

Józef SUŁKOWSKI

WYKORZYSTANIE ZASADY DUALIZMU W ALGORYTMIE
OBLICZANIA OPORU CAŁKOWITEGO
SIECI WENTYLACYJNYCH NORMALNYCH

Streszczenie. W artykule wykazano, że algorytm obliczania oporu całkowitego sieci wentylacyjnej normalnej - wykorzystujący tzw. tablicę schodkową - można interpretować jako tworzenie ciągu sieci przekształcanych dualnie, w połączeniu z likwidacją półwęzłów, aż do uzyskania jednego elementu zastępczego.

Sieci normalne są bowiem grafami płaskimi, dla których zgodnie z twierdzeniem teorii grafów możliwe jest konstruowanie grafów dualnych. Dla konstruowania sieci dualnych podano nową wersję algorytmu dostosowanego do grafów posiadających dwa wyróżnione wierzchołki (wejście, wyjście) zwanych SEC-grafami. Spłaszczalność SEC-grafów rozpatrzono podobnie jak w pracy Feldmana, jako specjalny sposób zanurzania grafu w płaszczyźnie z wykorzystaniem zmodyfikowanych grafów Kuratowskiego.

1. WPROWADZENIE

Zagadnienie obliczania oporu całkowitego sieci normalnej rozwiązane zostało około 100 lat temu, w początkowym okresie rozwoju teorii kopalnianej sieci wentylacyjnej. Stwierdził to już W. Budryk w przedmowie do pracy H. Czeczotta [4]. Systematyczny rozwój teorii sieci wentylacyjnej w latach następnych umożliwił zalgorytmizowanie obliczenia, czyli podanie dokładnego zestawu wskazań określającego proces obliczeniowy oporu całkowitego sieci normalnych w oparciu o określone dane początkowe. Algorytm ten znany obecnie pod nazwą tzw. tablicy schodkowej. Trudno wskazać jego odkrywcę, zasada porządkowania obliczeń według tablicy schodkowej wyjaśniona została szeroko przez H. Czeczotta w pracy [3] z roku 1925, ale sposób omówienia wskazuje na dygresję o problemie już znanym. H. Bystron uważa [2] że tablica ta została zaproponowana przez W. Budryka.

Znaczenie obliczania oporu całkowitego sieci normalnych, a tym samym wartość zastosowanego algorytmu, ujawniły się w zagadnieniu rozwiązywania rzeków powietrza w sieciach normalnych. Wprawdzie sieci normalne stanowią szczególną klasę sieci, rzadko spotykaną w praktyce, ale teoria rozwiązywania tych sieci rzutowała poważnie na rozwój aerologii górniczej jako nauki i znajduje jeszcze dotąd odbicie w praktycznych zasadach wentylacji kopalń, a zwłaszcza zwalczania pożarów kopalnianych. Przypuszczalnie jeszcze wiele nie odkrytych wartości poznawczych i utyli-

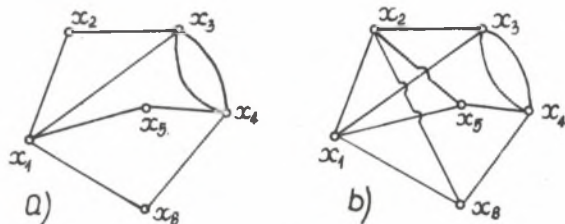
tarnych tkwi w sieciach normalnych, niektóre ujawniają się na przykład w związku z automatyzacją przewietrzania kopalń. Rozwój naukowej teorii sieci normalnych wymaga jednak znajdowania głębszych i ogólniejszych uzasadnień dla wykrywanych sposobów i algorytmów obliczeniowych używanych w działalności inżynierskiej. Naukowe uzasadnienie sposobu porządkowania obliczeń oporu całkowitego znaleźć można w oparciu o teorię grafów, topologię i wykorzystanie, znanej w różnych dziedzinach, zasady dualizmu (dwójności) i to właśnie jest celem dalszych rozważań w niniejszej pracy.

2. SPŁASZCZALNOŚĆ GRAFÓW I SIECI WENTYLACYJNYCH

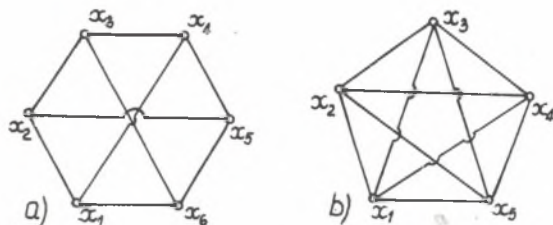
Rozpatrzmy graf $G = \langle X, R \rangle$ gdzie X jest zbiorem wierzchołków, a R dowolną relacją binarną określoną na zbiorze X . Relacja R wyróżnia określony podzbiór iloczynu kartezjańskiego $X \times X$.

Podgrafem grafu $G = \langle X, R \rangle$ nazywany jest dowolny graf $G' = \langle X', R_X' \rangle$, gdzie $X' \subseteq X$, a relacja R_X' jest relacją R ograniczoną do elementów zbioru X' . Grafem częściowym grafu G nazywany jest dowolny graf $G_c = \langle X, R' \rangle$ gdzie $R' \subseteq R$. Z kolei podgrafem częściowym grafu G nazywany jest graf $G_c = \langle X', R' \rangle$ gdzie $X' \subseteq X$ a relacja $R' \subseteq R_X'$ tzn. R' jest zawarta w przekroju relacji grafu wyjściowego $G = \langle X, R \rangle$ z wszystkimi wierzchołkami X podgrafu częściowego G_c . Inaczej mówiąc, podgraf częściowy jest grafem częściowym podgrafu.

Przypomnienie [1, 12] powyższych pojęć potrzebne jest dla zrozumienia kryterium spłaszczalności grafów.



Rys. 1. Przykłady grafu płaskiego (a) i nie-płaskiego (b)



Rys. 2. Grafy Kuratowskiego: (a) graf K_1 , (b) graf K_2

Grafem płaskim nazywany jest graf dający się odwzorować homeomorficznie na płaszczyźnie w ten sposób, że krawędzie nie mają punktów wspólnych prócz wierzchołków (rys.1). Kryterium rozstrzygające o spłaszczalności grafu topologicznego, przeniesione również na grafy algebraiczne, sformułowane zostało przez K. Kuratowskiego [7, 8] w postaci twierdzenia: graf jest płaski wtedy i tylko wtedy, gdy nie zawiera w sobie podgrafu częściowego, który byłby homeomorficzny z grafem półpełnym K_1 o sześciu wierzchołkach bądź z grafem pełnym K_2 o pięciu wierzchołkach. Grafy Kura-

towskiego K_1 i K_2 przedstawia rys. 2.

Stosowanie kryterium sprowadza się więc do szukania w grafie jakiegokolwiek podgrafu częściowego, który dałby się przekształcić do postaci przedstawionej na rys. 2. O grafie orzeka się, że nie jest spłaszczalny, gdy taki podgraf częściowy się znajdzie.

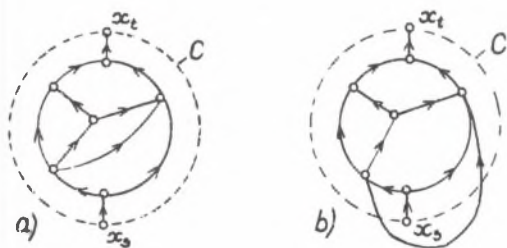
W pracy [11] podjęto próbę przystosowania kryterium Kuratowskiego, dla oceny spłaszczalności schematów kanonicznych - a tym samym sieci wentylacyjnych.

Schemat kanoniczny kopalnianej sieci wentylacyjnej może być bowiem traktowany jako graf $G = \langle X, R \rangle$ posiadający $n = |X|$ wierzchołków zwanych węzłami i $m = |R_X|$ krawędzi zwanych boczniciami. Nadanie orientacji bocznicom, tzn. rozpatrywanie prądów powietrza umożliwia skorzystanie z pojęcia sieci transportowej [10, 12] dla zdefiniowania sieci wentylacyjnej.

Siecią wentylacyjną $S = \langle X, \vec{R}, c \rangle$ nazywamy zorientowany, spójny graf posiadający dokładnie jeden węzeł wejściowy x_s i dokładnie jeden węzeł wyjściowy x_t i w którym każdej zorientowanej bocznicy (prądowi) $[x_i, x_j] \in \vec{R}_X$ przyporządkowana jest nieujemna liczba rzeczywista $c(x_i, x_j)$ nazywana przepustowością. Sieć wentylacyjna zbudowana jest więc w oparciu o specjalny rodzaj grafu tzw. SEC-graf [13], posiadający jedno wejście i jedno wyjście. Rozpatrzmy możliwość skorzystania z kryterium Kuratowskiego w celu określenia spłaszczalności SEC-grafów, gdyż warunek posiadania przez graf wyróżnionych wierzchołków (wejście, wyjście) nie odpowiada założeniom twierdzenia Kuratowskiego.

Zagadnienie spłaszczalności uważa się w topologii [8, 9] za część obszerniejszego zagadnienia dotyczącego zanurzania topologicznego zbiorów w powierzchniach. Mówi się wtedy, że zbiór X_1 jest zanurzalny w zbiorze X_2 jeśli jest homeomorficzny z podzbiorem zbioru X_2 . Grafy Kuratowskiego są w tym sensie niezanurzalne w płaszczyźnie, ale są zanurzalne w innych powierzchniach. Zagadnienie zanurzania grafu w płaszczyźnie można też nieco inaczej postawić. Za W.J. Feldmanem [5] rozpatrzmy takie zanurzenia grafu w płaszczyźnie, aby niektóre wcześniej ustalone wierzchołki grafu leżały w zadanym porządku na okręgu wybranym na płaszczyźnie a pozostałe

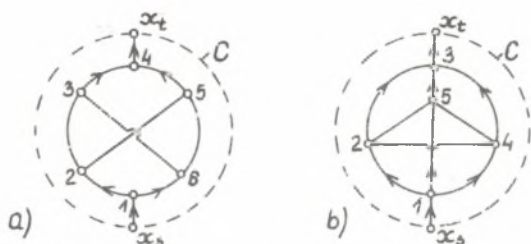
wierzchołki i krawędzie grafu znajdowały się wewnątrz tego okręgu. Wierzchołki leżące na okręgu nazywane są biegunami i Feldman nie ogranicza ich liczby. Zauważmy, że wierzchołki wejściowy i wyjściowy SEC-grafu mogą pełnić rolę biegunów leżących na okręgu C (rysunek 3).



Rys. 3. Przykład poprawnego (a) i błędnego (b) wyznaczenia położenia biegunów SEC-grafu na okręgu C

Przez spłaszczenie SEC-grafu będziemy więc roz-

mieć jego zanurzenie topologiczne w kole wyznaczonym okręgiem C . Kryterium Kuratowskiego wykorzystamy dla badań spłaszczalności SEC-grafów zgodnie z ideą zawartą w pracy [11], modyfikując niespłaszczalne grafy K_1 i K_2 do postaci SEC-grafów i opartych na nich sieci typu α i typu β .



Rys. 4. Elementarne sieci niespłaszczalne: (a) sieć S_α , (b) sieć S_β

Sieć S_α (rys. 4a) oparta jest o SEC-graf składający się z sześciu krawędzi trzeciego rzędu połączonych krawędziami w taki sposób, aby powstało tylko jedno skrzyżowanie. Sieć S_β (rys. 4b) oparta jest o SEC-graf składający się z pięciu połączonych krawędziami w taki sposób, aby powstało tylko jedno skrzyżowanie.

Wyróżnienie wierzchołków wejściowego i wyjściowego w sieciach S_α i S_β związane jest z nadaniem orientacji krawędziom SEC-grafów. Jednakże część krawędzi może posiadać orientację dowolną.

Stosowanie zmodyfikowanego kryterium Kuratowskiego dla zbadania spłaszczalności sieci wentylacyjnej polega na sprawdzeniu czy zawiera ona podgraf częściowy, do którego należą zawsze wejście i wyjście sieci, homeomorficzny z siecią S_α lub S_β . Realizujemy to sprawdzenie poprzez myślowe próby "nakładania" sieci S_α lub S_β na badaną sieć wentylacyjną w taki sposób, aby bieguny wraz z okręgami C ulegały pokryciu.

Zauważmy, że sieci S_α i S_β zawierają bocznicę przekątną w rozumieniu teorii sieci wentylacyjnej. Oznacza to, że warunkiem koniecznym, ale nie wystarczającym, niespłaszczalności dowolnej sieci wentylacyjnej jest zawieranie w niej bocznicę przekątnych. Sieci wentylacyjne normalne, na podstawie ich definicji, zbudowane są dzięki szeregowemu i równoległemu połączeniu bocznic normalnych - nie spełniają więc warunku koniecznego dla ich niespłaszczalności. Każda sieć wentylacyjna normalna jest siecią płaską.

3. DUALIZM SIECI WENTYLACYJNYCH PŁASKICH

Zasada dualizmu należy do podstawowych postulatów geometrii rzutowej. Sformułował ją w 1826 r. Józef Diez Gergonne (1771-1859) wykazując, że wszelkie twierdzenia geometrii rzutowej, dotyczące wzajemnego położenia punktów i prostych na płaszczyźnie lub punktów i płaszczyzn w przestrzeni, występują parami, w których jedno z twierdzeń przekształca się w drugie przez zamianę wyrazów "punkt" i "prosta" (lub płaszczyzna) oraz wyrazów "leży na" i "przecina się". Przykładowo znane twierdzenie: "każde dwa punkty leżą na jednej prostej" przekształca się na twierdzenie dualne: "każde dwie proste przecinają się w jednym punkcie".

Wkrótce po odkryciu przez J.D. Gergonne'a dualności geometrii rzutowej stwierdzono, że przysługuje ona także innym systemom aksjomatyzowanym.

Pojawiła się dualna algebra Bolle'a, przeniesiono zasadę dualizmu do elektrotechniki, programowania matematycznego, teorii grafów i innych dziedzin nauki.

W teorii grafów [1, 12] istnieje słynne twierdzenie H. Whitney'a [14], że dla każdego grafu płaskiego $G = \langle X, R \rangle$ można skonstruować graf $G^* = \langle X^*, R^* \rangle$ dualny względem niego.

Grafowe zdefiniowanie sieci wentylacyjnej gwarantuje działanie zasady dualizmu również w tych sieciach.

Przejawem istnienia zasady dualizmu są dwie postaci równań charakterystyki oporu wentylacyjnego.

Znany związek między spadkiem naporu H , wydatkiem przepływu \dot{V} oraz oporem R ma postać:

$$H = R \dot{V}^2 \operatorname{sgn} \dot{V} \quad (1)$$

Pary wielkości dualnych można oczywiście tworzyć z wielkości dotyczących odpowiednio prądu powietrza lub wyrobiska. W równaniu (1) zauważamy brak drugiej wielkości charakteryzującej wyrobisko oraz nieliniową odpowiedniość między spadkiem naporu a wydatkiem przepływu. Brakującą wielkość oznaczymy przez T i tworzymy pary dualne w taki sposób, aby przeciwstawić element kwadratowy elementowi liniowemu i odwrotnie:

$$H \rightarrow \dot{V}^2 \quad (2)$$

$$\dot{V}^2 \rightarrow H \quad (3)$$

$$R \rightarrow T^2 \quad (4)$$

$$\operatorname{sgn} \dot{V} \rightarrow \operatorname{sgn}^2 H \quad (5)$$

Zmieniając położenie wielkości we wzorze (1) według odpowiedności (2)-(5) uzyskujemy znaną dualną postać równania charakterystyki oporu:

$$\dot{V}^2 = T^2 H \operatorname{sgn}^2 H \quad (6)$$

lub

$$\dot{V} = T \sqrt{|H|} \operatorname{sgn} H \quad (7)$$

Skojarzenie wzorów (1) i (6) prowadzi do związku między wielkościami R i T :

$$R T^2 = 1 \quad (8)$$

Wielkość T nazywana jest temperamentem i do aerologii górniczej wprowadzona została przez Devilleza. Bardziej znaną wielkością dualną do oporu jest otwór równoznaczny.

Rozpatrzmy dalej sieć wentylacyjną o n węzłach i m bocznicach, wktó-

rej każdej boczniczy przyporządkowano spadek napęru H_1 . Stanem depresyjnym sieci nazywać się będzie zbiór wartości liczbowych spadku napęru H_1 mierzonych jednocześnie we wszystkich bocznicach sieci. Wektor H o współrzędnych będących wartościami liczbowymi spadków napęru H_1 dla jednego stanu depresyjnego danej sieci nazywamy wektorem depresyjnym. W oparciu o wybrane dowolne drzewo sieci tworzymy macierz cyklomatyczną.

$$C = \begin{bmatrix} c_1^1 & \dots & \dots & \dots & c_1^m \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ c_{m-n+1}^1 & \dots & \dots & \dots & c_{m-n+1}^m \end{bmatrix}, \quad (9)$$

dla której $c_j^i = \begin{cases} +1, & \text{gdy orientacja boczniczy } i \text{ jest zgodna z orientacją cyklu } j, \\ -1, & \text{gdy jest przeciwnie,} \\ 0, & \text{gdy brak incydencji między bocznicą } i \text{ a cyklem } j. \end{cases}$

Za pomocą macierzy cyklomatycznej i wektora depresyjnego można zapisać II prawo Kirchhoffa

$$C \cdot H = 0 \quad (10)$$

Przyporządkujmy też każdemu prądowi w bocznicach sieci wydatek przepływu \dot{V}_1 . Stanem przepływowym sieci nazywać się będzie zbiór wartości liczbowych wydatku przepływu \dot{V}_1 mierzonych jednocześnie we wszystkich bocznicach sieci.

Wektor \dot{V} o współrzędnych będących wartościami liczbowymi wydatków \dot{V}_1 dla jednego stanu przepływowego danej sieci nazywamy wektorem przepływowym. Utwórzmy macierz incydencji

$$S = \begin{bmatrix} s_1^1 & \dots & \dots & \dots & s_1^m \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ s_{n-1}^1 & \dots & \dots & \dots & s_{n-1}^m \end{bmatrix}, \quad (11)$$

dla której $s_j^i = \begin{cases} +1, & \text{gdy powietrze w boczniczy } i \text{ dopływa do węzła } j, \\ -1, & \text{gdy płynie odwrotnie,} \\ 0, & \text{gdy brak incydencji między węzłem } j \text{ a bocznicą } i. \end{cases}$

Za pomocą macierzy incydencji i wektora przepływowego zapisujemy I prawo Kirchhoffa:

$$S \cdot \dot{V} = 0 \quad (12)$$

Macierz incydencji w każdej kolumnie posiada tylko dwa elementy różne od zera (+1, -1), gdyż do krawędzi przylegać mogą dwa wierzchołki. Z kolei przy ustaleniu macierzy cyklomatycznej dla grafu płaskiego można wybrać drzewo w sposób szczególny, aby każda krawędź należała najwyżej do dwóch cykli. W grafie płaskim charakterystyczne są części płaszczyzny ograniczone przez krawędzie, ale nie przecinane przez nie, nazwiemy je komórkami. Można w taki sposób wybrać drzewo w grafie, aby skonstruowany w oparciu o nie zbiór cykli niezależnych był izomorficzny ze zbiorem komórek. Dokładnie dwa różne od zera elementy w każdej kolumnie macierzy incydencji uzyskuje się po dołączeniu do zbioru cykli - komórek tzw. cyklu odniesienia, obejmującego krawędzie obrysu grafu.

W efekcie, utrzymana w przedstawiony sposób macierz cyklomatyczna dla sieci płaskiej S może być macierzą incydencji innej sieci S^* , jeśli spełnione będą warunki:

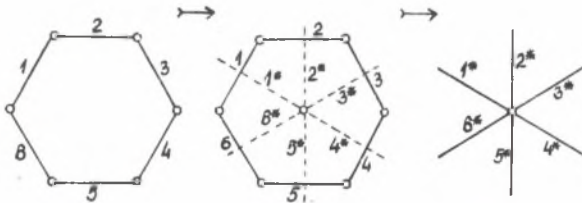
$$g(S) = v(S^*) \quad (13)$$

$$v(S) = g(S^*), \quad (14)$$

gdzie: $v = m-n+1$ liczba cyklomatyczna sieci

$g = n-1$ stopień sieci.

Odpowiedniość dualna między macierzami S i C pociąga za sobą pełny dualizm praw Kirchhoffa oraz dualizm między węzłem sieci a cyklem - komórką sieci S^* (rys. 5).



Rys. 5. Dualizm między węzłem i cyklem - komórką sieci

Dzięki temu łatwo podać algorytm konstrukcji sieci S^* dualnej do sieci płaskiej S , zmodyfikowany w stosunku do literatury [1, 6, 12]:

krok 1: przez węzły wejścia i wyjścia (bieguny) sieci S przeprowadzić prostą (sieczną), dzieląc okrąg C na dwa półokręgi C_1 i C_2 ,

krok 2: umieścić na półokręgach C_1 i C_2 po jednym nowym węźle, które będą biegunami nowej sieci S^* ,

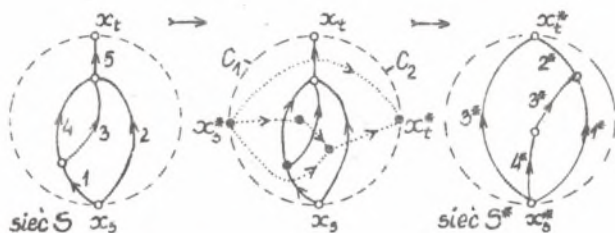
krok 3: określić liczbę cykli - komórek w sieci S i ustalić dodatni obieg cykli - komórek zgodnie z ruchem wskazówek zegara,

krok 4: umieścić w każdym cyklu - komórce sieci S węzeł nowej sieci S^* ,

krok 5: węzły sieci S^* (wraz z biegunami) połączyć nowymi bocznicami, jeśli leżą one w cyklach - komórkach posiadających wspólne bocznicę. Każdej wspólnej boczniczy dwóch cykli - komórek w sieci S odpowiadać musi nowa bocznicą w sieci S^* ,

krok 6: nadać orientację bocznicom nowej sieci według reguły prawej ręki, tzn. cztery palce ułożyć zgodnie ze zwrotem boczniczy sieci S , a kciuk wskazać zwrot boczniczy sieci S^* .

Przykład konstrukcji sieci dualnej przedstawia rys. 6. Zauważmy na nim, że w sieci dualnej obok węzłów mogą się pojawiać półwęzły, tzn. węzły, do których przylegają tylko dwie bocznicę.

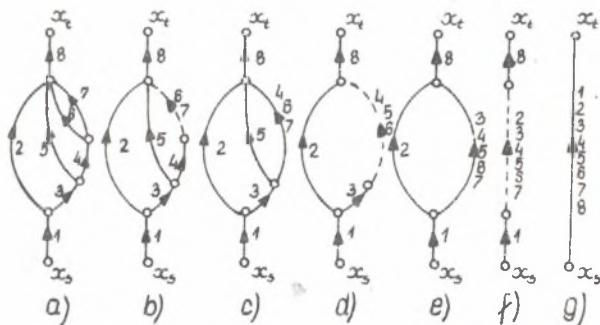


Rys. 6. Przykład konstrukcji sieci S^* dualnej do sieci S

4. ALGORYTM OBLICZANIA OPORU CAŁKOWITEGO SIECI NORMALNEJ JAKO PROCES JEJ DUALNEGO PRZEKSZTAŁCANIA

Algorytm obliczania oporu całkowitego sieci normalnej wykorzystuje tzw. tablicę schodkową, której kolejne (na prawo) kolumny odpowiadają bocznicom klasy $0, 1, 2, \dots, N$.

W każdej kolumnie wydzielone są dwie podkolumny: lewa charakteryzująca temperament (T) lub otwór równoznaczny (A), druga opór (R) boczniczy. W tabelicy 1 przedstawiono budowę tablicy schodkowej dla sieci z rys. 7a. Sumowanie wartości liczbowych musi odpowiadać rodzajowi połączenia bocznic, opory sumowane są dla połączenia szeregowego, temperamenty dla



Rys. 7. Kolejne postacie sieci normalnej redukowanej wg tablicy schodkowej

Tablica 1

Tablica schodkowa obliczania oporu całkowitego sieci
z rys. 7

Nr bocznic	Klasa 0		Klasa 1		Klasa 2		Klasa 3	
	T	R	T	R	T	R	T	R
6							T ₆	←R ₆
7							T ₇	←R ₇
67						R ₆₇	←T ₆₇	
4						R ₄		
467					T ₄₆₇	←R ₄₆₇		
5					T ₅	←R ₅		
4567				R ₄₅₆₇	←T ₄₅₆₇			
3				R ₃				
34567			T ₃₄₅₆₇	←R ₃₄₅₆₇				
2			T ₂	←R ₂				
234567		R ₂₃₄₅₆₇	←T ₂₃₄₅₆₇					
1		R ₁						
8		R ₈						
12345678	T ₁₂₃₄₅₆₇₈	←R ₁₂₃₄₅₆₇₈						

połączenia równoległego. Wymaga to śledzenia grafu sieci w czasie wypełniania tablicy.

Obliczenia rozpoczyna się od bocznic klasy najwyższej, redukując stopniowo ilość klas i bocznic aż do osiągnięcia jednego elementu w klasie zero. Rys. 7b do 7g obrazują kolejną redukcję sieci początkowej.

Wartości liczbowe wpisywane w tablicy w kolejności redukcji układają się w formie charakterystycznych schodków. Przeliczenia wartości oporu R i temperamentu T są w tablicy sygnalizowane strzałką. Pokażemy obecnie, że tablica schodkowa wykorzystuje w ukrytej formie przekształcenie dualne sieci.

Dualizm przejścia między podkolumnami oporów i temperamentów, w ramach tej samej klasy lub różnych klas, jest wyrazem dualizmu między oporem i temperamentem, co jak wykazano wiąże się z dualizmem równań charakterystyki oporu wentylacyjnego. Kolejne redukcje klas mogą być interpretowane jako dualne przekształcenia sieci początkowej. Jak wcześniej wykazano, do każdej sieci normalnej skonstruować można sieć dualną. Jeśli w sieci występowały cykle-komórki składające się z dwóch bocznic (połączenie równoległe) to w sieci dualnej odpowiadać im będą półwęzły. Półwęzły są charakterystyczne dla połączenia szeregowego i w sieciach nie mają znaczenia z uwagi na trywializowanie się, w odniesieniu do nich, I prawa Kirchhoffa. Własność addytywności charakterystyk elementów połączenia szeregowego umożliwia likwidację półwęzłów przez bezpośrednie łożenie wartości odpowiadających tym charakterystykom.

Odrzucenie półwęzłów prowadzi do uproszczenia sieci, gdyż powtórzenie konstrukcji sieci dualnej dla sieci ze zlikwidowanymi półwęzłami nie ujawni już cykli-komórek, z których pierwotnie powstały. Bez odrzucenia półwęzłów, uzyskano by wtedy sieć pierwotną. Powtórne (dualne) przekształcenie sieci jest również możliwe, ponieważ sieć dualna jest także płaska.

Istnieje odpowiedniość między usystematyzowanym tokiem obliczeń w tablicy schodkowej i przechodzeniem od jednej do drugiej podkolumny a dualnym przekształceniem grafu. Aby zlikwidować bocznicę najwyższej klasy należy pozbyć się połączenia równoległego, które one tworzą. Dualne przekształcenie sieci powoduje utworzenie półwęzłów umożliwiając ich likwidację, ale powstała struktura sieci nie odpowiada pierwotnej klasyfikacji bocznic. Dopiero kolejne dualne przekształcenie przywraca pierwotną strukturę zmienioną tylko brakiem bocznic klasy najwyższej. Trzecie przekształcenie podobnie zaburza pierwotny obraz sieci, aby w czwartym przywrócić ją znowu bez bocznic najwyższej klasy. Łatwo zauważyć, licząc w kolejności przekształcenia, że nieparzyste powodują zmianę struktury sieci umożliwiającą jej uproszczenie a parzyste przywracają strukturę quasi-pierwotną, ale bez bocznic klasy najwyższej. Proces ten ująć można schematycznie w formie ciągu kolejnych sieci:

$$S_N \xrightarrow{(1)} S_N^* \xrightarrow{(2)} S_{N-1} \xrightarrow{(3)} S_{N-1}^* \xrightarrow{(4)} \dots \xrightarrow{(j)} S_1 \xrightarrow{(j+1)} S_1^* \xrightarrow{\dots} S_0 \xrightarrow{(2N)} S_0^* \xrightarrow{(2N+1)} S_0^*$$

gdzie: i - klasa sieci równa klasie najwyższej występujących w niej bocznic ($i = 1, 2, \dots, N$),

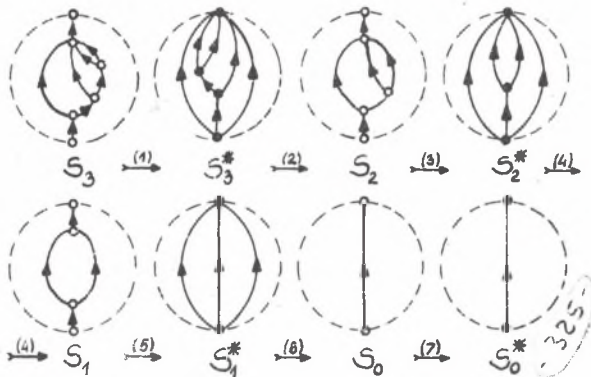
(j) - numer przekształcenia sieci ($j = 2N+1-2i$).

Liczba elementów ciągu (15) odpowiada liczbie podkolumn w tablicy schodkowej, natomiast liczba par ($S_i \rightarrow S_i^*$) jest równa liczbie kolumn w tablicy schodkowej. Liczba przekształceń dualnych sieci równa się natomiast liczbie przejść (oznaczonych w tablicy schodkowej strzałkami) między podkolumnami tablicy. Przywracanie struktury quasi-pierwotnej musi się też wiązać z przywracaniem zwrotów bocznicom. Do przekształceń o numerach parzystych stosować się będzie przeciwna reguła nadawania zwrotów, a mianowicie reguła lewej ręki.

Regułę prawej ręki stosujemy dla przekształceń o numerach nieparzystych. Naprzemianległe użycie jednej i drugiej reguły orientowania bocznicy zapewnia prawidłowy zwrot bocznicy zastępczej dla sieci.

Widzimy więc, że algorytm obliczania oporu całkowitego, oparty na tablicy schodkowej, jest w rzeczywistości algorytmem wykorzystującym ciąg dualnych przekształceń sieci pierwotnej połączony z likwidacją półwęzłów.

Ciąg dualnych przekształceń sieci posiada właściwość przywracania części struktury pierwotnej utworzonej przez bocznicę niższych klas. Bocznicę klasy najwyższej są natomiast odrzucane. Sposób konstrukcji sieci dualnej jest dla całego algorytmu identyczny, oprócz reguły nadawania zwrotów, która musi być przeciwna dla każdych dwóch kolejnych przekształceń.



Rys. 8. Postacie dualne przekształconych sieci odpowiadających ciągowi (16)

Przykład procesu dualnych przekształceń sieci normalnej z rys. 7 dla obliczenia oporu całkowitego sieci przedstawia rys. 8. Ciąg przekształceń sieci pierwotnej według schematu

$$S_3 \xrightarrow{(1)} S_3^* \xrightarrow{(2)} S_2 \xrightarrow{(3)} S_2^* \xrightarrow{(4)} S_1 \xrightarrow{(5)} S_1^* \xrightarrow{(6)} S_0 \xrightarrow{(7)} S_0^* \quad (16)$$

można porównać z tablicą schodkową (tabl. 1) zestawioną dla tej samej sieci.

LITERATURA

- [1] Berge C.: Théorie des graphes et ses applications. Dunod, Paris 1958 (tłum. ros. Moskwa 1962).
- [2] Bystroń H. i inni: Poradnik Górnika, t. 3, Dział I. Przewietrzanie kopalń. Śląsk, K-ce, s. 106-107.
- [3] Czeczott H.: Teoria prądów przekątnych. Prace AG z. 1, K-ce, 1925.
- [4] Czeczott H.: Regulacja za pomocą depresji dodatkowej w systemach normalnych prostych. K-w, 1931.
- [5] Fel'dman V. Je.: Teorema o płaskich setjach. Kibernetika, nr 6, 1973, s. 28-33.
- [6] Kudriavcev L. D.: O niekötorych matematycznych woprosach teorii elektrycznych cepej. Uspechi matem. nauk. t. 3, nr 4, 1968, s. 80-118.
- [7] Kuratowski K.: Sur le problème des courbes gauches en Topologie. Fund. Math., 15 (1930), s. 274-283.
- [8] Kuratowski K.: Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, W-wa, 1965, s. 198-201.
- [9] Lelek A.: Zbiory. PZWS, W-wa, 1966, s. 235-238.
- [10] Simmonard M.: Programowanie liniowe, PWN, W-wa, 1967, s. 249-287.
- [11] Sułkowski J.: Topologiczne kryterium odwikłania schematów kanonicznych sieci wentylacyjnych. Przegl. Górń. nr 2, 1970.
- [12] Szamkołowicz L.: Teoria grafów skończonych. Ossolineum, PAN 1971.
- [13] Tabakow I. G.: Teoria systemów diagnozowalnych. Pr. Nauk. ICT Pol. Wr., s. Monografie, z. 5, W-w, 1975.
- [14] Whitney H.: Nonseparable and planar graphs. Trans. Ann. Mathem. Soc., vol. 34, 1932, s. 339-368.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИНЦИПА ДУАЛИЗМА В АЛГОРИТМЕ РАСЧЁТА
ПОЛНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Р е з ю м е

В статье показывается, что алгоритм расчёта полного сопротивления нормальных вентиляционных сетей - использующий, так называемую, уступчатую таблицу - можно интерпретировать, как образование серии сетей преобразовываемых дуально, в соединении с ликвидированием полуузлов, вплоть до получения одного заменяющего элемента. Нормальные сети являются плоскими графами, для которых, согласно с положением теории графов, возможно конструирование дуальных графов.

UTILIZATION OF THE DUALISM PRINCIPLE IN THE ALGORITHM
OF THE TOTAL RESISTANCE COMPUTATION IN THE NORMAL
VENTILATION NETWORK

S u m m a r y

It has been in the paper demonstrated that the algorithm of the total resistance computation in the normal ventilation network - utilizing so called stepping board - can be interpreted as a creation of networks sequences, transformed in a dual way, linked with the liquidation of elements of pair, until one substituting element has been achieved.

Normal networks are only flat graphs, for which, in accordance with the assumption of a graph theory, making of dual graphs is possible.