie: GAP - założony luz lub zacisk wstępny ciał będących w kontakcie,

β - współczynnik wzmocnienia materiału,
 ΔU - odkształcenie PES w kierunku normalnym określone związkiem:

$$\Delta U = U_i - U_j + GAP \quad (1.1)$$

gdzie: U_i, U_j - przemieszczenia normalne węzłów, które łączy PES.
 Sztywność PES w kierunku stycznym obliczamy z zależności:

$$k_{zT} = \frac{\mu \cdot F_N}{\Delta V} + \operatorname{tg} \beta \quad (2)$$

gdzie: F_N - siła normalna,
 μ - współczynnik tarcia Coulomba,
 β - współczynnik wzmocnienia materiału,
 ΔV - odkształcenie PES w kierunku stycznym określane związkiem:

$$\Delta V = V_i - V_j - POS \quad (2.1)$$

gdzie: V_i, V_j - przemieszczenia styczne węzłów, które łączy PES,
 POS - wstępny poślizg w kierunku stycznym.

Macierz sztywności układu $[K_U]$ ma postać:

$$[K_U] = \begin{bmatrix} [K_A] & [0] \\ [0] & [K_B] \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie: $[K_A]; [K_B]$ - macierze sztywności ciał A i B, które początkowo nie kontaktują się ze sobą, tworzone wg ogólnie znanych metod, np.: [1].

Do macierzy $[K_U]$ dodajemy macierz sztywności PES - w postaci:

$$[K_{PES}] = \sum_{r=1}^v [K_{PES}^{(r)}] \quad (4)$$

gdzie: r - numer PES,
 v - liczba PES modelujących strefę kontaktu.

Macierz $[K_{PES}]$ jest wypełniona zerami, z wyjątkiem bloków $[H]$ mających postać:

$$[H] = \begin{bmatrix} k_{ZN}^{(r)} & 0 \\ 0 & k_{ZT}^{(r)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Statyczne zagadnienie kontaktowe sprowadza się do rozwiązania równania (6):

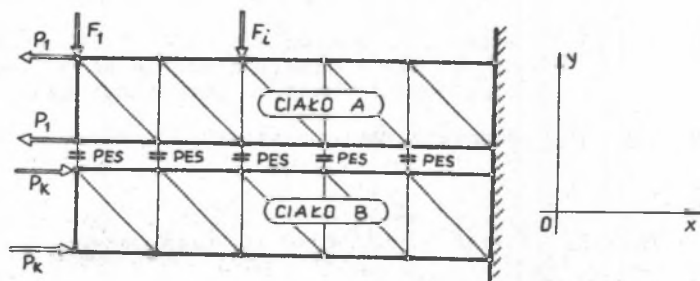
$$[K] \cdot \{q\} = \{F\} \quad (6)$$

gdzie: $[K]$ - macierz sztywności ciał będących w kontakcie z uwzględnieniem macierzy sztywności PES,
 $\{q\}$ - wektor współrzędnych uogólnionych,
 $\{F\}$ - wektor sił zewnętrznych.

Rozwiązując równanie (6) w pierwszym kroku iteracji pomijamy macierz $[K_{PES}]$. W następnym kroku uwzględniamy macierz $[K_{PES}]$, którą obliczamy wykorzystując obliczony w pierwszym kroku wektor współrzędnych uogólnionych $\{q\}$

3. Dyskretny model dynamicznego zagadnienia kontaktowego

Dyskretny model dynamicznego zagadnienia kontaktowego przedstawiono na rys. 3. Do modelowania układu użyto identycznych elementów jak w przypadku statycznego zagadnienia kontaktowego. Układ obciążono stałymi co do wartości siłami poprzecznymi F_i ($i = 1, \dots, n$) i zmiennymi okresowo siłami wzdłużnymi P_k ($k = 1, \dots, l$). W wyniku drgań wzdłużnych w niektórych PES-ach może wystąpić stan poślizgu, w innych zaś adhezji, lub też we wszystkich PES-ach może wystąpić stan jednolity (np. adhezja).



Rys. 3. Dyskretny model dynamicznego zagadnienia kontaktowego
 Fig. 3. A discrete model of dynamic contact problem

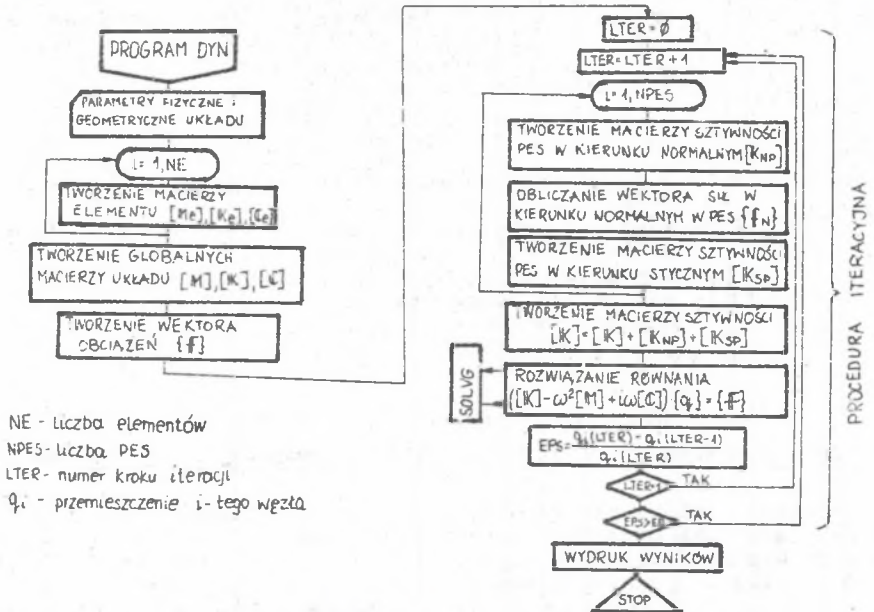
Dynamiczne zagadnienie kontaktowe sprowadza się do rozwiązania równania ruchu w postaci:

$$([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C])\{q\} = \{F\} \quad (7)$$

gdzie: $[K]$ - macierz sztywności tworzona wg zasad podanych w rozdziale 2,
 $[M]$ $[C]$ - macierze bezwładności, tłumienia tworzone wg zasad podanych w literaturze, np. [2],
 $\{q\}$ - wektor współrzędnych uogólnionych,
 $\{F\}$ - wektor sił zewnętrznych,
 ω - częstość wymuszeń,
 $i = \sqrt{-1}$.

4. Opis programu rozwiązującego dynamiczne zagadnienia kontaktowe

Schemat blokowy programu komputerowego przedstawiono na rys. 4. W programie DYN podajemy parametry fizyczne i geometryczne układu, a więc wymiary przekroju poprzecznego, długości elementów, moduł Younga, liczbę Poissona, gęstość materiału, współczynnik tarcia Coulomba, a także liczbę elementów skończonych NE, liczbę elementów punktowych NPES, współczynniki sztywności PES w kierunku normalnym i stycznym. Ponadto podajemy amplitudy i częstości sił wymuszających. Tworzymy kolejno macierze charakterystyczne elementów, a na ich podstawie macierze globalne $[M], [C], [K]$. Wektor $\{F\}$ zawiera amplitudy obciążeń zewnętrznych układu. Następnie obliczamy macierze sztywności PES w kierunku normalnym, stycznym wg zasad opisanych w punkcie 2. i dodajemy do globalnej macierzy sztywności. Określamy amplitudy drgań wymuszonych układu $\{q\}$, które oblicza program SOLVG, który opracowano według procedury Gaussa i przystosowano do rozwiązywania liniowych równań algebraicznych o współczynnikach zespolonych. Proces obliczeń trwa do momentu, gdy współczynnik ϵ_{ps} nie będzie przekraczał założonej tolerancji wyników ϵ_r .



Rys. 4. Schemat blokowy programu komputerowego
 Fig. 4. The general scheme of the computer programm.

LITERATURA

- [1] K.J.BATHE, E.L.WILSON: Numerical method in finite element analysis, Prentice Hall Englewood Cliffs 1976.
- [2] O.C.ZIENKIWICZ: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ

Резюме

В работе представлено модели контактной задачи, которые применено в статичной и динамичной анализе механических укладов. Тела будующие в контакте моделировано конечными элементами. На контактных поверхностях введено точные элементы, о эластично-пластичных свойствах.

DISCRETE MODELS OF CONTACT PROBLEM

Summary

The paper presents models of a contact problems which were used in a statical and dynamical analysis of structures. The real bodies were modeled by finite elements. On the surfaces between the contact bodies were introduces the point elements. These elements modeled elasto-plastic properties.

Recenzent: dr inż. W. Kaliński

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.