

Bolesław Dobrowolski, Zdzisław Kabza, Janusz Pospolita

Instytut Elektrotechniki

Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu

SYMULACJA CYFROWA PRZEPŁYWU PŁYNU LEPKOSPREŻYSTEGO PRZEZ KRYŻE

Streszczenie. Na podstawie równania reologicznego Phan-Thien-Tan-nera sformułowano model matematyczny przepływu płynu lepkospreżystego przez rurociąg z zainstalowaną kryzą. Równania modelu rozwiązano metodą różnic skończonych. Przedstawiono numeryczną analizę wpływu parametrów reologicznych płynu i liczby Weissenberga na wartość liczby przepływu kryzy.

Резюме. В работе представлена математическая модель протекания вязкоупругой жидкости через диафрагму. Эта модель основана на реологических уравнених Пан-Тхен-Таннера. Представлено числовой анализ влияния реологических свойств жидкости на коэффициент расхода диафрагмы.

Summary. A mathematical model of the flow of the viscoelastic fluid through a pipeline with the orifice has been formulated basing on Phan-Thien-Tanner rheological equations. The equations of this model have been solved with the finite difference method. Numerical analysis of influence of rheological parameters and the Weissenberg number on the discharge coefficient of the orifice has been presented.

1. WSTĘP

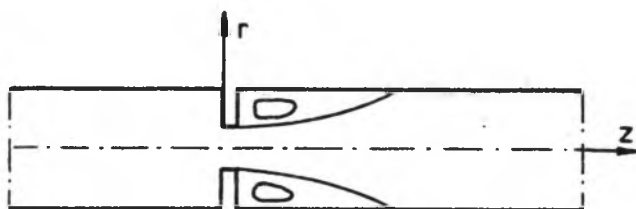
W praktyce przemysłowej niejednokrotnie zetknąć się można z przepływami płynów o odmiennych od newtonowskich własnościach reologicznych. Płynami takimi są przykładowo roztwory i stopy polimerów, kleje czy też różne płyny dwufazowe, które w pewnych warunkach traktować można jako ośrodki jednorodne o zmodyfikowanych własnościach reologicznych. Pewną grupę tego typu ośrodków, głównie roztworów polimerów o dużej masie cząsteczkowej, charakteryzuje występowanie

efektów wynikających z różnic naprężeń normalnych, m. in. efektu Weissenberga [8]. Występowanie tych efektów wyróżnia pewną grupę płynów, zwanych płynami lepkosprężystymi. Jak podkreślono w [9], własności reologiczne płynów lepkosprężystych są funkcją ich historii. Własności te nie dadzą się opisać jedynie zależnością naprężenie styczne - szybkość ścinania. Charakterystyka reologiczna tych płynów wymaga uwzględnienia zarówno naprężenia stycznego i szybkości ścinania, jak i pochodnych względem czasu obu tych wielkości. Niejednokrotnie się zdarza, że przy pewnych prędkościach ścinania różnica naprężeń normalnych może być większa od naprężenia stycznego. Określenie własności reologicznych takiego ośrodka wymaga zmierzenia nie tylko naprężenia stycznego, ale i różnicy naprężeń normalnych jako funkcji szybkości ścinania.

Praktyczną stroną przedstawionych badań numerycznych jest ocena możliwości wykorzystania kryzy do pomiaru przepływów płynów lepkosprężystych. Istotna jest odpowiedź na pytanie, w jakim zakresie parametrów charakteryzujących płyn, przepływ oraz przepływomierz można stosować zwięzki pomiarowe bez uwzględnienia różnic w charakterystykach $\alpha = f(Re)$ wynikających z lepkosprężystych cech ośrodka. Ze względu na dużą lepkość większości płynów lepkosprężystych analiza objąć powinna zwięzki specjalne [5, 7] stosowane przy przepływach charakteryzujących się małymi wartościami liczby Reynoldsa.

2. MODEL MATEMATYCZNY PRZEPŁYWU PŁYNU LEPKOSPŘEŻYSTEGO PRZEZ KRYŻĘ

Rozpatruje się przepływ płynu lepkosprężystego przez rurociąg z zainstalowaną kryzą (rys.1). Założono, że przepływ jest osiowosymetryczny, w przekroju wlotowym profil prędkości jest w pełni rozwinięty. Do opisu własności reologicznych płynu wykorzystano model Phan-Thien i Tannera [1] głównie ze względu na możliwość uzyskania stabilnych rozwiązań dla znacznie wyższych liczb Weissenberga ($We = \lambda \cdot v_{sr} / D$) charakteryzujących przepływy płynów lepkosprężystych niż w przypadku stosowania innych modeli, np. modelu Maxwella czy Oldroyda [3, 10].



Rys. 1. Układ przepływowy

Fig.1. The flow system

Model matematyczny oparto na równaniach ruchu płynu

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \quad (1)$$

gdzie

$$\tau = \tau^* + 2\eta_{\square} D,$$

równaniu ciągłości

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (2)$$

oraz równaniu reologicznym Phan-Thien-Tannera

$$\begin{aligned} \tau^* = & -\lambda \left(\frac{D\tau^*}{Dt} - L\tau^* - \tau^* L^T \right) - \epsilon \frac{\lambda}{\eta_{\square}} \text{tr}(\tau^*) \tau^* - \\ & - \lambda \xi \left(D\tau^* + \tau^* D^T \right) + 2\eta_{\square} D \end{aligned} \quad (3)$$

W równaniach powyższych v jest wektorem prędkości o składowych v_z , v_r , v_{θ} , gdzie v_z jest składową w kierunku osi z , v_r składową promieniową, v_{θ} składową kątową, w analizowanym przypadku równą zero, τ - tensorem naprężenia, L - tensorem gradientu prędkości, D - tensorem prędkości odkształcenia. Tensor naprężenia τ składa się z członu $2\eta_{\square} D$ wyrażającego udział naprężeń pochodzących od cieczy (rozpuszczalnika) newtonowskiej o lepkości η_{\square} oraz dodatkowego tensora τ^* ujmującego własności lepkoelastyczne płynu. Składowe tensora τ^* wyznacza się z równania reologicznego (3), w którym λ , η_{\square} , ϵ i ξ są parametrami fizycznymi analizowanego płynu lepkoelastycznego. Wielkość λ jest czasem relaksacji, η_{\square} określa lepkość ośrodka (parametr ten traktowany jest jako stały, $\eta_{\square} > \eta_{\square}$), ϵ i ξ określają udziały poszczególnych członów w równaniu

reologicznym. Parametr ϵ określa zachowanie się płynu lepkosprężystego przy przepływach rozciągających [2,9], ξ ujmuje własności płynu w procesie prostego ścinania.

Układ równań (1), (2) i (3) uzupełnia się odpowiednimi warunkami brzegowymi dla składowych wektora prędkości oraz dla składowych tensora naprężenia.

3. ALGORYTM OBLICZEŃ

Przedstawione równania modelu matematycznego rozwiązano metodą różnic skończonych. Konstrukcja siatki różnicowej oraz aproksymacja poszczególnych pochodnych jest analogiczna do przyjętej w symulacji cyfrowej przepływów płynów newtonowskich czy potęgowych [3, 4]. Równania dla poszczególnych składowych tensora naprężenia aproksymowano podobnie, stosując m. in. w schematach różnicowych członów konwekcyjnych różnice orientowane z prądem. Zasadnicza część algorytmu jest taka, jak dla płynów newtonowskich. Różnica polega na rozwiązaniu w podstawowym cyklu iteracyjnym równań dla składowych dodatkowego tensora naprężenia, które tworzą dodatkowe człony źródłowe w równaniach ruchu.

Rozwiązując równania różniczkowe modelu zastosowano relaksację wszystkich zmiennych, przyjmując wartość parametru relaksacji $0.3 + 0.5$ dla składowych wektora prędkości oraz $0.1 + 0.3$ dla składowych tensora naprężenia. Jako kryterium zbieżności przyjęto kryterium residualne, które postuluje spełnienie z założoną dokładnością równań różnicowych we wszystkich punktach siatki dla każdej zmiennej.

4. WYNIKI OBLICZEŃ

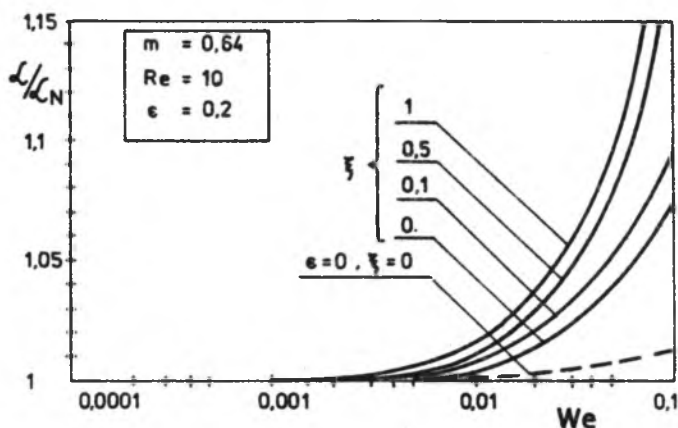
Na rys. 2 i 3 przedstawiono zależność liczby przepływu α kryzy od parametrów charakteryzujących przepływ oraz płyn lepkosprężysty. Wartość α odniesiono do liczby przepływu płynu newtonowskiego przy tym samym strumieniu masy i liczbie Reynoldsa

$$Re = \frac{v_{sr} D \rho}{\eta}$$

$$\eta = \eta_m + \eta_s$$

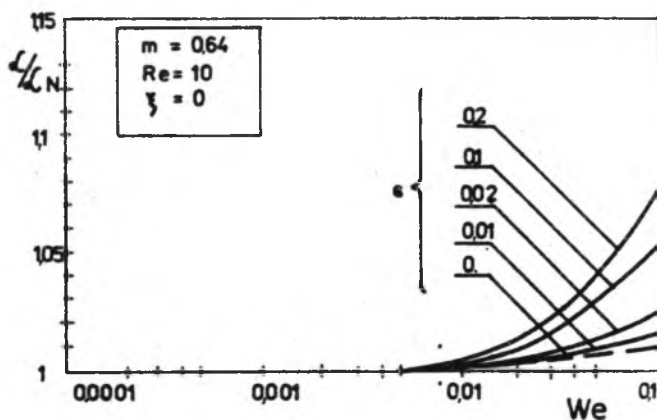
gdzie

Rysunek 2 przedstawia zależność α/α_N od liczby Weissenberga i parametru ξ . Widać, że istotne zmiany liczby przepływu występują gdy We przekroczy wartość 0.01, przy czym zmiany te są tym większe, im większa jest wartość parametru ξ . W przypadku płynu o $\epsilon=0$ i $\xi=0$, który opisuje równanie reologiczne Maxwella, zmiany te nie przekraczają 3% wartości α w zakresie liczb We 0 + 0.1 i Re 10 + 100. Podobnie przedstawia się, uwidoczniiony na rys. 3, wpływ ϵ na liczbę α , z tym, że w rozpatrywanym zakresie zmian ϵ zależność ta jest mniejsza niż w przypadku parametru



Rys. 2. Zależność liczby przepływu kryzy od liczby Weissenberga i parametru ξ

Fig. 2. Dependence of the discharge coefficient of the orifice on the Weissenberg and parametr ξ



Rys. 3. Zależność liczby przepływu kryzy od liczby Weissenberga i parametru ϵ

Fig. 3. Dependence of the discharge coefficient of the orifice on the Weissenberg number and parametr ϵ

reologicznego ξ . Badania numeryczne wykazały również, że wpływ ϵ na α jest największy, gdy $\xi=0$. Gdy ξ rośnie zależność α od ϵ jest coraz mniejsza. Wyniki te są zgodne z wynikami zamieszczonymi w pracach [2] oraz [6], w których analizowano przepływ płynu lepkosprężystego w układzie z nagłą kontrakcją.

6. LITERATURA

- [1] Bush M.B., Tanner R.I., Phan-Thien N.: A boundary element investigation of extrudate swell, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 18, 1985, 143 - 162.
- [2] Debrant B., Marchal I. M., Crochet M. J.: Numerical simulation of highly viscoelastic flows through an abrupt contraction, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 29, 1988, 119-146.
- [3] Dobrowolski B., Pospolita J.: Theoretical estimation of the differential pressure type flowmeters in presence of pulsation of the mass flux, *Arch. Mech.*, Vol 39, 1987, 571-588.
- [4] Dobrowolski B., Pospolita J.: Numeryczna analiza przepływu płynu potęgowego przez kryżę, *Arch. Hydrot.*, Vol. XXXVII, No. 1-2, 1990, 157-173.
- [5] Kabza Z.: Matematyczneskoje modelirovanie raschodomerow s suzajuszczimi ustrojstwami, *Maszynostrojenie*, Leningrad 1981.
- [6] Keuningas R., Crochet M.J.: Numerical simulation of the flow of a viscoelastic fluid through an abrupt contraction, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 14, 1984, 279 - 299.
- [7] Kriemlewskij P. P.: Raschodomy i szcoticiki koliczestwa. *Maszynostrojenie*, Leningrad 1975.
- [8] Wilkinson W.L.; *Ciecze nienewtonowskie*, WNT, Warszawa 1963.
- [9] Zahorski S.: *Mechanika przepływów cieczy lepkosprężystych*. Biblioteka Mechaniki Stosowanej. Warszawa-Poznań 1978.

NUMERICAL SIMULATION OF VISCOELASTIC FLUID THROUGH THE ORIFICE

The viscoelastic fluid flow through a pipeline with the orifice was analysed. For description of rheological properties of the fluid the Phan-Thien-Tanner model (equation 3) was used. The equations of the mathematical model were solved with the finite difference method. While solution of differential equations of the model relaxation of all variables was used. Numerical analysis of influence of rheological parameters and the Weissenberg number on the discharge coefficient of the orifice was presented.