

Bernard DRZEŻŁA

ALGORYTMY OBLICZANIA DEFORMACJI GÓROTWORU PRZY
DOWOLNYM KSZTAŁCIE PARCEL EKSPLOATACJI

Streszczenie. W pracy przedstawiono w różnych wariantach zestawy wzorów do obliczania podstawowych wskaźników deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej według teorii S. Knothe'go. Poszczególne zestawy wzorów umożliwiają konstrukcję nomogramów prostokątnych lub kołowych lub też są szczególnie przydatne w algorytmach komputerowych.

1. WSTĘP

Rozwijająca się obecnie burzliwie komputeryzacja i wzrastająca liczba osób zainteresowanych pracami programowymi w zakresie prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej skłaniają autora do przedstawienia wygodnych i łatwych do oprogramowania algorytmów obliczania deformacji górotworu opracowanych na gruncie teorii S. Knothe'go (Knothe [28,32], Daunesse i Rambaud [6], Drzeźła i in. [5,11,14,21]). Algorytmy te obejmują sześć najważniejszych wzorów teorii przedstawionych w różnych postaciach dogodnych dla różnych zastosowań i mogą być łatwo uzupełnione o dalsze wzory, a także łatwo zaadaptowane do innych teorii całkowo-geometrycznych. Omówione algorytmy są wykorzystane w programach własnych (np. [12,15,16,19,20,24,41]) i w innych zastosowaniach [14].

2. OGÓLNA POSTAĆ WZORÓW

Cechą charakterystyczną wszystkich teorii całkowo-geometrycznych ruchów górotworu jest to, że składowa pionowa przemieszczenia punktu górotworu wyraża się całką po obszarze eksploatacji z pewnej funkcji wpływów, której argumentem jest pozioma odległość R rozpatrywanego punktu górotworu (x, y, z) od elementu dV wyeksploatowanej objętości (rys. 1).

W przypadku pokładu poziomego składowa pionowa przemieszczenia (obniżenie) według teorii S. Knothe'go, wyraża się wzorem

$$w(x, y, z) = - \frac{1}{r^2} \iint_P a(s, t) g(s, t) e^{-\pi R^2 / r^2} ds dt \quad (1)$$

gdzie:

P - obszar eksploatacji,

a - współczynnik zależny od sposobu wypełnienia pustki poeksploatacyjnej,

g - grubość pokładu,

$ag ds dt = ag dP = a dV$ - efektywna wyeksploatowana objętość elementarna,

$$R = \sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2},$$

$r = r(z)$ - tzw. promień zasięgu wpływów głównych;

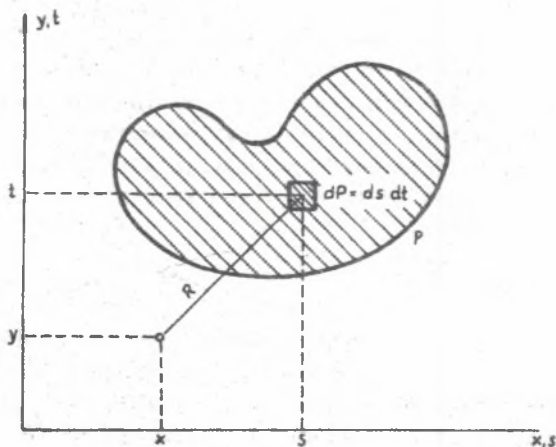
$$r = \frac{h}{\operatorname{tg}\beta} \left(\frac{z}{h}\right)^n, \quad (2)$$

β - kąt zasięgu wpływów głównych na powierzchni terenu,

n - parametr,

h - głębokość pokładu,

z - pionowa odległość rozważanego punktu górotworu od stropu pokładu.



Rys. 1 Ogólny kształt parceli eksploatacji (ilustracja do wzorów 1,5 i 6)

Fig. 1 General shape of a mined area (illustration to formulas 1,5 and 6)

Wzór (2) jest oryginalnym wzorem Budryka [4], w którym na podstawie rozważań poczynionych przy założeniu o zerowaniu się odkształceń objętościowych w górotworze, przyjęto

$$n = \sqrt{2\alpha \operatorname{tg} \beta}$$

co daje $n \gg 1$. Wynik ten zupełnie się nie sprawdził, dlatego przejściowo, na podstawie prac Krzysztoń [34], przyjmowano (Knothe i Leśniak [30,31]) $n = 1$.

Obecnie na podstawie badań laboratoryjnych i in situ oraz rozważań teoretycznych (Drzęźła [10,11,13,15,17,21,41]), przyjmuje się (por. także Dżegniuk i in. [22,23])

$$r = r_p \left(\frac{z + z_0}{h + z_0} \right)^n \quad (3)$$

gdzie:

r_p - wielkość promienia zasięgu wpływów na powierzchni terenu;

$$r_p = h / \operatorname{tg} \beta,$$

$n = 0,45 + 0,70$ (z rozważań teoretycznych otrzymano $n = 0,665$),

$$z_0 = \frac{hm}{1-m},$$

$$m = \left(\frac{r_0}{r_p} \right)^{1/n},$$

r_0 - wielkość promienia zasięgu wpływów w stropie pokładu; na podstawie rozważań teoretycznych (Drzęźła [15,21,41]) można przyjąć wzór przybliżony

$$\frac{r_0}{r_p} = 1 - \exp \left[-0,0548 (\operatorname{tg} \beta)^{-1,962} \right] \quad (4)$$

W dalszym ciągu będziemy zakładać

$$w_{\max} = ag = \text{const},$$

co nie zmniejsza ogólności wzorów.

Na podstawie (1) składowe nachylenie niecki osiadania można opisać wzorami (Drzęźła [5,7,8,14,19,41]), por. także Leskowi [36])

$$T_x(x, y, z) = \frac{\partial w}{\partial x} = - \frac{2\pi a g}{r^4} \iint_P (s-x) e^{-\pi R^2/r^2} ds dt \quad (5)$$

$$T_y(x, y, z) = \frac{\partial w}{\partial y} = - \frac{2\pi a g}{r^4} \iint_P (t-y) e^{-\pi R^2/r^2} ds dt$$

Składowe krzywizny przekrojów pionowych, z uproszczeniami, jakie z reguły się przyjmuje z uwagi na pomijalne wartości kwadratów nachylenia niecki osiadania, oblicza się ze wzorów (Daunesse - Rambaud [6], Drzęźła [5, 7, 9, 14, 19, 41])

$$K_x(x, y, z) \approx \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{2\pi a g}{r^4} \iint_P [1 - 2\pi \left(\frac{s-x}{r}\right)^2] e^{-\pi R^2/r^2} ds dt$$

$$K_y(x, y, z) \approx \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{2\pi a g}{r^4} \iint_P [1 - 2\pi \left(\frac{t-y}{r}\right)^2] e^{-\pi R^2/r^2} ds dt \quad (6)$$

$$S_{xy}(x, y, z) \approx \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = - \frac{4\pi^2 a g}{r^6} \iint_P (s-x)(t-y) e^{-\pi R^2/r^2} ds dt$$

gdzie:

K_x, K_y - wielkości krzywizny w kierunkach osi x i y ,

S_{xy} - skręcenie geodezyjne (torsja geodezyjna).

Można łatwo wykazać, że odkształcenie pionowe wyraża się następującym wzorem ogólnym (Drzęźła [14]):

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{r}{2\pi} \frac{dr}{dz} (K_x + K_y) \quad (7)$$

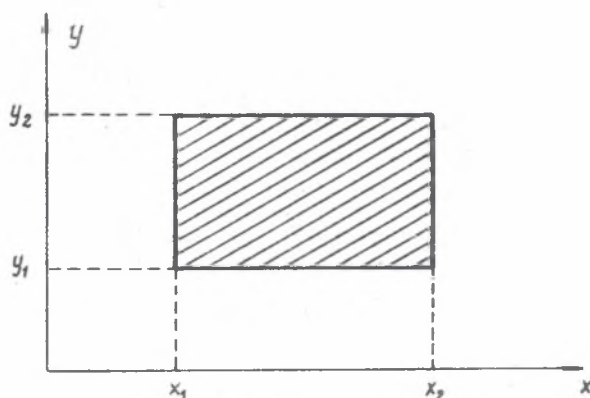
Można dowiedzieć (np. Huber [26], Drzęźła [14]), że suma $K_x + K_y$ jest niezmiennikiem obrotu układu współrzędnych, lub inaczej mówiąc: suma krzywizn przekrojów pionowych niecki osiadania w dwu prostopadłych kierunkach jest w danym punkcie wielkością stałą. Własność ta zapewnia niezależność ε_z od obrotu układu współrzędnych poziomych, co oczywiście powinno mieć miejsce.

Wzory (1), (5), (6) i (7), określające podstawowe wskaźniki deformacji terenu, mają charakter dość ogólny, ale są z tego powodu mało przydatne dla celów obliczeń numerycznych. Z uwagi na łatwość oprogramowania i czas obliczeń na maszynie cyfrowej lub możliwość pewnych szczególnych zastosowań,

znacznie korzystniejsze są postacie tych wzorów, które otrzymuje się w przypadku niektórych konkretnych kształtów parcel eksploatacji, jak np. wycinek koła lub wielokąt. Ten drugi przypadek ma oczywiście największe znaczenie praktyczne, ponieważ każda parcela eksploatacji jest wielokątem lub też można znaleźć taki wielokąt, który różni się dowolnie mało od danej parceli. Szczególnym przypadkiem wielokąta jest prostokąt. Z uwagi na prostotę wzorów dla tego przypadku i możliwość pewnych ich zastosowań, poświęcimy im odrębny punkt.

3. WZORY DLA EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE PROSTOKĄTA

Zakładamy, że prostokąt parceli eksploatacji ma boki parami równoległe do osi układu współrzędnych (rys. 2).



Rys. 2. Eksploatacja w kształcie prostokąta o bokach parami równoległych do osi układu współrzędnych (ilustracja do wzorów 8-10)

Fig. 2. Mined area in the form of a rectangle (illustration to formulas 8-10)

Przy założeniu $ag = \text{const}$, wzorowi (1) możemy w tym przypadku nadać postać

$$w(x,y,z) = -ag \int_{\frac{x_1-x}{r}}^{\frac{x_2-x}{r}} e^{-\pi u^2} du \int_{\frac{y_1-y}{r}}^{\frac{y_2-y}{r}} e^{-\pi v^2} dv \quad (8)$$

W dalszym ciągu, dla uproszczenia wzorów, po obliczeniu odpowiedniej pochodnej wzoru (8) lub odpowiednim przekształceniu wzorów (5) lub (6), przyjmiemy $x=y=0$. Składowe nachylenia niecki osiadania wyrażają się wtedy wzorami (Drzęźła [5,7,8,14] ; por. także Laskowski [36])

$$T_x(0,0,z) = \frac{ag}{r} \left(e^{-\pi x_2^2/r^2} - e^{-\pi x_1^2/r^2} \right) \int_{y_1/r}^{y_2/r} e^{-\pi v^2} dv \quad (9)$$

$$T_y(0,0,z) = \frac{ag}{r} \left(e^{-\pi y_2^2/r^2} - e^{-\pi y_1^2/r^2} \right) \int_{x_1/r}^{x_2/r} e^{-\pi u^2} du$$

Składowe krzywizny przekrojów pionowych niecki osiadania, którymi są krzywizny w kierunkach osi układu współrzędnych i skręcenie geodezyjne, mają w rozważanym przypadku postać

$$K_x(0,0,z) = \frac{2\pi ag}{r^2} \left(\frac{x_2}{r} e^{-\pi x_2^2/r^2} - \frac{x_1}{r} e^{-\pi x_1^2/r^2} \right) \int_{y_1/r}^{y_2/r} e^{-\pi v^2} dv$$

$$K_y(0,0,z) = \frac{2\pi ag}{r^2} \left(\frac{y_2}{r} e^{-\pi y_2^2/r^2} - \frac{y_1}{r} e^{-\pi y_1^2/r^2} \right) \int_{x_1/r}^{x_2/r} e^{-\pi u^2} du \quad (10)$$

$$S_{xy}(0,0,z) = -\frac{ag}{r^2} \left(e^{-\pi x_2^2/r^2} - e^{-\pi x_1^2/r^2} \right) \left(e^{-\pi y_2^2/r^2} - e^{-\pi y_1^2/r^2} \right)$$

Wzory (8)+(10) stanowiły podstawę do skonstruowania nomogramów prostokątnych do obliczania deformacji górotworu (Drzęźła [14]).

4. WZORY DLA EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE WYCINKA KOŁA

Rozważana eksploatacja pokazana jest na rys. 3. Składowa pionowa przemieszczenia (obniżenie) przy tej eksploatacji, w punkcie leżącym w początku układu współrzędnych, wynosi (Knothe [28])

$$w(0,0,z) = -ag \frac{\alpha(r)}{2\pi} \left(1 - e^{-\pi \varphi^2} \right) \quad (11)$$

gdzie:

$$\varphi = \frac{R}{r}$$

Składowe nachylenia otrzymamy przekształcając odpowiednio wzory (5)

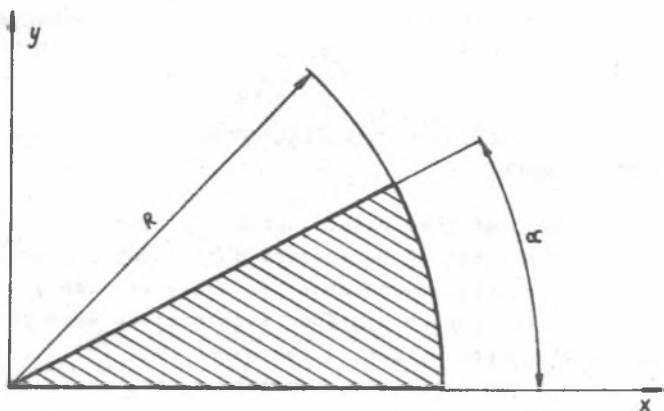
$$T_x(0,0,z) = -\frac{ag}{r} \sin \alpha \cdot f(\varphi) \tag{12}$$

$$T_y(0,0,z) = -\frac{ag}{r} (1 - \cos \alpha) \cdot f(\varphi)$$

gdzie:

$$f(\varphi) = \int_0^{\varphi} e^{-\pi \xi^2} d\xi - \varphi e^{-\pi \varphi^2} .$$

Składowe krzywizny przekrojów pionowych niecki osiadania otrzymamy dostosowując wzory (6) do eksploatacji, jak na rys. 3



Rys. 3. Eksploatacja w kształcie wycinka koła (ilustracja do wzorów 11-14)

Fig. 3. Mined area in the shape of a circle sector (illustration to formulas 11-14)

$$K_x(0,0,z) = \frac{ag}{r^2} [\alpha \pi \varphi^2 e^{-\pi \varphi^2} - \sin \alpha \cos \alpha g(\varphi)]$$

$$K_y(0,0,z) = \frac{ag}{r^2} [\alpha \pi \rho^2 e^{-\pi \rho^2} + \sin \alpha \cos \alpha g(\rho)] \quad (13)$$

$$S_{xy}(0,0,z) = -\frac{ag}{r^2} \sin^2 \alpha \cdot g(\rho)$$

gdzie:

$$g(\rho) = 1 - e^{-\pi \rho^2} - \pi \rho^2 e^{-\pi \rho^2}$$

Wzór na odkształcenie pionowe otrzymuje się natychmiast ze wzorów (13) na podstawie warunku (7) (por. Knothe [29])

$$\varepsilon_z(0,0,z) = \frac{ag}{r} \frac{dr}{dz} \alpha \rho^2 e^{-\pi \rho^2} \quad (14)$$

Wzory (11)-(14) umożliwiają skonstruowanie nomogramów kołowych do obliczania rozważanych wskaźników deformacji. Normogram do obliczania obniżek był przedstawiony w pracy [42] (Pytlarz, Trojanowski), a normogram do obliczania odkształcenia pionowego w pracy [14] (Drzęźła).

Tytułem przykładu przedstawiamy tu jeszcze na rys. 5 nomogram sporządzony na podstawie danych z wykresów z rys. 4.

5. WZORY DLA EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE DOWOLNEGO WIEŁOKĄTA - PROSTOKĄTNY UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH

Rozpatrywany wielokąt eksploatacji pokazany jest na rys. 6. Wzory (1), (5) i (6) można przekształcić do postaci odpowiadającej eksploatacji jak na rys. 6 na dwa sposoby, równoważne pod względem numerycznym. Z uwagi na to, że z takich czy innych względów wygodniejszy może być jeden lub drugi sposób, dlatego podamy oba. I tak wzory (1), (5) i (6), w odniesieniu do eksploatacji jak na rys. 6, można zapisać w postaci

$$w(x,y,z) = -ag \sum_{k=1}^1 \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} e^{-\pi t^2} \left(\int_0^u e^{-\pi u^2} du \right) dt$$

$$T_x(x,y,z) = -\frac{ag}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} e^{-\pi t^2} (1 - e^{-\pi u_k^2}) dt$$

$$T_Y(x, y, z) = - \frac{2\pi l a g}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{t_k}^{t_{k+1}} t e^{-\pi t^2} \left(\int_0^{u_k} e^{-\pi u^2} du \right) dt \quad (15)$$

$$K_X(x, y, z) = \frac{2\pi l a g}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\pi t^2} u_k e^{-\pi u_k^2} dt$$

$$K_Y(x, y, z) = \frac{2\pi l a g}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{t_k}^{t_{k+1}} (1 - 2\pi t^2) e^{-\pi t^2} \left(\int_0^{u_k} e^{-\pi u^2} du \right) dt$$

$$S_{XY}(x, y, z) = - \frac{2\pi l a g}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{t_k}^{t_{k+1}} t e^{-\pi t^2} (1 - e^{-\pi u_k^2}) dt$$

gdzie:

1 - liczba wierzchołków parceli eksploatacji,

$$u_k = u_k(t) = s_k + \frac{s_{k+1} - s_k}{t_{k+1} - t_k} (t - t_k),$$

$$s_k = \frac{x_k - x}{r}, \quad t_k = \frac{y_k - y}{r},$$

x_k, y_k - współrzędne poziome k-tego wierzchołka parceli eksploatacji,

$$s_{1+1} = s_1, \quad t_{1+1} = t_1, \quad x_{1+1} = x_1, \quad y_{1+1} = y_1.$$

Drugi możliwy sposób zapisu rozważanych wzorów byłby następujący:

$$w(x, y, z) = a g \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} e^{-\pi s^2} \left(\int_0^{v_k} e^{-\pi v^2} dv \right) ds$$

$$\begin{aligned}
 T_x(x, y, z) &= \frac{2\pi\epsilon_0 q}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} e^{-\pi s^2} \left(\int_0^{v_k} e^{-\pi v^2} dv \right) ds \\
 T_y(x, y, z) &= \frac{aq}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} e^{-\pi s^2} (1 - e^{-\pi v_k^2}) ds \\
 K_x(x, y, z) &= -\frac{2\pi\epsilon_0 q}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} (1 - 2\pi s^2) e^{-\pi s^2} \left(\int_0^{v_k} e^{-\pi v^2} dv \right) ds \\
 K_y(x, y, z) &= -\frac{2\pi\epsilon_0 q}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} e^{-\pi s^2} v_k e^{-\pi v_k^2} ds \\
 S_{xy}(x, y, z) &= \frac{2\pi\epsilon_0 q}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{s_k}^{s_{k+1}} s e^{-\pi s^2} (1 - e^{-\pi v_k^2}) ds
 \end{aligned} \tag{16}$$

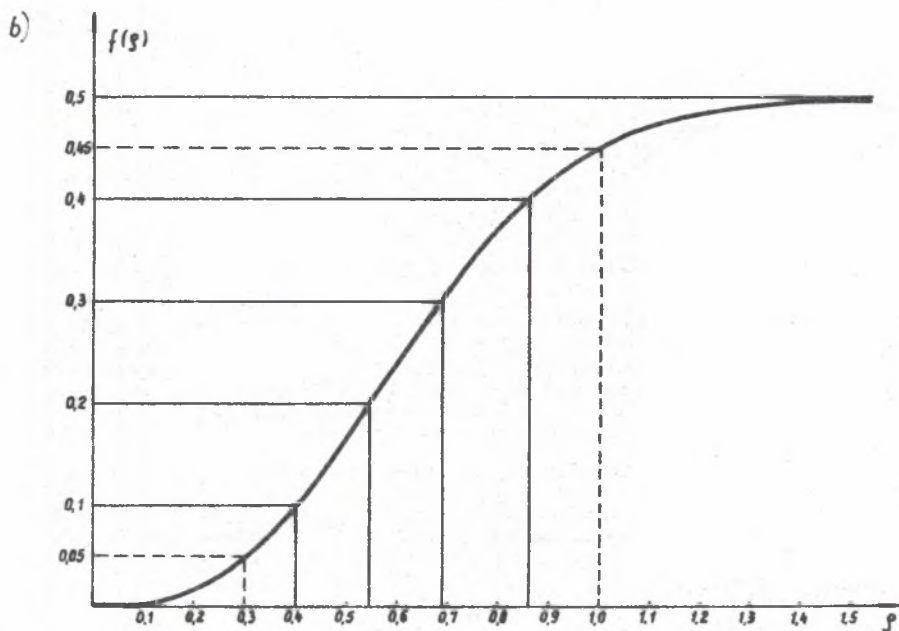
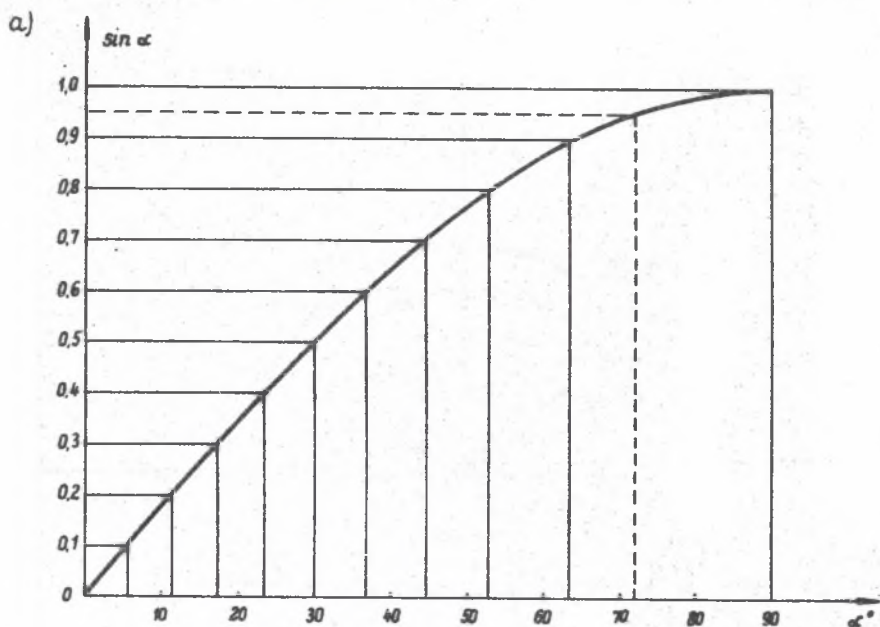
gdzie:

$$v_k = v_k(s) = t_k + \frac{t_{k+1} - t_k}{s_{k+1} - s_k} (s - s_k),$$

- pozostałe objaśnienia, jak do wzorów (15).

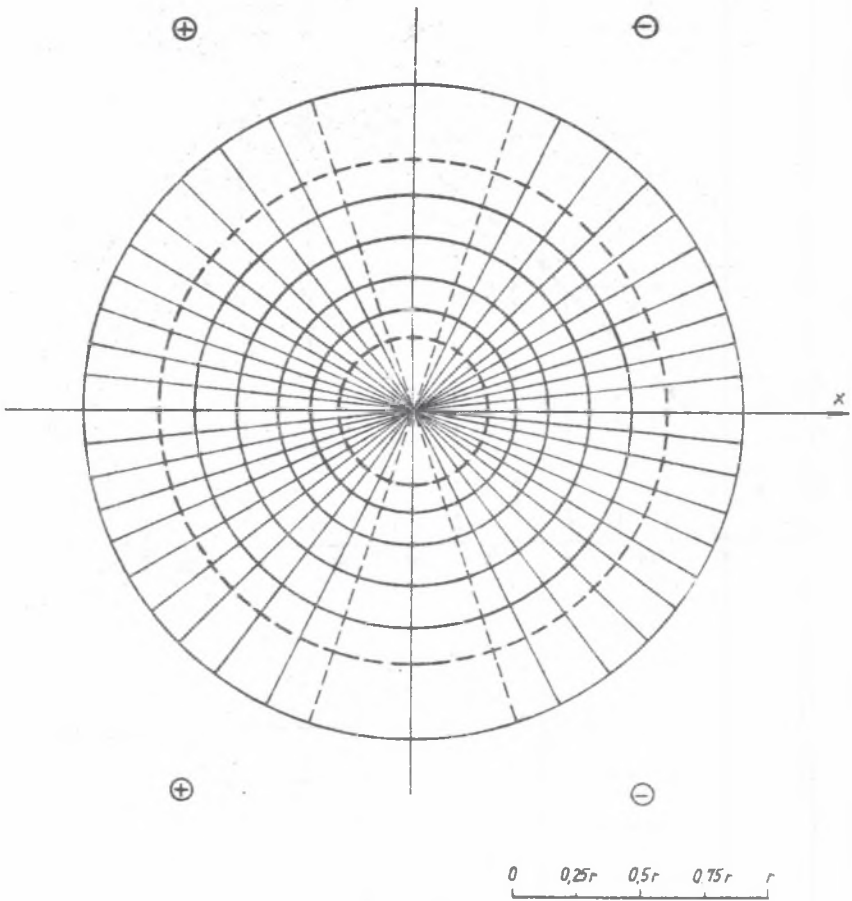
Wzory (15) i (16) mają doskonałe właściwości numeryczne i mogą być z powodzeniem stosowane w algorytmach komputerowych. Występujące w nich całki mogą być obliczane ze stosunkowo dużymi krokami przy spełnieniu warunku wystarczającej dokładności. W celu usprawnienia obliczeń dobrze jest, przed rozpoczęciem obliczeń, stabelaryzować całkę wewnętrzną tkwiącą we wzorach, a w trakcie obliczeń wyznaczać jej wartości poprzez interpolację danych z tablicy.

Stosowanie wzorów (15) lub (16) jest szczególnie wskazane w przypadku programów dotyczących pokładów nachylonych lub przy rozwiązywaniu zagadnień czasowych, jak w programach Białka [1,2,3].



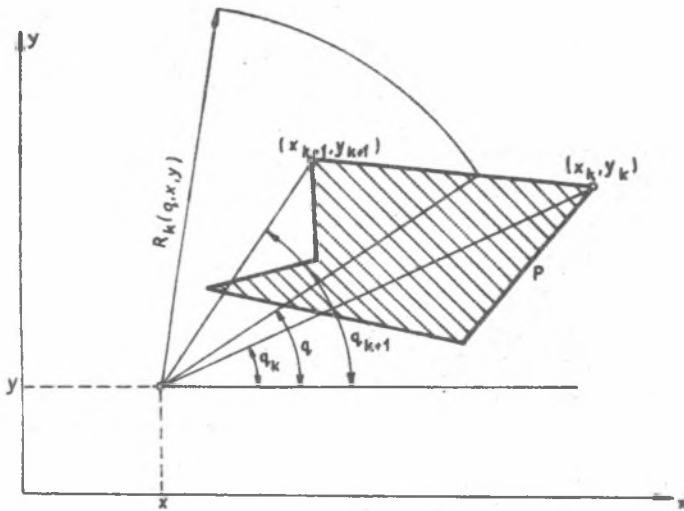
Rys. 4. Wykresy funkcji $\sin \alpha$ i $f(p)$ (patrz: objaśnienia do wzorów 12) stanowiące podstawę konstrukcji nomogramu jak na rys. 5

Fig. 4. Diagrams of $\sin \alpha$ and $f(p)$ functions (see explanations to formulas 12) being the basis for the plotting of the nomogram as shown at fig. 5



Rys. 5. Nomogram do obliczania nachylenia niecki osiadania w kierunku osi x nomogramu sporządzony na podstawie wzorów (12) i wykresów z rys. 4. Eksploatacja w granicach jednego segmentu (wycinka kołowego) ograniczonego liniami ciągłymi wywołuje w punkcie środkowym nomogramu pochylenie profilu niecki w kierunku osi x równe $\pm 0,01 \frac{a_0}{r}$

Fig. 5. Normogram for calculation of the slope of a subsidence basin towards axis x of the nomogram prepared on the basis of formulas (12) and diagrams from figure 4. Mined area confined to one circular sector limited by solid lines, evokes the slope of basin profile, in the central point of the nomogram, towards axis x equal to $0,01 \frac{a_0}{r}$



Rys. 6. Eksploatacja w kształcie dowolnego wielokąta (ilustracja wzorów 15, 16 i 17)

Fig. 6. Mined area the in form of any polygon (illustration to formulas 15, 16 and 17)

6. WZORY DLA EKSPLOATACJI W KSZTAŁCIE DOWOLNEGO WIELOKĄTA -
BIEGUNOWY UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH

Rozważamy nadal eksploatację, jak na rys. 6. Wzory (1), (5) i (6) w odniesieniu do tej eksploatacji, po wprowadzeniu biegunowego układu współrzędnych, można zapisać w postaci:

$$w(x, y, z) = -\frac{\sigma g}{2\pi l} \sum_{k=1}^1 \int_{q_k}^{q_{k+1}} (1 - e^{-\pi R_k^2 / r^2}) dq$$

$$T_x(x, y, z) = \frac{\sigma g}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{q_k}^{q_{k+1}} F_1\left(\frac{R_k}{r}\right) \cos q dq$$

$$T_y(x, y, z) = \frac{\sigma g}{r} \sum_{k=1}^1 \int_{q_k}^{q_{k+1}} F_1\left(\frac{R_k}{r}\right) \sin q dq \quad (17)$$

$$K_x(x, y, z) = \frac{ag}{r^2} \sum_{k=1}^1 (A_k - B_k)$$

$$K_y(x, y, z) = \frac{ag}{r^2} \sum_{k=1}^1 (A_k + B_k)$$

$$S_{xy}(x, y, z) = -\frac{ag}{r^2} \sum_{k=1}^1 \int_{q_k}^{q_{k+1}} F_2\left(\frac{R_k}{r}\right) \sin 2q \, dq$$

gdzie:

$q_k = q_k(x, y)$ - kąt między osią x przyjętego układu współrzędnych a prostą przechodzącą przez rzut punktu obliczeniowego (x, y, z) na płaszczyznę pokładu i k -ty wierzchołek parceli eksploatacji,

$$q_{k+1} = q_1,$$

$$R_k = R_k(q, x, y) = \frac{(x_k - x)(y_{k+1} - y_k) - (y_k - y)(x_{k+1} - x_k)}{(y_{k+1} - y_k) \cos q - (x_{k+1} - x_k) \sin q},$$

$$F_1(u) = ue^{-\pi u^2} - \int_0^u e^{-\pi v^2} \, dv.$$

$$F_2(u) = 1 - e^{-\pi u^2} - \pi u^2 e^{-\pi u^2},$$

$$A_k = \pi \int_{q_k}^{q_{k+1}} \frac{R_k^2}{r^2} e^{-\pi R_k^2 / r^2} \, dq,$$

$$B_k = \int_{q_k}^{q_{k+1}} F_2\left(\frac{R_k}{r}\right) \cos 2q \, dq.$$

- pozostałe objaśnienia, jak do wzorów (15).

Wzory (17) były szeroko wykorzystane w pracach programowych autora. Posiadają one również korzystne właściwości numeryczne, ale zakres ich stosowania jest węższy niż wzorów (15) lub (16).

W pracy [41] (Drzęźła, rozdz. 4.8, 389+393) przedstawiono algorytm obliczania deformacji górotworu według wzorów (17) w języku ALGOL 60.

7. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione algorytmy prognozowania deformacji górotworu wyczerpują, jak się wydaje, większość praktycznych potrzeb w zakresie numerycznego całkowania po obszarze eksploatacji. Odrębnego, szerszego potraktowania wymagałyby jednak algorytmy obliczania deformacji górotworu w przypadku dynamicznej niecki osiadania, które są przedmiotem prac Białka [1,2,3]. Inaczej mówiąc, przedstawione algorytmy wymagałyby pewnych uzupełnień w celu przystosowania ich do rozwiązywania również takich zagadnień.

LITERATURA

- [1] Białek J.: Algorytm wyznaczania wskaźników deformacji przestrzennej, dynamicznej niecki osiadania. ZN Pol. Śl. nr 558, seria Górnictwo, z. 87, 85-95, Gliwice 1978.
- [2] Białek J.: Algorytm obliczania chwilowych i czasowo-ekstremalnych wskaźników deformacji przestrzennej dynamicznej niecki osiadania. Praca doktorska (niepublikowana), Politechnika Śląska, Gliwice 1980.
- [3] Białek J.: Programy na EMC do prognozowania dynamicznych wskaźników deformacji niecek osiadania. OTG nr 71/1, 11-18, 1985.
- [4] Budryk W.: Wyznaczenie wielkości poziomych odkształceń terenu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t.I z. 1, 63-74, 1953.
- [5] Chudek M., Drzęźła B., Olaszowski W.: Metoda określania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej według teorii całkowej. ZN Pol. Śl. nr 355, seria Górnictwo, z. 54, 3-22, Gliwice 1973.
- [6] Daunesse C., Rambaud Y.: Les affaissements miniers dans le bassin du Nord et du Pas-de-Calais. Les Annales des Mines nr 10, 11-49, 1963.
- [7] Drzęźła B.: Pionowe deformacje górotworu przy eksploatacji górniczej. ZN Pol. Śl. nr 246, seria Górnictwo, z. 37, 95-115, Gliwice 1969.
- [8] Drzęźła B.: Teoria zmiany nachyleń powierzchni ziemi pod wpływem eksploatacji i jej zastosowanie do wzorów T. Kochmańskiego. Przegląd Górniczy nr 5, 244-247, 1960.
- [9] Drzęźła B.: Krzywizny przekrojów pionowych niecki osiadania. Przegląd Górniczy nr 7-8, 335-338, 1970.
- [10] Drzęźła B.: Badania teoretyczne i modelowe ruchów górotworu przy eksploatacji górniczej. Praca doktorska (niepublikowana), Pol. Śl., Gliwice 1971.
- [11] Drzęźła B.: Analiza założeń całkowych teorii ruchów górotworu nad eksploatacją. ZN Pol. Śl. nr 332, seria Górnictwo, z. 52, 163-174, Gliwice 1972.
- [12] Drzęźła B.: Informacja o programach dla maszyny cyfrowej do obliczenia deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej. Przegląd Górniczy nr 3, 164-170, 1979.
- [13] Drzęźła B.: Przybliżone rozwiązanie równań teorii sprężystości w zastosowaniu do mechaniki górotworu. Archiwum Górnictwa t.XX z. 2, 195-207, 1975.

- [14] Drzeźła B.: Nomogramy do obliczenia deformacji górotworu nad eksploatacją. OTG nr 36, 28-35, 1976.
- [15] Drzeźła B.: Rozwiązanie pewnego przestrzennego zadania liniowej teorii sprężystości w zastosowaniu do prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej wraz z oprogramowaniem. ZN Pol. Śl. nr 588, seria Górnictwo, z. 91, 1-116, Gliwice 1978.
- [16] Drzeźła B.: Sporządzanie map deformacji górotworu spowodowanych eksploatacją górniczą przy pomocy maszyny cyfrowej. Przegląd Górniczy nr 6, 242-248, 1979.
- [17] Drzeźła B.: Zmienność zasięgu wpływów eksploatacji w górotworze. Przegląd Górniczy nr 10, 413-418, 1979.
- [18] Drzeźła B., Białek J., Gołaszewski A.: Maksymalne wartości deformacji oraz prędkości i przyspieszenia ich przystoju w przypadku płaskim dynamicznej niecki osiadania. OTG nr 53, 55-62, 1980.
- [19] Drzeźła B.: Algorytm numerycznego całkowania po obszarze eksploatacji dla celów prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. Mat. na konf. nauk.-techn. n.t. "Komputerowe metody projektowania budowli na terenach górniczych", Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, str. 7-16, Katowice 1981.
- [20] Drzeźła B.: Primienienieje elektronnij wyczislitelnoj tiechniki w prognozirowanii deformacij gornowo massiwa i powierchnosti. Tom V mat. z Międzynarodowego Sympozjum Miernictwa Górniczego, 147-154, Bułgaria, Warna 1982.
- [21] Drzeźła B.: Opis programów prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej (aktualny stan oprogramowania). ZN Pol. Śl. nr 923, seria Górnictwo, z. 165, 1-86, Gliwice 1989.
- [22] Dżegniuk B., Mikołajczak J.: Kształtowanie się parametrów teorii S. Knothe'go w górotworze podatnym na wstrząsy i tąpnięcia. OTG nr 73/3 i 74/4, 14-21, 1985.
- [23] Dżegniuk B., Fenk J., Pielok J.: Analyse und Prognose von Boden- und Gebirgsbewegungen im Flözbergbau. Freiburger Forschungshefte, A 729, Bergbau u. Geotechnik Markscheidewesen, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1987.
- [24] Gil H., Drzeźła B.: Aktualny stan prac w zakresie komputeryzacji prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej prowadzonych w Politechnice Śląskiej. Przegląd Górniczy nr 5, 197-199, 1979.
- [25] Gromysz J.: Rozkład przemieszczeń pionowych w górotworze, w otoczeniu ścianowego wyrobiska eksploatacyjnego. OTG nr 53, 34-37, 1980.
- [26] Huber M.T.: Teoria sprężystości. PWN, Warszawa 1954.
- [27] Jędrzejec E.: Zastosowanie ETO przy projektowaniu eksploatacji w filarach ochronnych. Referat na konferencję naukowo-techniczną nt. "Wybrane problemy eksploatacji filarów ochronnych", 35-41, SITG, Katowice 1974.
- [28] Knothe S.: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa 1953, t. I, z. 1, 22-38.
- [29] Knothe S.: Dkształcenia pionowe przy kołowo-symetrycznym wybieraniu filarów szybowych. Archiwum Górnictwa 1956, t. I, z. 2, 145-156.
- [30] Knothe S.: Neue Anschauungen über das Problem der Bestimmung von Schachtsticherheitspfeilern. Archiwum Górnictwa 1961, t. VI, z. 2, 97-106.
- [31] Knothe S., Leśniak J.: Wyznaczanie wielkości spodziewanych wpływów eksploatacji w szybowych filarach ochronnych. Archiwum Górnictwa 1966, t. XI, z. 4, 329-349.
- [32] Knothe S.: Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej. Wyd. Śląsk, Katowice 1984.

- [33] Kowalski A.: Zmienność parametru zasięgu wpływów głównych w górotworze. OTG nr 72/2, 17-23, 1985.
- [34] Krzysztoń D.: Parametr zasięgu niecek osiadania w ośrodku sypkim. Archiwum Górnictwa 1965, t. X, z. 1, 29-51.
- [35] Kuśnierz A., Piwowarski W.: Zastosowanie ETO do prognozowania wskaźników deformacji powierzchni i górotworu według teorii S. Knothego. Informatyka w geologii i kartografii, Warszawa 1982.
- [36] Laskowski J.: Obliczanie wielkości wskaźników deformacji górotworu dla dowolnych kształtów eksploatacji. OTG nr 20, 54-60, 1972.
- [37] Litwiniszyn J.: Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa 1953, t. I, z. 1, 9-21.
- [38] Magdziarz J.: Nowe metody obliczania ruchu górotworu nad eksploatacją. OTG nr 11, 34-41, 1970.
- [39] Magdziarz J.: Wybrane zagadnienia teoretyczne prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię i górotwór. Praca doktorska (niepublikowana), AGH, Kraków 1975.
- [40] Piwowarski W.: Prognozowanie przemieszczeń pionowych powstałych w procesie rozwijającej się eksploatacji górniczej w oparciu o liniowy model zjawiska. Praca doktorska (niepublikowana), AGH, Kraków 1977.
- [41] Praca zbiorowa: Ochrona powierzchni przed uszkodzeniami górniczymi. Wyd. Śląsk, Katowice 1980.
- [42] Pytlarz T., Trojanowski K.: Obliczanie osiadań przy dowolnym kształcie pola eksploatacyjnego na podstawie teorii S. Knothego metodą siatki segmentów. Prace GIG, seria A, Komunikat nr 274, Katowice 1961.
- [43] Pytlarz T., Kowalski A.: Określenie deformacji górotworu na wykreślach skonstruowanych wg wzorów teorii S. Knothego. OTG nr 21, 29-32, 1972.
- [44] Szpetkowski S.: Obliczanie deformacji powierzchni i wyrobisk górniczych powodowanych przez podziemną eksploatację złóż pokładowych na elektronicznych maszynach cyfrowych. OTG nr 21, 25-28, 1972.

АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИИ ГОРНОГО МАССИВА
ПРИ ЛЮБОЙ ФОРМЕ РАЗРАБАТЫВАЕМЫХ УЧАСТКОВ

Р е з ю м е

В работе представляются в разных вариантах наборы формул для расчета основных показателей деформации горного массива под влиянием горной эксплуатации по теории С. Кноте.

Отдельные наборы формул делают возможной конструкцию прямоугольных или круговых номограмм, или же, они особенно пригодны в компьютерных алгоритмах.

THE ALGORITHMS FOR CALCULATION OF THE DEFORMATION OF ROCK
MASS FOR ANY SHAPE OF MINED AREA

S u m m a r y

The paper presents sets of formulas, in different variants, for calculation of the basic indices of the deformation of rock mass, as influen-

ced by mining, in accordance with Knothe's theory. The particular sets of formulas make it possible to plot rectangular or circular nomograms or may also be used in computer algorithms.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Antoni Goszcz