

Seria: MECHANIKA z. 113

Nr kol. 1198

Dariusz STYŚ, Maciej MINCH

Instytut Budownictwa
Politechnika WrocławskaZASTOSOWANIE MECHANIKI ZNISZCZENIA W PROGNOZOWANIU KIERUNKU PROPAGACJI
RYS W ELEMENTACH BETONOWYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono trzy hipotezy prognozowania kierunku rozwoju pęknięcia w betonie. Podstawowe związki fizyczne sformułowano na podstawie mechaniki zniszczenia. Uzyskane wyniki obliczeń porównano z rezultatami badań belek betonowych ze szczelinami. Parametry pola naprężeń w sąsiedztwie szczeliny wyznaczono numerycznie wykorzystując dane uzyskane metodą warstwy powierzchniowej.

EVALUATION OF THE DIRECTION OF CRACKS PROPAGATION IN CONCRETE SPECIMENS
BY FRACTURE MECHANICS CRITERIA

Summary. Paper presents three fracture mechanics based hypothesis for prognostication of the direction of cracks development in concrete specimens. Theoretical considerations are compared with the experimental results measured on concrete beams with initial notches. Stress field parameters in the vicinity of a crack tip were evaluated numerically on the basis of isochromatic fringe patterns recorded by means of the photoelastic coating method.

ОПОТРЕБЛЕНИЕ МЕХАНИКИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В БЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Резюме. В работе представлено три критерия использования зависимости механики хрупкого разрушения для определения направления развития трещин в бетоне. Теоретические результаты сравниваются с результатами экспериментов произведенных на бетонных балках с искусственными трещинами. Коэффициенты описывающие поле напряжений в вершине трещины вычислено численным методом используя результаты получены методом фотоупругих покрытий.

1. WPROWADZENIE

Podstawowymi informacjami, które stanowią o opisie procesu propagacji rysy, są: moment (jako element historii obciążenia) oraz kierunek i zasięg propagowania się rysy. Dla ciał o jednorodnej strukturze, osłabionych szczelinami, do których można zaliczyć metale, sformułowano wiele skutecznych w praktyce teorii i modeli [1]. W przypadku kompozytów o matrycach cementowych opis matematyczny procesu pęknięcia jest trudniejszy. W zależności od poziomu obserwacji mogą być one traktowane jako materiały wielofazowe bądź też jako materiały jednorodne. Z uwagi na rodzaj i proporcje ilościowe składników, modelem, który w sposób zadowalający opisuje zachowanie się betonu w makro- i mikroskali jest kompozyt dwufazowy. Stanowią go ziarna kruszywa o różnych rozmiarach oraz matryca cementowa. Heterogeniczna struktura materiału konstryuuje układ fizyczny, w którym nawet w przypadku jednorodnych stanów naprężeń w badanym elemencie, moment, a szczególnie trajektoria propagacji rysy często odbiega od założeń teoretycznych. Zaobserwowano to w wielu eksperymentach przeprowadzanych na elementach ze szczelinami [2]. Kryteria pozwalające określić moment propagowania się pęknięcia można formułować w tradycyjnej formie na podstawie odkształceń bądź naprężeń granicznych. Inną drogę stanowi stosowanie miar odporności betonu na pęknięcie definiowanych w ramach mechaniki zniszczenia [3,4]. Problemem bardziej złożonym jest określenie kierunku propagowania się rysy. W pracy przedstawiono trzy kryteria pozwalające oszacować kierunek przebiegu pęknięcia w betonie na podstawie znajomości parametrów zniszczenia - współczynników intensywności naprężeń K_I , K_{II} oraz charakterystyk sprężystych materiału E_b i ν_b .

2. KRYTERIA PROPAGACJI RYSY W ZŁOŻONYM STANIE OBCIĄŻENIA

Złożona forma obciążenia szczeliny oznacza tutaj występowanie stanu naprężeń charakterystycznego dla I i II formy propagacji szczeliny. W celu jednolicenia opisu matematycznego wprowadzono biegunowy układ współrzędnych, którego wierzchołek pokrywa się z wierzchołkiem szczeliny.

2.1. Kryterium maksymalnego naprężenia kąowego

Zgodnie z przyjętym układem współrzędnych, naprężenie kąowe σ_θ oraz naprężenie styczne $\tau_{r\theta}$ są opisane równaniami:

$$\sigma_\theta = (2\pi r)^{-1} \cos(0.5\theta) (K_I \cos^2 \theta - 1.5K_{II} \sin \theta) \quad (1)$$

$$\tau_{r\theta} = (2\pi r)^{-1} \cos(0.5\theta) [K_I \sin \theta + K_{II} (3\cos \theta - 1)] \quad (2)$$

Kierunek propagacji jest określony kątem θ , dla którego σ_θ osiąga wartość maksymalną, co prowadzi do równości $\tau_{r\theta} = 0$. Wynika stąd bezpośrednio warunek:

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3\cos \theta - 1) = 0 \quad (3)$$

co pozwala ustalić kierunek rozwoju rysy przy znanych parametrach pola naprężeń przy wierzchołku rysy.

2.2. Kryterium minimum gęstości energii odkształcenia

Gęstość energii odkształcenia w obszarze wierzchołka rysy opisana jest zależnością [5]:

$$\frac{dW}{dV} = \frac{S(\theta)}{r} = \frac{1}{r} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2) \quad (4)$$

gdzie elementarna objętość $dV = r dr d\theta$. Współczynniki a_{ij} dla płaskiego stanu odkształcenia są opisane równaniami:

$$a_{11} = (16\pi G)^{-1} [(3 - 4\nu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)] \quad (5)$$

$$a_{12} = (16\pi G)^{-1} 2\sin \theta (\cos \theta - 1 + 2\nu) \quad (6)$$

$$a_{22} = (16\pi G)^{-1} [4(1 - \nu)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3\cos \theta - 1)] \quad (7)$$

w których G jest modulem Kirchhoffa. Kierunek potencjalnego ruchu szczeliny określony jest poprzez minimum funkcji gęstości energii odkształcenia:

$$\frac{\delta S}{\delta \theta} = 0 \text{ oraz } \frac{\delta^2 S}{\delta \theta^2} > 0 \quad (8)$$

Równanie (8) może być uzupełnione warunkiem $\sigma_\theta > 0$, co wyklucza możliwość propagowania się rysy w obszar strefy ściskanej. Kombinacja równań (4-8) prowadzi do wielomianu:

$$2(1 - \nu)K_I K_{II} (\tan 0.5\theta)^4 + (3K_{II}^2 - K_I^2) (\tan 0.5\theta)^3 + [(2\nu - 1)(K_I^2 - K_{II}^2) - 6K_I K_{II}] (\tan 0.5\theta)^2 + (K_I^2 + K_{II}^2) (\tan 0.5\theta) + [(2\nu - 1)(K_I^2 - K_{II}^2) + 2K_I K_{II} \nu] = 0 \quad (9)$$

którego pierwiastkami są wartości kąta θ .

2.3. Kryterium maksymalnej wartości współczynnika uwolnienia energii C_0

Współczynnik uwolnienia energii G oraz współczynniki intensywności naprężeń K_I , K_{II} są związane zależnością:

$$G = (E)^{-1}(K_I + K_{II})^2 \quad (10)$$

którą jednakże wyprowadzono przy założeniu, że szczelina propaguje się w swojej płaszczyźnie - czyli praktycznie w warunkach I formy rozwoju szczeliny. Transformacja równania (10) na warunki złożonej formy obciążenia szczeliny wymaga wprowadzenia wielkości G , zdefiniowanej dla dowolnego kierunku rozwoju rysy θ .

Zapisując współczynniki K_I i K_{II} jako [3]: $K_I(\theta) = 4(3 + \cos^2\theta)^{-1}(1 - \theta/\pi)^{\theta/2\pi}(1 + \theta/\pi)^{-\theta/2\pi}(K_I \cos\theta - 1.5K_{II} \sin\theta)$ (11)

$K_{II}(\theta) = 4(3 + \cos^2\theta)^{-1}(1 - \theta/\pi)^{\theta/2\pi}(1 + \theta/\pi)^{-\theta/2\pi}(0.5K_I \sin\theta + K_{II} \cos\theta)$ (12)

otrzymuje się zależność (10) w formie:

$$G(\theta) = (E)^{-1}[K_I^2(\theta) + K_{II}^2(\theta)] \quad (13)$$

Kryterium postuluje, że inicjacja rysy nastąpi w kierunku, dla którego wielkość $G(\theta)$ osiąga wartość maksymalną. Prowadzi to do warunków:

$$\frac{\delta G}{\delta \theta} = 0 \text{ oraz } \frac{\delta^2 G}{\delta \theta^2} < 0 \quad (14)$$

określających lokalne maksima funkcji $G(\theta)$. Uzupełnienie powyższego układu stanowi warunek $K_I(\theta) > 0$ powodujący, że propagacja rysy następuje do obszaru występowania naprężeń rozciągających.

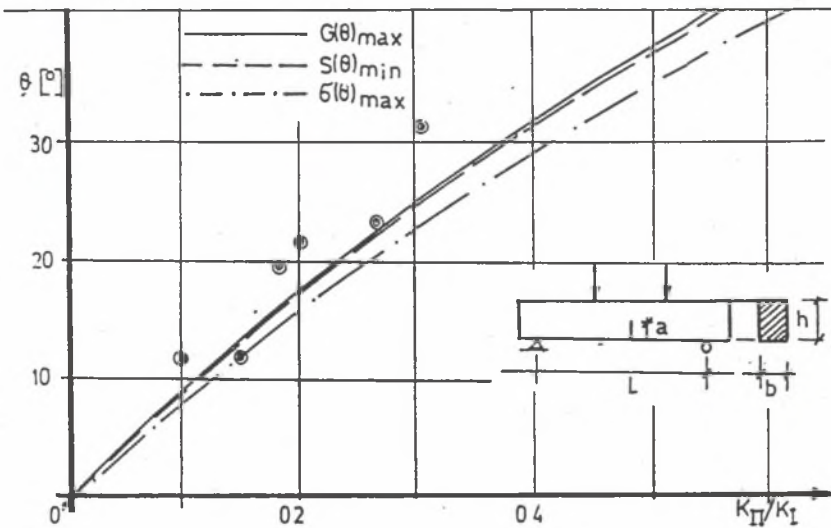
3. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW INTENSYWNOŚCI NAPRĘŻENIA K_I I K_{II}

We wszystkich zaprezentowanych kryteriach podstawową trudność stanowi wyznaczenie parametrów pęknięcia dla danych warunków obciążenia oraz wymiarów próbki. Metody analityczne i numeryczne [2] nie dają często wiarygodnych wyników ze względu na lokalizowanie się odkształceń jedynie w pewnych obszarach struktury kompozytu. Dogodnym źródłem danych jest metoda warstwy powierzchniowej zastosowana tutaj do badania belek betonowych ze sztucznie wytworzonymi szczelinami ($b \times h \times l = 0.15 \times 0.30 \times 1.20\text{m}$ oraz $a/h = 0.3$) [6].

Zarejestrowane obrazy izochrom stanowiły zbiór danych dla wyznaczenia

współczynników intensywności naprężenia. Zastosowano numeryczną procedurę wykorzystującą zmodyfikowane funkcje naprężeń [7]. Nieliniowe równania elastooptyczne poddano linearyzacji metodą Newtona - Raphsona a następnie obliczono parametry pola naprężeń w obszarze wierzchołka szczeliny stosując procedurę minimalizacji metodą najmniejszych kwadratów [8]. Uzyskane wartości K_I i K_{II} , w momencie poprzedzającym propagację, stanowiły podstawę do wyznaczenia kąta θ według opisanych kryteriów. W obliczeniach numerycznych zastosowano zmodyfikowane charakterystyki sprężyste betonu (E_b , ν_b), uwzględniające degradację sprężystą materiału w obszarze szczeliny.

4. WNIOSKI



Rys.1. Kąty propagacji θ wyznaczone doświadczalnie i analitycznie w funkcji współczynnika asymetrii obciążenia K_I/K_{II}

Fig.1. Fracture initiation angles θ determined experimentally and analytically as a function of loading asymmetry coefficient K_I/K_{II}

Przeanalizowano dane uzyskane na 6 elementach. W każdym przypadku uzyskano znaczące wartości K_{II} , pomimo symetrii obciążenia w stosunku do centralnie położonej szczeliny. Kąty propagacji θ zarejestrowane podczas

eksperymentów wynosiły 8° - 24° . Porównanie wartości θ wyznaczonych analitycznie na podstawie kryteriów mechaniki zniszczenia z danymi doświadczalnymi przedstawiono na rys.1. Widoczne są wysokie wartości współczynnika asymetrii obciążenia K_{II}/K_I . Dane doświadczalne lokują się przeważnie powyżej krzywych teoretycznych a rozbieżności wyników sięgają 20 %. Biorąc pod uwagę strukturę betonu (maksymalna średnica ziarn kruszywa 20 mm) oraz niewielką ilość próbek kryteria prognozowania kierunku rozwoju szczeliny w betonie wykorzystujące hipotezy mechaniki zniszczenia wykazały praktyczną przydatność. Mogą one stanowić cenne uzupełnienie w metodach numerycznych mechaniki betonu.

LITERATURA

- [1] Wittmann F.H.: Fracture Mechanics of Concrete. Elsevier Science Publishers, Amsterdam 1983.
- [2] Carpinteri A., Ingraffea R.: Fracture Mechanics of Concrete: Material characterization and testing. Martinus Nijhoff Publishers, Hague 1984.
- [3] Jeng Y.S., Shah S.P.: Mixed - mode fracture of concrete. Int. Journal of Fract., Vol.38, 1988, s.123 - 142.
- [4] Shah S.P., Carpinteri A.: Fracture Mechanics Test Methods for Concrete. Chapman and Hall, London 1989.
- [5] Sih G.C.: Strain - Energy Density Factor Applied to Mixed - Mode Crack Problem. Int. Journal of Fract. Mech., Vol.10, No.3, 1974, s.305 - 321.
- [6] Jankowski L. J., Stys D.J.: Formation of the fracture process zone in concrete. Engng. Fract. Mech., Vol.36, No.2, 1990, s.245 - 253.
- [7] Rossmann H.P.: A survey of recent developments in the evaluation of stress intensity factor from isochromatic crack - tip fringe patterns. Int. Conf. on Fracture - 5, t.5, 1981, s.2507 - 2516.
- [8] Stys D.: Numerical analysis of the stress field parameters in the fracture process zone in concrete. Int. Conf. on Brittle Matrix Composites - II, Elsevier Science Publishers, 1988, s.279 - 286.

Recenzent: Prof. Józef Wojnarowski

Wpłynęło do redakcji dnia 2. 10. 1992

Abstract

Mixed - mode fracture of concrete is often encounter in concrete structures investigation. To accurately analyze a concrete structure, it is important to understand the fracture process of concrete under mixed - mode loading (I and II). Three fracture mechanics based criteria were proposed to characterize mixed - mode crack propagation. These were: maximal circumferential stress criterion, minimum strain energy density criterion and maximal strain energy release rate criterion. Special considerations were devoted to the crack initiation angle and final path of failure. Experimental tests were performed on concrete beams with initial notches. Photoelastic coating was glued on one lateral surface and isochromatic fringe patterns wererecorded at different time instants. SIF K_I and K_{II} were calculated numerically applying photoelastic data. In the next step the crack initiation angles θ were evaluated according to the proposed criteria. The comparison between measured and calculated θ values provides arguments for applicability of fracture mechanics based criteria in the analysis of concrete structures.