

Stanisław MAJEWSKI, Andrzej AJDUKIEWICZ
Instytut Konstrukcji Budowlanych
Politechnika Śląska

MODELOWANIE ŻELBETU I GRUNTÓW W ANALIZIE UKŁADU BUDYNEK/PODŁOŻE

Streszczenie. Ogólna klasyfikacja modeli żelbetu i gruntów została rozważona z punktu widzenia łącznej analizy współpracującego układu budynek/podłoże poddanego złożonym oddziaływaniom.

MODELS OF REINFORCED CONCRETE AND SOILS IN THE ANALYSIS OF INTERACTIVE BUILDING/SUBSOIL SYSTEM

Summary. The general classification of models of reinforced concrete and soils has been considered from the point of view of common structural analysis for building/subsoil interactive system subjected to complex actions.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА И ГРУНТОВ ДЛЯ АНАЛИЗА СИСТЕМЫ ЗДАНИЕ/ОСНОВАНИЕ

Резюме. Общая классификация моделей железобетона и грунтов была рассмотрена с точки зрения совместного анализа системы здание-основание при сложных воздействиях.

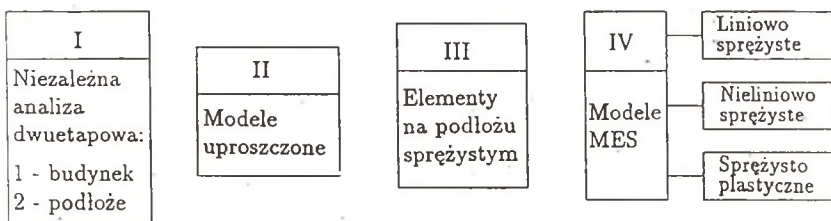
1. WSTĘP

W mechanice konstrukcji budowlanych rzadko mamy do czynienia z łatwym do zdefiniowania sposobem obciążenia, z ustrojem o przejrzystym schemacie oraz z materiałem o jednoznacznie i precyzyjnie określonych własnościach fizycznych. Można oczekiwać tego typu zagadnień jedynie przy analizie wydzielonych z konstrukcji elementów względnie fragmentów ustroju. Całościowa analiza jest na ogół w wysokim stopniu skomplikowana.

Do niedawna jedyną drogą było stosowanie rozwiązań uproszczonych. Nie negując ich wartości dla praktyki inżynierskiej trzeba stwierdzić, że istnieje wiele zagadnień, których rozwiązanie tymi metodami jest obciążone dużym błędem, a częstokroć wręcz niemożliwe. Należą do nich na pewno problemy związane ze współpracą budynku z podłożem. Po wszechną praktyką wciąż pozostaje niezależna analiza tzw. części nadziemnej, spoczywającej na wyidealizowanych podporach, oraz fundamentu z podłożem, obciążonych uprzednio wyznaczonymi reakcjami. W wielu praktycznych zagadnieniach inżynierskich postępowanie takie jest usprawiedliwione, często jednak zachodzi konieczność przeprowadzenia analizy dokładniejszej, uwzględniającej współpracę obydwu ośrodków. Warunkiem wiarygodnej analizy jest wtedy przyjęcie związków konstytutywnych, realistycznie opisujących zachowanie materiałów ustroju (żelbet, grunt) oraz właściwe zamodelowanie wzajemnego przekazywania sił w płaszczyźnie styku. Szczegółowe wyniki prac prowadzonych przez autorów nad modelem układu budynek/podłoże, poddanego wpływowi górniczych deformacji terenu, były przedmiotem kilku publikacji [1,2,3]. W niniejszej pracy zostaną przedstawione wnioski ogólne dotyczące modelowania tak złożonych materiałów jak żelbet i grunty.

2. MODELE OBLICZENIOWE UKŁADU BUDYNEK/PODŁOŻE

Schematyczny podział modeli obliczeniowych układu budynek/podłoże przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Klasyfikacja modeli obliczeniowych układu budynek/podłoże

Fig. 1. Classification of design models for building/subsoil system

W modelach grupy II uproszczenia sięgają bardzo głęboko i dotyczą nie tylko założenia o liniowej sprężystości wszystkich materiałów, ale również struktury osrodka gruntowego, reprezentowanego przykładowo niezależnymi od siebie sprężynami (podłoże Winklera), względnie usytuowanym pod fundamentem rozciągającym pasmem przy obliczaniu sił wywołanych poziomymi deformacjami pochodzenia górniczego. Tak daleko idące uproszczenia ograniczają zastosowanie tych modeli do najprostszyc przypadków.

Modele grupy III traktują podłoże jako półprzestrzeń, zachowując ważność dalekiego od prawdy założenia o jego liniowej sprężystości. Na tej półprzestrzeni spoczywa element budynku (fundament) w postaci belki, płyty względnie ruszty. Na ogół pomija się tarcie w płaszczyźnie styku, co np. zupełnie uniemożliwia wykorzystanie tych modeli do obliczenia sił wynikających z poziomych deformacji podłoża.

Metoda elementów skończonych pozwala teoretycznie dokładnie zamodelować współpracujący układ budynek/podłoże, aczkolwiek dostępna praktycznie pamięć komputerów, a zwłaszcza czas obliczeń stanowią istotne ograniczenie. Istnieją szerokie możliwości w zakresie modelowania materiałów, od najprostszego założenia liniowej sprężystości do bardziej złożonych, ale znacznie lepiej opisujących rzeczywiste zachowanie materiałów modeli nieliniowo sprężystych, względnie sprężysto-plastycznych. Dotyczy to zarówno samych materiałów modelu, a więc betonu, stali zbrojeniowej i gruntu, jak też fikcyjnego materiału elementów kontaktowych w płaszczyźnie styku budynku z podłożem.

3. MODELOWANIE ŻELBETU, GRUNTU I MATERIAŁU ELEMENTÓW KONTAKTOWYCH

3.1. Żelbet

Rozpowszechnione są dwa sposoby modelowania żelbetu:

1. Jako pewnego materiału zastępczego złożonego z betonu i rozłożonego w nim w sposób ciągły zbrojenia (smearred reinforcement). Cechy fizyczne tego materiału są wypadkową własności betonu i zbrojenia z uwzględnieniem intensywności i kierunku jego rozłożenia.
2. Niezależne traktowanie betonu i zbrojenia. W tym przypadku elementy z obydwu materiałów są ze sobą połączone w węzłach albo w sposób sztywny, albo też za pośrednictwem elementów kontaktowych, co pozwala uwzględnić poślizg w płaszczyźnie styku oraz ograniczoną wielkość sił przyczepności.

Sposób drugi pozwala uwzględnić zbrojenie w jego naturalnym położeniu i wielkości, a ponadto pozwala bezpośrednio skorzystać ze związków konstytutywnych dla znanych materiałów (beton, stal), zamiast budować domniemane związki dla zastępczego materiału kompozytowego.

3.2. Beton

Założenie liniowej sprężystości tylko w bardzo niewielkim zakresie naprężeń może względnie dokładnie opisywać zachowanie betonu. O ile wykres $\sigma - \epsilon$ w strefie ściskanej pozostaje praktycznie liniowy do poziomu $0.4 - 0.6f_c$, o tyle w strefie rozciąganej prawie zawsze można się spodziewać zarysowania, co radykalnie zmienia zachowanie materiału pod obciążeniem. Rozwiązaniem dokładniejszym może być uwzględnienie anizotropii odkształceniowej. Początkowo izotropowy materiał nabiera cech anizotropowych w miarę rozwoju stanu odkształcenia. Beton można więc traktować jako nieliniowo sprężysty materiał anizotropowy zakładając, że główne osie anizotropii pokrywają się z kierunkami odkształceń głównych przed wystąpieniem zarysowania. Macierz sprężystości zapiszemy w postaci:

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

gdzie:

$$d_{11} = \frac{E_1}{1-\nu^2}, \quad d_{22} = \frac{E_2}{1-\nu^2}, \quad d_{12} = d_{21} = \frac{\nu \cdot \sqrt{E_1 \cdot E_2}}{1-\nu^2},$$

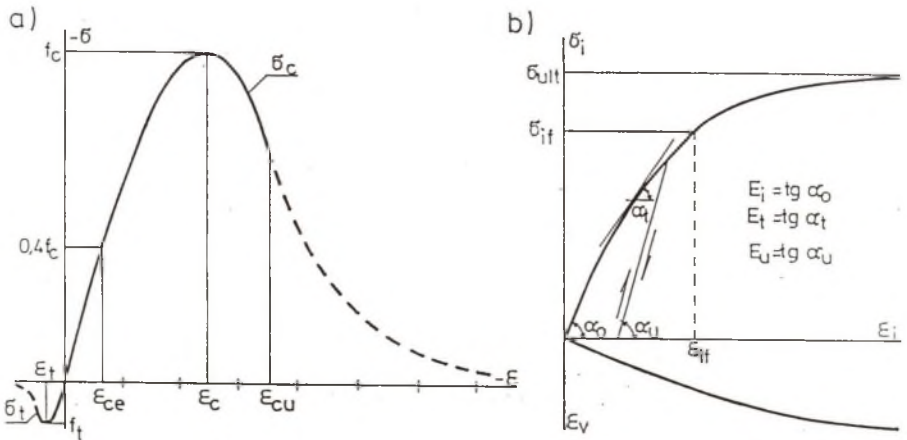
$$d_{33} = \frac{1}{4 \cdot (1-\nu^2)} \cdot (E_1 + E_2 - 2 \cdot \nu \cdot \sqrt{E_1 E_2}), \quad \nu = \sqrt{\nu_{12} \nu_{21}}. \quad (2)$$

Moduły sprężystości E_1 i E_2 wyznacza się zwykle na podstawie badań w jednoosiowym stanie naprężenia (rys.2a), z uwzględnieniem korekty wytrzymałości przy ściskaniu dla stanu dwu- lub trójosiowego. Współczynniki Poissona ν przyjmuje się zwykle jako stałe niezależne od poziomu naprężenia, co jest zresztą przyczyną niezbyt dobrej zgodności tak opisanego modelu z doświadczeniem przy wysokich poziomach naprężeń ściskających.

Różne związki bywają przyjmowane na opisanie zależności między naprężeniem i odkształceniem. Dobrą zgodność dają zależności proponowane przez EUROCODE 2 [4], które dla strefy ściskanej mają postać:

$$\sigma_c = f_c \frac{\eta_c k_c - \eta_c^2}{1 + (k_c - 2)\eta_c}, \quad k_c = 1.1 \cdot E_t \frac{\epsilon_c}{f_c}, \quad \eta_c = \frac{\epsilon}{\epsilon_c}. \quad (3)$$

We wzorach tych E_t oznacza początkową wartość modułu sprężystości, f_c wytrzymałość betonu na ściskanie, a ϵ_c odpowiadające tej wytrzymałości odkształcenie (rys.2a).



Rys. 2. Wykres zależności $\sigma - \epsilon$ dla: a) betonu, b) gruntu

Fig. 2. Stress-strain diagram for: a) concrete, b) soil

Dokładny kształt wykresu $\sigma - \varepsilon$ przy rozciąganiu jest trudny do określenia. Choć zniszczenie betonu przy rozciąganiu zdaje się mieć charakter kruchy, celowe jest uwzględnienie opadającej gałęzi wykresu również w tym zakresie. Możliwe jest przyjęcie zależności analogicznych do tych, które przyjęto przy ściskaniu.

Modele obliczeniowe zbudowane z wykorzystaniem przedstawionych związków konstytutywnych dają dobrą zgodność z doświadczeniem przy naprężeniach ściskających nie przekraczających $0.6f_c$ oraz przy rozciąganiu. Przy wyższych wartościach naprężeń ściskających pojawiają się odkształcenia trwale, których opisany model nie uwzględnia. W takim przypadku znacznie lepszych wyników można oczekiwać po modelach sprężysto-plastycznych. Istnieje bogata literatura na temat kryteriów zniszczenia betonu [5,6]. Wydaje się, że wystarczająco dokładnym przybliżeniem będzie model z powierzchnią graniczną Druckera-Pragera, uzupełniony jednakże kulistą lub elipsoidalną nasadką w strefie rozciągania. Opadające gałęzie wykresu $\sigma - \varepsilon$, zarówno przy ściskaniu jak i przy rozciąganiu (rys.2a), wskazują na konieczność uwzględnienia nie tylko wzmocnienia, ale i osłabienia w zależnościach określających rozwój powierzchni plastyczności. Możliwe jest założenie stowarzyszonego prawa płynięcia, aczkolwiek materiały kruche, do których beton może być zaliczony, podlegają raczej prawu niestowarzyszonemu, co jednak bardzo komplikuje algorytm obliczeniowy. Generalnie trzeba stwierdzić, że istnieją obecnie możliwości dokładnego opisu zachowania betonu pod obciążeniem, jednakże nie zawsze rozwiązaniem przydatnym dla analizy będzie model najdokładniejszy.

3.3. Stal zbrojeniowa

Wszystkie stale stosowane do zbrojenia konstrukcji żelbetowych mają wyraźnie zaznaczoną granicę plastyczności. Prosty a jednocześnie dobrze oddającym rzeczywiste zachowanie tych stali jest model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią graniczną Hubera-von Missesa.

3.4. Grunt

Grunt jest wielofazowym ośrodkiem rozdrobnionym o wysoce niestabilnych i podlegających znacznym rozrzutom właściwościach. Już samo opisywanie zachowania gruntu za pomocą praw mechaniki ośrodków ciągłych jest pewnym przybliżeniem, chociaż w skali makro opis taki jest uważany za poprawne odzwierciedlenie rzeczywistości.

Nie oznacza to jednak, że zgodnych z rzeczywistością wyników można się spodziewać przy założeniu liniowo sprężystego modelu gruntu. Jedynie silnie przekonsolidowane grunty niespoiste można w pewnym zakresie opisywać takim modelem. W opacowanych przez autorów modelach obliczeniowych przyjmowano dość popularny w Stanach Zjednoczonych hyposprężysty model Duncana-Changa [7,8]. W modelu tym zakłada się hyperboliczną zależność między intensywnością naprężenia σ_i i odkształcenia ε_i (rys.2b) w postaci:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{ult}}{\sigma_{ult} + E_i \varepsilon_i} \cdot E_i \varepsilon_i, \quad (4)$$

w której σ_{ult} jest naprężeniem maksymalnym (ściskającym), zaś moduł E_i dany jest wzorem:

$$E_i = K_E p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (5)$$

K_E oraz wykładnik n są stałymi bezwymiarowymi. p_a oznacza ciśnienie atmosferyczne, zaś σ_3 jest ciśnieniem w komorze aparatu trójosiowego ściskania.

Podobny wzór określa drugą stałą materiałową, którą jest moduł ściśliwości K :

$$K = K_K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (6)$$

Macierz sprężystości oblicza się ze wzoru:

$$[D_i] = \frac{3K(3K + E_t)}{9K - E_t} \begin{bmatrix} 1 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & b & 0 & 0 \\ & & & & b & 0 \\ & & & & & b \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} a &= \frac{3K - E_t}{3K + E_t} \\ b &= \frac{E_t}{3K + E_t} \end{aligned} \quad (7)$$

Przyjmuje się, że moduł ściśliwości K jest stały, zaś moduł sprężystości E_t jest modulem stycznym zależnym od aktualnego poziomu naprężenia. W wielu praktycznych zadaniach model taki daje dobre wyniki. Zasadniczą jednak jego wadą jest nieujawnianie odkształceń trwałych, które w gruncie zawsze występują. Dlatego lepszym opisem gruntu są modele sprężysto-plastyczne. W ostatnim okresie opracowano wiele takich modeli - Cam-Clay, Modified Cam-Clay, modele typu "cap". Zwłaszcza te ostatnie, z powierzchnią plastyczności złożoną na ogół z powierzchni granicznej Druckera-Pragera oraz elipsoidalnej lub kulistej nasadki ("cap"), mogą posłużyć do zbudowania stosunkowo prostych a równocześnie realistycznie opisujących zachowanie gruntu modeli.

3.5. Elementy kontaktowe

Przekazywanie wszystkich sił normalnych oraz stycznych w płaszczyźnie styku budynku z podłożem odbywa się za pośrednictwem elementów kontaktowych. Przy przenoszeniu sił normalnych elementy te powinny spełniać rolę więzów jednostronnych (tylko siły ściskające). Wielkość sił stycznych jest ograniczona wytrzymałością gruntu na ścinanie oraz siłą tarcia w płaszczyźnie styku. Wykonane testy numeryczne wykazały, że najlepszym modelem dla tych elementów jest model ciała sprężysto-idealnie plastycznego ze stożkową powierzchnią graniczną Druckera-Pragera.

4. WNIOSEK

Przyjęty model obliczeniowy powinien być zawsze dostosowany do rodzaju zagadnienia i celu analizy. W wielu praktycznych zagadnieniach modele uproszczone dają zadowalające wyniki. Często jednak stosowanie uproszczeń powoduje nie tylko błędną

ocenę ilościową, ale również jakościową, a nawet czasami wręcz uniemożliwia ujawnienie istotnych dla analizowanego zagadnienia efektów. W takich przypadkach konieczne jest sięgnięcie do modeli dokładniejszych. W niniejszej pracy przedstawiono stosowane w praktyce nieliniowo sprężyste modele gruntu i betonu, sygnalizując jedynie możliwość opisu za pomocą modeli sprężysto-plastycznych. Dla omawianych tu materiałów te ostatnie stanowią niewątpliwie najlepsze przybliżenie rzeczywistości, ale wnoszą istotne komplikacje obliczeniowe.

LITERATURA

- [1] Majewski S.: Numeryczna analiza interaktywnego układu budynek-podłoże poddanego działaniu poziomych deformacji terenu górniczego. *Inżynieria i Budownictwo*, 1992, nr 8, ss.288-293.
- [2] Majewski S.: Nonlinear model of building/subsoil interactive system. *Proceedings of the International Conference on Computational Methods in Engineering*, Singapore 1992. Vol.1, pp.257-262.
- [3] Ajdukiewicz A., Majewski S.: Analysis of Reinforced-Concrete Wall Structures with Regard to Nonlinearity of Structure/Subsoil System. *Proceedings of the International Conference on Analytical Models and New Concepts in Mechanics of Structural Concrete*. Białystok, maj 1993, ss.9-26.
- [4] EUROCODE 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rule and Rules for Buildings. Wydanie polskie Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa 1992.
- [5] State-of-the Art-Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. ASCE, New York 1982
- [6] Godycki-Ćwirko T.: *Mechanika betonu*. Arkady, Warszawa 1982
- [7] Duncan, J.M. and Chang, Y.Y.: Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 96, No. SM5, September 1970.
- [8] Duncan, J.M.: Hyperbolic Stress-Strain Relationships. *Proceedings of the Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity and General Stress-Strain in Geotechnical Engineering*, Mc Gill University, May 1980, ASCE, New York, pp. 443-460

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Krzysztof Dyduch

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993 r.

Abstract

The paper presents some general conclusions resulted from earlier investigations [1,2,3] concerning the proper models of materials in the analysis of building/subsoil interactive systems.

On the basis of many numerical tests and comparisons with real structures the assessment of existing models for reinforced concrete, soils and interface elements have been discussed. The difficulties of more exact approaches have been taken into account too.

Recently, many models have been introduced - separately for reinforced concrete and soils - for analysis of these materials in advanced stages of stress. Unfortunately, no useful connections between these models were developed and no direct possibility in design applications was considered.

Obviously, very often the simplified models are quite satisfactory in structural analysis, but sometimes too simple models are the reason of significant errors and disagreements with empirical observations.

The results of numerical tests dealing with building/subsoil systems in various load conditions proved that somewhat modified Drucker-Prager elasto-plastic model can be a convenient basis of constitutive relations both for soils and concrete. In elastic stage of work the hypo-elastic Duncan-Chang model is a good description of the behaviour of soils.