

Andrzej KOSIOR, Zbigniew OSIŃSKI, Jerzy WRÓBEL

Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

SYMULACYJNE BADANIE WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH UKŁADU NIELINIOWEGO
Z PĘTLĄ HISTEREZY

Streszczenie. W pracy badano układ dynamiczny zawierający model połączenia sprężystej listwy w zacisku, przy uwzględnieniu tarcia konstrukcyjnego. Układ jest nieliniowy z krzywoliniową pętlą histerezy opisującą własności sprężysto-tłumiące układu. Podczas drgań swobodnych badano własności tłumiące układu. Wyznaczono również krzywe rezonansowe przy działaniu na układ wymuszenia harmonicznego.

THE SIMULATION INVESTIGATION OF A DYNAMIC PROPERTIES OF A NONLINEAR
SYSTEM WITH HYSTERESIS LOOP

Summary. In the paper the dynamic system with a model of joint with a structural friction which occurs in an elastic strip fasten in a clamp is considered. The system is nonlinear with nonlinear hysteresis loop which describes the elasto - damping properties of the system in a case of free vibration are tested. The resonance curves under harmonic excitation are obtained as well.

СИМУЛЯЦИЯ ИСПЫТАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНОЙ
СИСТЕМЫ С ПЕТЛЕЙ ГИСТЕРЕЗИЦА

Резюме. В работе проведено исследование система динамического модели соединения упругой полосы в задержке, с учётом конструкционного трения. Система является нелинейной из криволинейной петлю гистерезиса, которая представляет упруго - демпфированные свойства система. Во время свободных колебаний исследовано демпфированные свойства система. Определено также резонансные кривые система при гармонической вынуждении.

1. WSTĘP

Tłumienie drgań maszyn tarcie konstrukcyjnym jest jednym z głównych składników tłumienia drgań [1,2].

Tarcie konstrukcyjne jest jednym z naturalnych rodzajów rozpraszania energii i tłumienia drgań, obok tłumienia drgań w ośrodku oraz poprzez tarcie wewnętrzne w materiale. Badania tarcia konstrukcyjnego odnoszą się do uproszczonych fizycznych modeli połączeń elementów maszyn i przeprowadza się je przy założeniach:

- 1) materiał elementów połączenia jest doskonale sprężysty,
- 2) intensywność sił tarcia na powierzchni poślizgu elementów tworzących połączenie opisuje się prawem tarcia suchego.

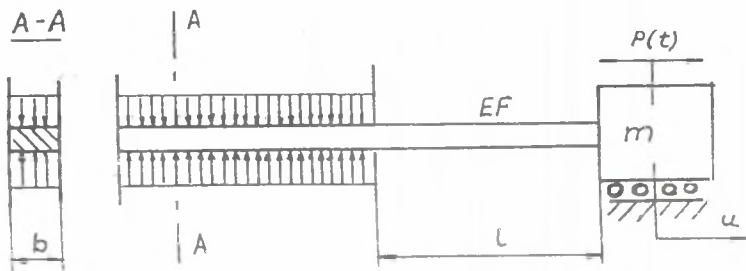
Pomimo przyjęcia założeń upraszczających otrzymano wiele wyników teoretycznych potwierdzonych doświadczalnie [1].

Przy analizie układów z tarcie konstrukcyjnym uwzględnia się siły tarcia na powierzchni połączonych ze sobą elementów oraz ich odkształcenia sprężyste.

W pracy badano własności tłumiące układu dynamicznego zawierającego model połączenia sprężystej listwy w zacisku podczas drgań swobodnych i przy działaniu na układ wymuszenia harmonicznego.

2. MODEL UKŁADU

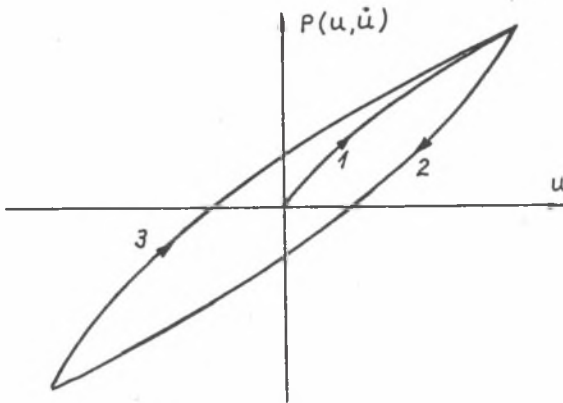
Jednym z fizycznych modeli rozpatrywanych przy badaniu tarcia konstrukcyjnego jest model sprężystej listwy zaciśniętej z jednej strony na części długości w docisku a z drugiej strony poddany obciążeniu siłą wzdłużną [1,2] - rys.1.



Rys. 1. Model fizyczny układu
Fig. 1. Physical model of a system

Siła wzdłużna oddziałuje na ciało o masie skupionej połączone z listwą, powodując powstawanie jednostkowych sił tarcia w zamocowaniu listwy w uchwycie oraz poślizg części listwy względem uchwytu. Zakłada się, że zakres obciążenia nie spowoduje całkowitego względnego poślizgu listwy względem uchwytu. Listwa zaciśnięta jest w uchwycie dociskiem jednostkowym p ($p = \text{const}$).

Siła opisująca własności sprężysto-tłumiące połączenia listwy w uchwycie ma postać pętli histerezy - rys. 2.



Rys. 2. Histereza konstrukcyjna połączenia listwy w uchwycie
Fig. 2. The structural histeresis for joint with a strip in a clamp

Opis pętli histerezy przedstawiają następujące zależności [3]:

- etap 1

$$P(u, \dot{u}) = q_0 \text{sgn} \dot{u} \left[-1 + \sqrt{1^2 + \frac{2}{\nu} u \text{sgn} \dot{u}} \right] \quad (1)$$

- etapy 2 i 3

$$P(u, \dot{u}) = q_0 \text{sgn} \dot{u} \left[-1 - \sqrt{1^2 - \frac{2}{\nu} u_N \text{sgn} \dot{u}} + 2 \sqrt{1^2 + \frac{1}{\nu} (u - u_N) \text{sgn} \dot{u}} \right] \quad (2)$$

gdzie: q_0 - jednostkowa siła tarcia rozwiniętego na powierzchni styku listwy w uchwycie

$$q_0 = 2\mu b \quad (3)$$

p - docisk jednostkowy, μ - współczynnik tarcia, b - szerokość listwy, l - długość swobodna listwy, E - moduł Younga, u_N - amplituda przemieszczenia ciała, ν - współczynnik sprężysto-tłumiący połączenia

$$\nu = \frac{q_0}{EF} \quad (4)$$

F - przekrój poprzeczny listwy.

Równanie ruchu układu przedstawionego na rys. 1 ma postać

$$m\ddot{u} + P(u, \dot{u}) = P(t) \quad (5)$$

gdzie: m - masa ciała, $P(u, \dot{u})$ - siła opisująca własności sprężysto - tłumiące połączenia, $P(t)$ - wymuszenie zewnętrzne, u - przemieszczenie ciała o masie m . Równanie różniczkowe (5) opisujące drgania układu przedstawionego na rys.1 jest nieliniowe ze względu na charakter siły sprężysto-tłumiącej $P(u, \dot{u})$.

3. SYMULACYJNE BADANIE DRGAŃ UKŁADU

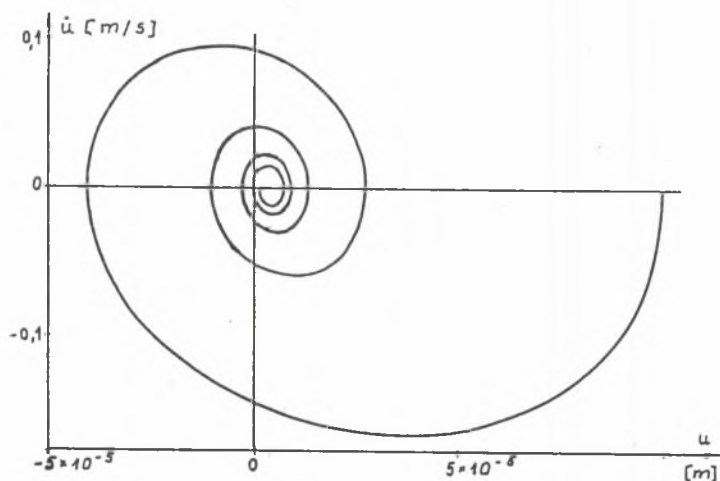
W celu przedstawienia własności tłumiących układu zaprezentowanego na rys. 1 rozpatrzono jego drgania swobodne opisane równaniem otrzymanym z równania (5)

$$m\ddot{u} + P(u, \dot{u}) = 0 \quad (6)$$

Równanie różniczkowe (6) rozwiązano numerycznie wykorzystując metodę Rungego-Kutty IV rzędu z modyfikacją Gilla [4].

Obliczenia przeprowadzono dla danych: $m=10$ kg; $p=10^6$ N/m²; $\mu=0,2$; $b=0,025$ m; $h=0,004$ m; $l=0,1$ m; $E=2 \cdot 10^{11}$ N/m².

Na rys. 3 przedstawiono drgania swobodne układu na płaszczyźnie fazowej $\dot{u}=f(u)$. Z rysunku wynika, że drgania układu w pewnym zakresie amplitud szybko zanikają.



Rys. 3. Drgania swobodne układu na płaszczyźnie fazowej
Fig. 3. The free vibration of a system on the phase plane.

W celu określenia charakteru krzywej rezonansowej układu przedstawionego na rys. 1 rozpatrzono drgania układu wymuszone siłą harmoniczną.

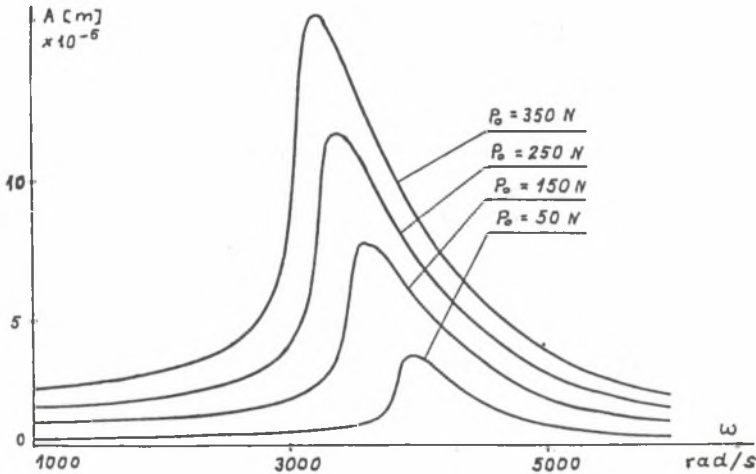
Równanie różniczkowe ruchu układu (5) przyjmie postać

$$\ddot{m}\bar{u} + P(u, \dot{u}) = P_0 \sin \omega t \quad (7)$$

gdzie: P_0 - amplituda siły wymuszającej, ω - częstość siły wymuszającej.

Równanie różniczkowe (7) rozwiązano podobnie jak równanie (6).

Na podstawie wyników otrzymanych z numerycznego rozwiązania równania różniczkowego (7) wykreślono krzywe rezansowe układu dla kilku wartości amplitudy P_0 siły wymuszającej, przedstawione na rys. 4.



Rys. 4. Krzywe rezansowe układu
Fig. 4. The resonance curves of a system

Z rys. 4 wynika, że krzywe rezansowe układu mają bardziej ostry spadek po stronie niższych częstości wymuszenia. Amplituda maksymalna przemieszczenia w rezonansie przesuwają się w stronę niższych częstości przy wzroście amplitudy siły wymuszającej.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Rozpatrywany układ dynamiczny zawierający model listwy zaciśniętej w uchwycie przedstawiony na rys. 1 jest układem nieliniowym z krzywoliniową pętlą histerezy.

Badanie drgań swobodnych wykazało dobre własności tłumiące układu dla przyjętych wartości parametrów układu.

Badanie drgań wymuszonych siłą harmoniczną zmienną pozwala na stwierdzenie, że badany układ jest nieliniowy z miękką charakterystyką sztywności. Krzywe rezansowe układu mają bardziej ostry spadek po stronie niższych

częstości wymuszenia. Amplituda maksymalna przemieszczenia w rezonansie przesuwana się w stronę niższych częstości przy wzroście amplitudy siły wymuszającej. Krzywe odpowiedzi układu na wymuszenie siłą harmoniczną zmienną są jednoznaczne.

LITERATURA

- [1] Kalinin N.G. i inni: Konstrukcyjne tłumienie w nierozłącznych połączeniach, Wyd. Ak. Nauk Łot. Ryga 1960 (po rosyjsku).
- [2] Osński Z.: Tłumienie drgań mechanicznych, PWN, Warszawa 1979.
- [3] Kosior A.: Wpływ tłumienia konstrukcyjnego na drgania układu przy wymuszeniu przypadkowym, III Konferencja "Metody i środki projektowania automatycznego", Zbiór referatów, Warszawa 1981.
- [4] Wróbel J.: Symulacyjne badanie jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika z. 92, WPW, Warszawa 1985.

Recenzent: Prof. Antoni Jakubowicz

Wpłynęło do Redakcji dnia 18.11.1992

Abstract

The investigation of structural damping is engaged for simplified typical physical models of machine joints under the following assumptions [1,2]: the material of joint elements is elastic and the intensity of friction forces on slip surfaces of joint elements is described by dry friction.

Theoretical results obtained for a physical systems with structural friction were experimentally certified [1].

The one of the physical models considered during the investigation of structural damping is the model of an elastic strip pressed down to a foundation and loaded by longitudinal force [1,2] - fig. 1. The system is nonlinear with nonlinear hysteresis loop which describes the elasto-damping properties of the system. The hysteresis loop is presented on fig. 2 and by equations (1) and (2). The digital simulation technique is applied for investigation of this nonlinear system in case of free vibration and in case of harmonic excitation. Fig. 3 shows the free vibration results on a phase plane. Fig. 4 illustrates the resonance curves obtained for a different amplitudes of an harmonic excitations. In conclusions it is underlined that dynamic systems with structural friction have good damping properties.