

Jan Tomków, Krzysztof Marchelek  
 Instytut Technologii Mechanicznej  
 Politechnika Szczecińska

MODELOWANIE I ANALIZA WIBROSTABILNOŚCI WIELOWYMIAROWEGO UKŁADU  
 MASOWO-SPRĘŻYSTEGO OBRABIARKI PRZY TOCZENIU

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono metodykę analizy wibrosta-  
 bilności obrabiarek skrawających na etapie projektowania. Wykorzystano  
 w tym celu metodę sztywnych elementów skończonych jako  
 racjonalne narzędzie modelowania zarówno układu masowo-tłumiąco-  
 -sprężystego (MTS), jak i procesu (procesów) skrawania. Metodyka ta  
 zawiera: wyznaczanie granicznych parametrów skrawania, analizę  
 postaci drgań na granicy stabilności i wyznaczanie słabego elementu  
 w dynamicznym układzie MTS obrabiarki.

## 1. WSTĘP

Analizy wibrostaibilności układu MTS obrabiarki dokonuje się na podsta-  
 wie modeli matematycznych układu MTS oraz procesu skrawania. Należy przy  
 tym podkreślić, że formalne zasady zapisu obydwu modeli muszą być iden-  
 tyczne. Przyjmując metodę sztywnych elementów skończonych (metodę SES),  
 jako narzędzie modelowania układu MTS należy przyjąć tę samą konwencję  
 modelowania procesu skrawania. Mając tak opracowane modele matematyczne  
 możliwe jest prognozowanie wibrostaibilności, wykrywanie słabych elementów  
 i modyfikacja właściwości dynamicznych obrabiarek przy ich projektowaniu.

## 2. MODELOWANIE PROCESU SKRAWANIA W UKŁADZIE MTS OBRABIARKI

Drgania u układu MTS obrabiarki [2] wyznacza się z zależności

$$A_{MTS} u = Q; \quad A_{MTS} = W_{MTS}^{-1}; \quad A_{MTS} = M s^2 + H s + K \quad (1)$$

gdzie:  $A_{MTS}$  - macierz sztywności dynamicznej,  $W_{MTS}$  - macierz podatności  
 dynamicznej,  $Q$  - wektor sił uogólnionych,  $M, H, K$  - kolejno macierze mas,  
 tłumienia i sztywności statycznej,  $s$  - operator Laplace'a.

Macierze  $A_{mts}$  i  $W_{mts}$  mają określoną strukturę [1], która jest wynikiem przyjętej metody modelowania układu MTS - metody SES. Istota modelowania procesu skrawania zawiera się w tym, aby macierz dynamiki procesu skrawania  $W_{PR}$  zapisać w tej samej konwencji, co macierz  $A_{mts}$ . Należy przy tym podkreślić, że w ogólnym przypadku macierz  $W_{PR}$  reprezentuje dynamikę wszystkich procesów skrawania realizowanych na danej obrabiarce (np. na tokarkach wielonożowych, tokarkach do wagonowych zestawów kołowych itp. realizowanych jest równocześnie wiele procesów skrawania). Wówczas [3]

$$Q = - W_{PR} u = - \left( \sum_{i=1}^m W_{PRi} \right) u \quad (2)$$

gdzie:  $m$  - liczba procesów skrawania.

Prezentowane zasady modelowania mają znamiona ogólności, tzn. że są niezależne od przyjętego modelu matematycznego dynamicznych charakterystyk procesu skrawania w punkcie styku N-P (narzędzia i przedmiotu obrabianego).

### 3. WIBROSTABILNOŚĆ UKŁADU MTS OBRABIARKI NA ETAPIE PROJEKTOWANIA

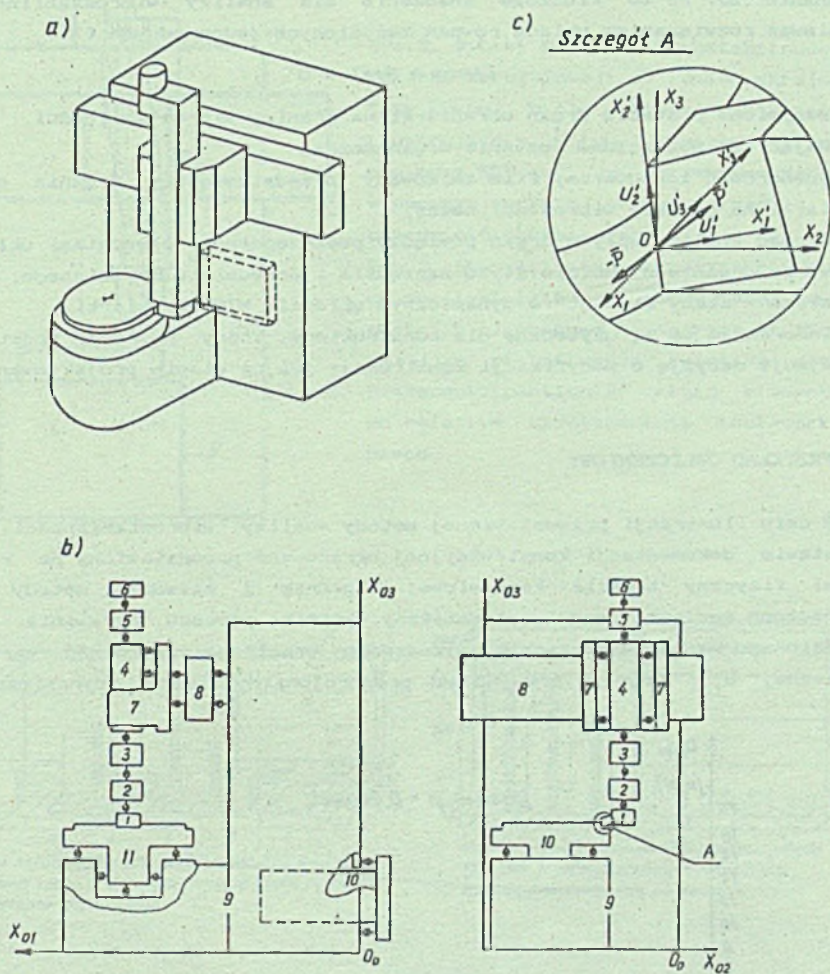
Analizy wibrostabilności wielowymiarowego układu OUPN można dokonać na podstawie kryterium Nyquista

$$\det [ I + W_{mts} W_{PR} ] = \det [ A_{mts} + W_{PR} ] = 0 \quad (3)$$

przy czym  $W_{PR} = f(b_i, \epsilon_i)$

Istota obliczeń polega na znalezieniu takich wartości parametrów procesu skrawania  $b_{i,lim}$  (kombinacja minimalnych i ustalonych z góry szerokości warstw skrawanych w poszczególnych procesach) i  $\epsilon_{i,lim}$  (kąty przesunięcia fazowego pomiędzy wewnętrzną i zewnętrzną modulacją grubości warstwy skrawanej), aby przy ustalonych wartościach pozostałych parametrów spełniony był warunek (3). Zadanie to można zrealizować korzystając z metod kolejnych przybliżeń, lecz istotnym ograniczeniem efektywności obliczeń jest czas obliczeń wyznacznika zespolonego (3) wysokiego stopnia ( $6 \times n$ , gdzie  $n$  jest liczbą SES-ów). Zachodzi potrzeba racjonalnego zmniejszenia stopnia wyznacznika. Zabiegu tego można dokonać bez żadnych założeń upraszczających. W jego wyniku stopień wyznacznika zmniejsza się do liczby  $6 \times m$  ( $m$  - liczba procesów skrawania), przy czym w zależności od struktury przekształconej macierzy  $W_{PR}$  istnieje możliwość dalszego zmniejszenia stopnia wyznacznika, nawet tak daleko idąca, że w





Rys.1. Tokarka karuzelowa: a) widok ogólny, b) model fizyczny.

c) umowny punkt styku narzędzia i przedmiotu obrabianego  
 Fig.1. Vertical lathe: a) general view, b) physical model.  
 c) fixed contact point of tool and workpiece

niektórych, szczególnych przypadkach pojawia się możliwość rozwiązania analitycznego. Wyznaczone parametry  $b_{lim}$  i  $\epsilon_{lim}$  spełniają również równanie (3). Ma to kluczowe znaczenie dla analizy wibrostanilności, ponieważ rozwiązaniem układu równań zespolonych jednorodnych [3]

$$[A_{MTS} + Wpr] = 0 \quad (4)$$

są zespolone postacię drgań obrabiarki na granicy wibrostanilności.

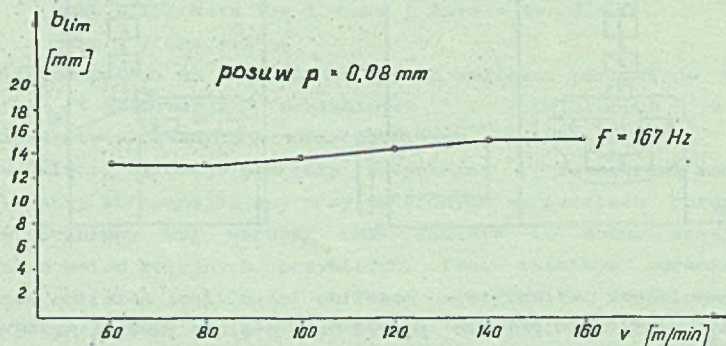
Mając tak wyznaczone postacię drgań można:

- wygenerować komputerowy film animowany przedstawiający drgania obrabiarki na granicy wibrostanilności,
- dokonać analizy wpływu drgań pomiędzy poszczególnymi elementami układu MTS na drgania w punkcie styku narzędzia i przedmiotu obrabianego,
- wskazać "słaby element" w dynamicznym układzie MTS obrabiarki.

Informacje te są użyteczne dla konstruktora, który na ich podstawie podejmuje decyzję o modyfikacji konstrukcji już na etapie projektowania.

#### 4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

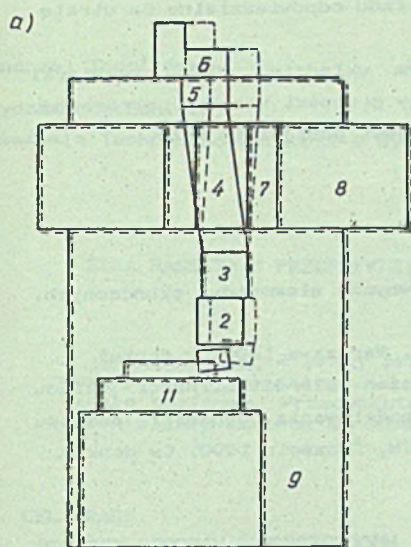
W celu ilustracji przedstawionej metody analizy wibrostanilności, na podstawie dokumentacji konstrukcyjnej opracowano przedstawiony na rys.1 model fizyczny tokarki karuzelowej. Zgodnie z zasadami metody SES wyznaczono macierz - model matematyczny dynamiki procesu skrawania. Dla określonego wariantu skrawania wyznaczono graniczną szerokość warstwy skrawanej  $b_{lim}$  (rys.2), przyjmując proporcjonalny model dynamicznych



Rys.2. Graniczna szerokość warstwy skrawanej

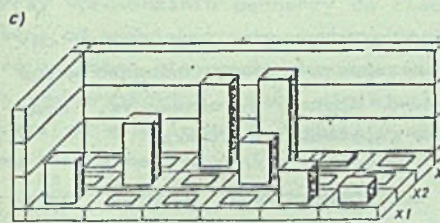
Fig.2. Width of cut stability limit



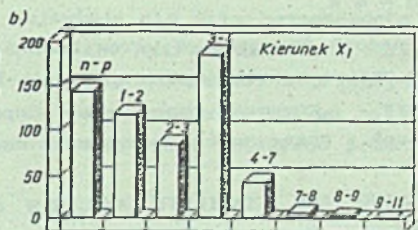


Rys.3. Wyniki badania wibrostabilności tokarki karuzelowej: a) dwie skrajne fazy ruchu, b,c) wybrane histogramy ilustrujące wpływ przemieszczeń pomiędzy SES-ami na przemieszczenia w umownym punkcie styku narzędzia i przedmiotu obrabianego

Fig.3. Stability investigation results of vertical lathe: a) two extreme move phase, b,c) changed histograms as illustration of influence relative displacements particular rigid elements on relative displacements tool-work-piece



Wpływ składowych ruchów połączenia SES-ów 1-2 na składowe ruchy w umownym punkcie styku narzędzia i przedmiotu obrabianego



Udziały przemieszczeń pomiędzy poszczególnymi SES-ami w przemieszczeniach względnych narzędzia i przedmiotu obrabianego

charakterystyk procesu skrawania. Wygenerowano komputerowy film animowany przedstawiający fazy ruchu obrabiarki na granicy wibrostabilności (rys.3.a.). Przedstawiono histogramy ilustrujące wpływ przemieszczeń pomiędzy poszczególnymi elementami układu na przemieszczenia w umownym punkcie styku narzędzia i przedmiotu obrabianego (rys.3.b.c.). Na ich podstawie poszukuje się słabego elementu ze względu na wibrostabilność.

W konkluzji przeprowadzonych badań sformułowano następujące wnioski:

1. Metoda sztywnych elementów skończonych jest użytecznym narzędziem modelowania układu MTS i procesu skrawania w analizie wibrostabilności obrabiarek na etapie projektowania.

2. Przedstawiona metoda analizy wibrostanilności pozwala wskazać słabe ogniwa w układzie MTS - tzn. elementy układu odpowiedzialne za utratę wibrostanilności.
3. Utrata wibrostanilności w dynamicznym układzie MTS obrabiarki następuje wskutek sprzężenia przez zmiany grubości warstwy skrawanej. Wpływ sprzężeń w pozostałych kierunkach jest pomijalnie mały.

#### LITERATURA

- [1]. Kruszewski J. i inni: Metoda sztywnych elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1975.
- [2]. Marchelek K.: Dynamika obrabiarek, WNT, Warszawa 1990 (w druku).
- [3]. Tomków J.: Podstawy projektowych obliczeń wibrostanilności układu OUPN ze szczególnym uwzględnieniem modelowania dynamiki procesu skrawania, Prace Naukowe Pol. Szcz., ITM, Szczecin 1990, (w druku).

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ МНОГОМЕРНОЙ МАССОВО-УПРУГОЙ СИСТЕМЫ СТАНКА ПРИ ТОЧЕНИИ

#### Р е з ю м е

В работе представлен метод анализа виброустойчивости многомерной системы станка в этапе проектирования. В моделировании использовано метод жестких конечных элементов. Определено предел устойчивости, моды вибраций и показано слабые точки в системе карусельного станка.

#### MODELLING AND STABILITY ANALYSIS OF MULTIDIMENSIONAL MACHINE TOOL MASS-SPRING SYSTEM IN TURNING

#### S u m m a r y

A method of stability analysis of multidimensional machine tool mass-spring system is presented. The method of rigid finite elements for modelling is used. The stability limit and vibration mode of vertical lathe are determined. Weak point is pointed out in the machine tool system.