

Władysław Szaflik

Instytut Inżynierii Wodnej  
Politechnika Szczecińska

## ZASTOSOWANIE MODELOWANIA STATYSTYCZNEGO DO OKREŚLENIA ZAPOTRZEBOWANIA CIEPŁA NA PRZYGOTOWANIE CIEPŁEJ WODY UŻYTKOWEJ

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono zastosowanie rozkładu gamma do statystycznego modelowania zapotrzebowania ciepła na przygotowanie ciepłej wody użytkowej. Omówiono sens fizyczny parametrów rozkładu. Dla jednego z badanych obiektów pokazano krzywą prawdopodobieństwa występowania zapotrzebowania ciepła.

### 1. WSTĘP

Zapotrzebowanie ciepła na przygotowanie ciepłej wody użytkowej stanowi jedną z podstawowych wielkości wpływających na źródło ciepła i jego pracę w ciągu sezonu grzewczego. Szczególnie ważnym zagadnieniem przy analizowaniu pracy systemów ciepłowniczych jest właściwe określenie dobowego zapotrzebowania ciepła na cele ciepłej wody oraz określenie ewentualnej zmienności zapotrzebowania.

### 2. ŚREDNIE GODZINOWE ZAPOTRZEBOWANIE CIEPŁA NA CELE PRZYGOTOWANIA CIEPŁEJ WODY

Dobowe zapotrzebowanie ciepła na przygotowanie ciepłej wody użytkowej zależy od jej poboru, można je określić z zależności:

$$Q = G_{cw} * c * (t_{cw} - t_{zw}) \quad (1)$$

gdzie:  $Q_{cw}$  - zapotrzebowanie ciepła,  
 $G_{cw}$  - zużycie ciepłej wody,  
 $c$  - ciepło właściwe,  
 $t_{cw}$  - temperatura ciepłej wody,  
 $t_{zw}$  - temperatura zimnej wody.

Wartość temperatury ciepłej wody powinna być stała i wynosić 55°C, temperatura zimnej wody jest wielkością w krótkich okresach czasu praktycznie nie zmieniającą się. Zmienność zapotrzebowania na ciepło wiąże się ze

zmiennością poboru ciepłej wody. Na pobór wody w obiekcie działa szereg czynników, których wpływu na wielkość zużycia z góry nie można określić. Można określić jedynie jakościowe oddziaływanie poszczególnych czynników na wielkość rozbioru. Natomiast ustalenie ścisłych związków ilościowych, ze względu na przypadkowość wymienionych czynników jest nieosiągalne.

Wartość średnia zużycia ciepłej wody, a tym samym zapotrzebowania ciepła nie mówi o tym, jakie może być w danym dniu zużycie i jak często ono występuje. Dla każdego obiektu pobory ciepłej wody tworzą w poszczególnych dniach zbiorowość statystyczną. Można je przedstawić za pomocą krzywych rozdziału i krzywych sumowania liczebności. Krzywe te przedstawiają częstotliwość zjawisk, które już zaistniały w przeszłości. W praktyce interesujące jest, z jaką częstotliwością będzie występowało dane zjawisko w przyszłości. O częstotliwości zjawisk przyszłych można wnioskować na podstawie częstotliwości zjawisk przeszłych, zakładając przy tym, że rozdział wartości będzie taki sam. Teoretycznie, krzywe sumowania liczebności nazywane też są krzywymi prawdopodobieństwa - rozkładami prawdopodobieństwa.

### 3. ROZKŁAD PRAWDOPODOBIEŃSTWA ZAPOTRZEBOWANIA CIEPŁA NA PRZYGOTOWANIE CIEPŁEJ WODY

Z przeprowadzonych pomiarów [3] wynika, że wielkość jednokrotnego poboru ciepłej wody, a więc i zapotrzebowania ciepła na c.w.u. można opisać rozkładem wykładniczym. Gęstość tego rozkładu określona jest zależnością:

$$f_Q(q) = \lambda * \exp(-\lambda * q) \quad (2)$$

gdzie:  $f_Q(q)$  - gęstość rozkładu,

$\lambda$  - parametr rozkładu,

$q$  - wielkość jednokrotnego zapotrzebowania ciepła,

dystrybuanta  $F_Q(q)$  zaś:

$$F_Q(q) = 1 - \exp(-\lambda * q) \quad (3)$$

Parametr  $\lambda$  rozkładu określony jest zależnością:

$$\lambda = 1/m_q \quad (4)$$

gdzie:  $m_q$  - wartość średnia jednostkowego zapotrzebowania ciepła.

Można założyć, że przeciętnie mieszkaniec korzysta  $k$ -razy z ciepłej wody,  $M$  mieszkańców  $M*k$ . Zmienna  $Q$  opisująca globalne zużycie ciepła przez mieszkańców jest sumą zmiennych opisujących poszczególne zużycie. Jej rozkład można wyznaczyć obliczając  $M * (k-1)$  razy całkę spłotu:

$$f_{Q_1+Q_2}(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Q_1}(q_1) * f_{Q_2}(q-q_1) * dq_1 \quad (5)$$



Dla dowolnego  $M \times k$  - otrzymuje się:

$$f_Q(q) = \frac{\lambda * (\lambda * q)^{M \times k - 1}}{(M * k - 1)!} \exp(-\lambda * q) \quad (6)$$

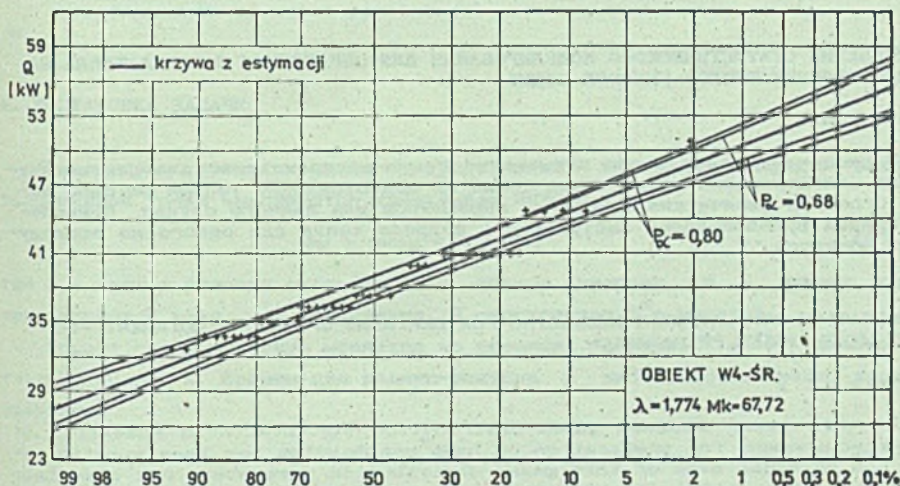
Otrzymany rozkład nosi nazwę rozkładu gamma o parametrach  $M \times k$  i  $\lambda$  [1].  
W ogólnym przypadku  $k$  nie musi być liczbą całkowitą, wtedy otrzymuje się:

$$f_Q(q) = \frac{\lambda * (\lambda * q)^{M \times k - 1}}{\Gamma(M * k)} \exp(-\lambda * q) \quad (7)$$

Wartość średnia i wariancja tego rozkładu określone są zależnościami:

$$m_Q = \frac{M * k}{\lambda}, \quad \sigma_Q^2 = \frac{M * k}{\lambda^2} \quad (8), (9)$$

Dla otrzymanych wyników pomiarów zapotrzebowania ciepła na przygotowanie ciepłej wody określono parametry rozkładu; zaproponowany rozkład spełnia test Kołomogorowa. Przykładowy wykres rozkładu przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Krzywa prawdopodobieństwa występowania zapotrzebowania ciepła na przygotowanie c.w. dla przykładowego obiektu

Fig. 1. Diagram of probability of the heat requirement by example building

#### 4. PODSUMOWANIE

Rozkład gamma może być stosowany do statystycznego modelowania zapotrzebowania ciepła na przygotowanie ciepłej wody użytkowej. Parametry roz-

kładu mają konkretną interpretację. Parametr  $\lambda$  odpowiada odwrotności średniego zapotrzebowania ciepła przy jednokrotnym poborze ciepłej wody, natomiast drugi parametr,  $M\mu k$ , określa krotność poborów. W celu umożliwienia statystycznego modelowania zapotrzebowania ciepła potrzebne są dalsze badania pozwalające na miarodajne określenie jednostkowych parametrów rozkładu.

#### LITERATURA

- [1] Beniamin J.R., Cornell C.A.: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. WNT, Warszawa 1977.
- [2] Szaflik W.: Problemy modelowania rozbioru ciepłej wody użytkowej w budynkach wielorodzinnych w świetle wielodobowych pomiarów zużycia c.w.u. Materiały Symposium PAN. Sekcji Ogrz., Went. i Ciepł., Badania w ogrzewnictwie, wentylacji i ciepłownictwie: Szczecin - Swinoujście 1988.
- [3] Szaflik W.: Optymalizacja przepływów w ogrzewnictwie. Etap IV. CPBP-02.22. -03.11, maszynopis. Szczecin 1990.

#### ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАПРОСА ТЕПЛА НА ПРИГОТОВЛЕНИЕ ТЕПЛОЙ БЫТОВОЙ ВОДЫ

##### Резюме

В реферате представлено применение гамма-распределения для статистического моделирования потребления тепла на приготовление теплой бытовой воды. Оговорен физический смысл его параметров для данного случая. Приведена кривая правдоподобия выступающего запроса тепла для одного из исследуемых объектов.

#### APPLICATION OF STATISTIC MODELLING FOR DEFINING OF HEAT REQUIREMENT FOR HEAT USAGE WATER PREPARATION

##### Summary

In this paper assumed gamma-distribution for statistic modelling of heat requirement for preparation of heat usage water has been substantiated and physical sens of this gamma-distribution parameters has also been presented. For example building the heat requirement probability curve was also shown.