ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: MECHANIKA z.103 Nr kol. 1112

Grzegorz Zboiński

Wydział Budowy Maszyn

Politechnika Gdańska

MODELOWANIE ŁOPATEK TURBINOWYCH ZA POMOCĄ ELEMETÓW PRZESTRZENNYCH, GRUBOŚCIENNYCH ELEMENTÓW POWŁOKOWYCH ORAZ ELEMENTÓW PRZEJŚCIOWYCH OD ELEMENTÓW PRZESTRZENNYCH DO POWŁOKOWYCH. ALGORYTM OBLICZEŃ

Streszczenie. Przedstawiono algorytm izoparametrycznego elementu przejściowego od grubościennego elementu powłokowego do elementów przestrzennych do statycznej i dynamicznej analizy stacjonarnych i wirujących łopatek maszyn wirnikowych. Elementy przejściowy, powłokowy i przestrzenne zaproponowano do modelowania różnych części łopatki. Algorytm określa geometrię, pole przemieszczeń, macierze sztywności i mas oraz wektory obciążeń elementu. Omówiono sposób uzyskania algorytmów elementów powłokowego i przestrzennych.

1. WPROWADZENIE

Jedną z cech współczesnych badań naukowych w dziedzinie mechaniki jest ciągłe dążenie do doskonalenia stosowanych metod obliczeniowych. W przypadku MES jednym ze sposobów osiągnięcia tego celu jest dobór i rozwój nowych elementów skończonych odpowiadających najlepiej konkretnej strukturze. W analizie łopatek turbinowych możliwe jest uzyskanie lepszych rezultatów, jeśli stosowane dość powszechnie do modelowania pióra łopatki elementy przestrzenne zastąpi się elementami powłokowymi. Jakkolwiek idea ta nie jest nowa [1], to nie znalazła ona szerokiego zastosowania. Wynika to z trudności związanych z koniecznością połączenia elementów powłokowych stosowanych dla pióra z elementami przestrzennymi podstawy. Przedstawiona w tej pracy koncepcja zastosowania elementu przejściowego od elementów przestrzennych do elementów powłokowych do modelowania łopatek turbinowych jest pomysłem nowym, choć sam element był zaproponowany wcześniej [2]. Koncepcja ta zakłada [3] zastosowanie elementów przestrzennych do masywnych części łopatki, np. podstawy wraz ze stopką, górnych nitów i grubych bandaży. Grubościenny element powłokowy powinien być zastosowany do modelowania pióra łopatki. Element przejściowy natomiast powinien znaleźć się w obszarach połączenia pióra z podstawą nitami i bandażami oraz pióra z drutami modelowanymi za pomocą elementu belkowego. W tym ostatnim przypadku należy nałożyć więzy na obroty węzła połączenia belki z piórem.

2. FRAGMENTY ALGORYTMU DLA ELEMENTU PRZEJŚCIOWEGO

Zaprezentowany poniżej algorytm dla izoparametrycznego, uogólnionego elementu przejściowego różni się od wcześniejszych propozycji większą przejrzystością, co ułatwia jego zaprogramowanie. Uogólniony element może być połączony do wyboru z 8-, 16- lub 20-węzłowym izoparametrycznym elementem przestrzennym, 8-węzłowym izoparametrycznym grubościennym elementem powłokowym i ewentualnie elementem belkowym. Uogólniony element może mieć do wyboru własności elementu przestrzennego lub powłokowego.

2.1. Macierz sztywności przemieszczeniowej

Macierz sztywności przemieszczeniowej elementu przejściowego określa związek

$$K_S = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} B^T D B \det(J)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \tag{1}$$

gdzie macierz zależności odkształceń od przemieszczeń można podzielić na bloki oznaczone wskaźnikami i oraz j, odpowiadające węzłom typu przestrzennego oraz powłokowego

$$B=[\ldots,B_i,\ldots,B_j,\ldots]\ ;\qquad B^T=\mathrm{col}[\ldots,B_i^T,\ldots,B_j^T,\ldots] \tag{2}$$

W przypadku gdy założenie o zerowaniu naprężeń normalnych do powłoki nie obowiązuje, bloki te są równe

$$B_i=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ \vdots & & \\ B_{61} & B_{62} & B_{63} \end{bmatrix}\ ;\qquad B_j=\begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{12} & B'_{13} & B''_{14} & B''_{15} \\ B'_{21} & B'_{22} & B'_{23} & B''_{24} & B''_{25} \\ \vdots & & & & \\ B'_{61} & B'_{62} & B'_{63} & B''_{64} & B''_{65} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Obliczenie wyrazów tych bloków wymaga wprowadzenia macierzy transformacji kierunków globalnych do kierunków lokalnych powłoki. Ponadto wykorzystywane są pochodne funkcji kształtu elementu oraz wyrazy macierzy jakobianu przekształcenia. Natomiast macierz sprężystości obliczymy z równania (4). W przypadku gdy przyjmiemy założenie o zerowaniu się naprężeń normalnych do powłoki, bloki macierzy B i macierz

$$D=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2,4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2,4\end{bmatrix} \tag{4}$$

D muszą być zmodyfikowane przez usunięcie trzeciego wiersza. W macierzy sprężystości należy także pominąć trzecią kolumnę oraz zastąpić wyrażenia $1-\nu$ przez 1, a jej współczynnik przez $E/(1-\nu^2)$.

2.2. Macierz mas

Przyjmiemy skupiony rozkład mas, czemu odpowiadać będzie macierz diagonalna

$$M_L=\mathrm{diag}[..,M_i,..,M_j,..] \tag{5}$$

Bloki przypisane węzłom typu przestrzennego i oraz powłokowego j są równe

$$M_i=\mathrm{diag}[m_i,m_i,m_i] \;;\quad M_j=\mathrm{diag}[m_j,m_j,m_j,J_j,J_j] \tag{6}$$

Węzłowe masy i momenty bezwładności są obliczane przy założeniu rozkładu proporcjonalnego do diagonalnych wyrazów pełnej (kwadratowej) macierzy mas elementu.

2.3. Wektor sił węzłowych od obciążeń powierzchniowych

Wektor sił od obciążeń powierzchniowych jest określony związkiem

$$F_p=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}N^T p\,dA \tag{7}$$

gdzie macierz funkcji kształtu N jest podzielona na bloki i oraz j

$$N=[..,N_i,..,N_j,..] \;;\quad N^T=\mathrm{col}[..,N_i^T,..,N_j^T,..] \tag{8}$$

przypisane węzłom. Postać tych bloków jest następująca

$$N_i=\begin{bmatrix}N_{11} & 0 & 0\\ 0 & N_{22} & 0\\ 0 & 0 & N_{33}\end{bmatrix} \;;\quad N_j=\begin{bmatrix}N_{11}' & 0 & 0 & N_{14}'' & N_{15}''\\ 0 & N_{22}' & 0 & N_{24}'' & N_{25}''\\ 0 & 0 & N_{33}' & N_{34}'' & N_{35}''\end{bmatrix} \tag{9}$$

Obliczenie wyrazów tych bloków wymaga użycia funkcji kształtu elementu, węzłowych grubości powłoki oraz składowych wektorów, wokół których zdefiniowane są obroty powłoki. Natomiast ciśnienie p obliczamy na podstawie znanych ciśnień węzłowych. W obliczeniach wektora jednostkowego powierzchni wykorzystywane są wyrazy macierzy jakobianu przekształcenia.

3. WNIOSKI KOŃCOWE

Algorytmy dla elementu powłokowego i przestrzennych mogą być uzyskane z algorytmu elementu przejściowego po odrzuceniu odpowiednio węzłów typu przestrzennego i lub typu powłokowego j. W równaniach (1)-(9) należy wówczas wziąć pod uwagę tylko wyrażenia ze wskaźnikiem j lub i.

Przedstawiona metoda wyprowadzania zależności dla algorytmów elementu przejściowego, powłokowego i przestrzennych pozwala uzyskać pełną zgodność modeli tych elementów

LITERATURA

[1] Ahmad S.: Curved Finite Elements in the Analisis odf Solid, Shell and Plate Structures. Univ. of Swansea, April 1969. (Praca doktorska).

[2] Saruna K.S.:Transition Finite Elements for Three-Dimensional Stress Analysis. Int. J. Num. Met. Eng., vol.15, 1980, s. 991-1020.

[3] Zboiński G., Kubiak J.A.: Application of the Thick Shell and Transition Elements for Analisis of Long Turbine Blades: Part I - An Algorithm. W: Latest Advances in Steam Turbine Design, Blading, Repairs, Condition Assesment and Condenser Interaction. ASME, New York 1989.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН С ПОМОЩЬЮ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ, ОБОЛОЧЕЧНЫХ И ПЕРЕХОДНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. АЛГОРИТМ

Р е з ю м е

Представляется алгоритм для узопараметрического переходного элемента от пространственных к толстостенным оболочным элементом. Переходные, оболочные и пространстбенные элементы предлагается для моделирования разных части лопатки.

TURBOMACHINERY BLADE MODELLING WITH SOLID, THICK SHELL AND TRANSITION FINITE ELEMENTS. AN ALGORITHM

S u m m a r y

The paper presents an algorithm of isoparametric solid-to-shell transition element. The transition, thick shell and solid elements are proposed for modelling different parts of turbomachinery blades.