

Bogdan WILCZYŃSKI
Wydział Mechaniczny
Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

OPTIMALIZACJA KSZTAŁTÓW INTERAKTYWNYCH KARBÓW

Streszczenie. W artykule rozważa się problem jednoczesnego doboru optymalnych kształtów karbu zasadniczego i karbów odciążających (karby interaktywne). Celem jest minimalizacja naprężeń w takich karbach. Do opisu kształtu brzegu karbu wykorzystuje się krzywe Beziera. Elementy konstrukcji analizuje się metodą naprężeń fikcyjnych. Zadanie optymalizacji rozwiązuje się metodą sekwencyjnego programowania liniowego.

SHAPE OPTIMIZATION OF INTERACTING NOTCHES

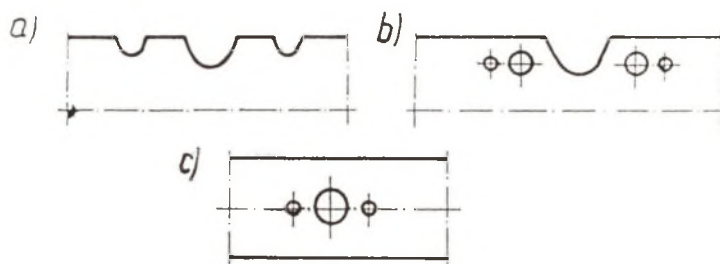
Summary. This paper is concerned with the simultaneous shape optimization of the principal and defence notches with the object of minimizing stress concentration. Bezier interpolants are adopted to locate the boundary of the notch. Mechanical components are analysed when using the Fictitious Stress Method and the optimization procedure is the Sequential Linear Programming Method.

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ КОНЦЕНТРАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЙ

Резюме. В статье рассматривается задача одновременного выбора оптимальной формы контуров основного и ослабляющих концентраторов напряжений из условия минимума максимальных напряжений. Уравнения формы контура записывается в виде кривых Безера. Элементы конструкции анализируется методом фиктивных напряжений. Для решения оптимизационной задачи принимается метод приведения ее к последовательности задач линейного программирования.

1. WSTĘP

Odsadzenia, rowki podłużne i poprzeczne, otwory, wycięcia, gwinty itp., zwane krótko korbami, powodują redystrybucję naprężeń i ich koncentrację [8]. Karby dzielimy między innymi na: a) karby pojedyncze, b) karby wielokrotne [6,8]. Wiadomo, że dla pewnych przypadków obciążenia współczynniki koncentracji naprężeń są mniejsze dla korbów wielokrotnych niż dla karbu pojedynczego. W pracach [2,4,5,7,11] pokazano, że wprowadzenie dwóch mniejszych otworów kołowych (karby odciążające [6]) po obu stronach kołowego otworu zasadniczego na kierunku głównego strumienia naprężeń powoduje redukcję naprężeń maksymalnych. Przykłady korbów odciążających pokazano na rys.1.



Rys.1. Karby odciążające
 Fig.1. Defense notches

Dobierając odpowiednie proporcje wymiarów karbu odciążającego do karbu zasadniczego oraz odległość pomiędzy nimi uzyskuje się zmniejszenie współczynnika koncentracji naprężeń w granicach 13-22% [2,5,11]. Istnieje możliwość znacznego złagodzenia działania karbu pojedynczego przez dobór optymalnego kształtu karbu ze względu na minimum naprężeń maksymalnych [9,12]. Brak miejsca nie pozwala na cytowanie licznych prac dotyczących tego problemu.

W artykule omawia się zagadnienie jednoczesnej optymalizacji kształtu brzegów: karbu zasadniczego i korbów odciążających (karby interaktywne). Celem jest minimalizacja naprężeń maksymalnych w takich korbach. Poniżej omawia się krótko podstawowe elementy numerycznego algorytmu optymalizacji kształtu korbów interaktywnych. Prezentowany algorytm zilustrowano przykładem liczbowym optymalnego doboru kształtu otworów: zasadniczego i odciążających, w skończonym pasmie tarczowym poddanym jednoosiowemu rozciąganiu na kierunku otworów. Wyniki obliczeń numerycznych porównano z rozwiązaniem uzyskanym metodą elastoopieczną dla klasy otworów o konturze odcinkami kołowym przedstawionym w pracy [10].

2. ALGORYTM OPTYMALIZACJI KSZTAŁTU KARBÓW

Problem jednoczesnej optymalizacji kształtu brzegów karbów interaktywnych formułowany jest następująco: znaleźć taki kształt brzegu karbów (opisany wektorem zmiennych decyzyjnych), dla którego funkcja kryterialna, efektywne naprężenie maksymalne, osiąga wartość minimalną. Ponieważ funkcja kryterialna jest nieróżniczkowalna, przez wprowadzenie dodatkowej zmiennej decyzyjnej, pierwotny problem min-max jest zamieniany na zwykły problem poszukiwania minimum [9,12].

2.1. Opis kształtu brzegu

Zakłada się, że poszukiwany profil brzegu karbu jest gładką krzywą (część brzegu karbu może być odcinkiem prostoliniowym). Do opisu kształtu krzywoliniowej części brzegu wykorzystuje się jednosegmentowy wielomian Beziera (krzywa Beziera) [3,12]. Kształt krzywej Beziera zależy od liczby punktów kontrolnych oraz ich położenia. Położenie niektórych punktów kontrolnych przyjęto jako zmienne decyzyjne [12].

2.2. Analiza naprężeń

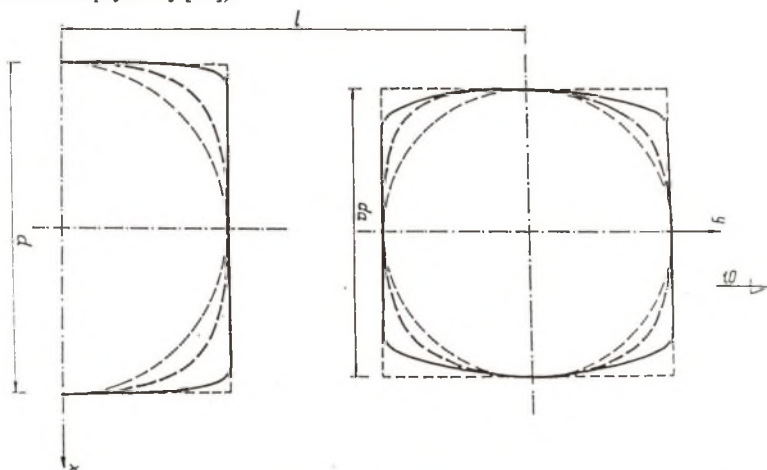
Pole naprężeń wokół karbów oblicza się wykorzystując metodę elementów skończonych lub metodę elementów brzegowych. Ponieważ metoda elementów brzegowych jest szczególnie przydatna do problemu koncentracji naprężeń, do wyznaczania naprężeń optymalizowanych karbów wykorzystano pośredni wariant metody elementów brzegowych - metodę naprężeń fikcyjnych [1,12]. Z uwagi na małą liczbę zmiennych decyzyjnych gradient naprężeń względem tych zmiennych oblicza się metodą różnic skończonych.

2.2. Metoda optymalizacji

Sformułowany powyżej problem optymalizacji kształtu karbów interaktywnych może być rozwiązany iteracyjnie jedną z metod programowania matematycznego. Można zauważyć, że funkcja kryterialna jest funkcją liniową, natomiast funkcje ograniczeń na naprężenia są funkcjami nieliniowymi. Linearyzując w kolejnych iteracjach funkcje ograniczeń na naprężenia, zadanie optymalizacji rozwiązuje się metodą sekwencyjnego programowania liniowego.

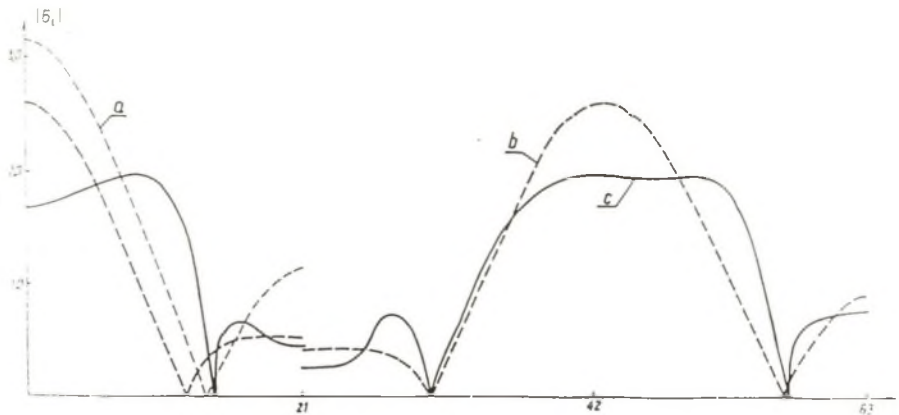
3. PRZYKŁAD LICZBOWY

Poszukuje się optymalnego kształtu brzegów: otworu (karbu) zasadniczego i otworów odciążających w paśmie tarczowym rozciągającym w kierunku linii otworów (rys.1.c). Z powodu symetrii rozpatruje się ćwiartkę pasma tarczowego. Brzeg otworu zasadniczego podzielono na 21 elementów brzegowych (elementy o stałym naprężeniu), a brzeg otworu odciążającego na 42 elementy brzegowe. Brzeg zewnętrzny pasma podzielono na 60 elementów brzegowych. Obliczenia wykonano dla następujących wymiarów pasma [10]: $d/w = 0.222$, $l/w = 0.274$, $da/l = 0.68$, gdzie: d jest wymiarem otworu zasadniczego, da jest wymiarem otworu odciążającego, l jest odległością pomiędzy średnicami tych otworów, a w jest szerokością pasma tarczowego. Część krzywoliniową brzegów otworów opisano pewną modyfikacją krzywej Beziera [3,12]. Rysunek 2 przedstawia optymalne kształty brzegów otworów: zasadniczego i odciążających uzyskane prezentowaną metodą numeryczną (gruba linia ciągła). Gruba linia przerywana jest rozwiązaniem uzyskanym metodą elastooptyczną [10]. Rysunek 3 przedstawia rozkład naprężeń wokół otworów: zasadniczego oraz otworu odciążającego w rozciągającym paśmie tarczowym (na osi poziomej odmierzone kolejne elementy brzegowe). Krzywa a przedstawia rozkład naprężeń wokół pojedynczego otworu kołowego (pasma bez otworów odciążających), krzywa b rozkład naprężeń dla kołowych otworów interaktywnych, krzywa c rozkład naprężeń wokół optymalizowanych otworów interaktywnych. Metodą numeryczną uzyskano prawie 37% redukcję naprężeń maksymalnych (30% redukcji naprężeń w metodzie elastooptycznej [10]).



Rys.2. Optymalny kształt brzegu otworów: zasadniczego i odciążających w skończonym paśmie tarczowym poddanym jednoosiowemu rozciąganiu

Fig.2. Optimal contours of central and defense holes in a finite strip subjected to uniaxial loading



Rys.3. Rozkład naprężeń wokół otworów: zasadniczego i odciążających w skończonym paśmie rozciągany jednokierunkowo

Fig.3. Stress distribution around holes: central and defense in a finite strip under uniaxial tension

3. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawia się numeryczną metodę jednoczesnej optymalizacji kształtu korbów: zasadniczego i odciążających. Algorytm łączy efektywnie matematyczne metody grafiki komputerowej, numeryczne metody analizy konstrukcji i numeryczne metody optymalizacji. Optymalizowany kształt brzegów korbów interaktywnych umożliwia znaczną redukcję naprężeń maksymalnych.

LITERATURA

- [1] Crouch S.L., Starfield A.M.: Boundary element methods in solid mechanics, George Allen and Unwin, London, 1983.
- [2] Erickson P.E., Riley W.F.: Minimizing stress concentrations around circular holes in uniaxially loaded plates, "Experimental Mech.", March 1978, pp.97-100.
- [3] Harada K., Kaneda K. Nakame E.: A further investigations of segmented Bezier interpolants, "CAD", Vol. 16, 1984, pp.186-190.

- [4] Hasegawa H., Kumamoto K.: Stress concentration of an elastic strip with circular holes under tension, "JSME Int Jnl", Vol. 30, 1987, pp.906-911.
- [5] Jindal U.C.: Reduction of stress concentration around a hole in a uniaxially loaded plate, "Jnl of Strain Anal.", Vol. 18, 1983, pp.135-142.
- [6] Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, Wyd. 2, PWN, Warszawa 1991.
- [7] Meguid S.A., Shen C.L.: On elastic fields of interacting defence and main hole systems, "Int. Jnl Mech. Sci.", Vol. 34, No1, 1992, pp.17-29.
- [8] Olesiak Z.: Koncentracja naprężeń, naprężenia kontaktowe, "Wytrzymałość elementów konstrukcyjnych", Red. Życzkowski M., PWN, Warszawa 1988, ss.492-567.
- [9] Pedersen P., Carsten L.L.: Design for minimum stress concentration by finite elements and linear programming, "DCAMM Reports", The Technical University of Denmark, Lyngby, No 223, 1981.
- [10] Rajaih K., Naik N.K.: Hole-shape optimization in a finite plate in the presence of auxiliary holes, "Experimental Mech.", June 1984, pp.157-181.
- [11] Steichen W.P.: Experimental and computer-aided investigations and optimization of stress-relieving notches, "Jnl of Strain Anal.", Vol. 13, No 3, 1978, pp. 149-156.
- [12] Wilczyński B.: Minimalizacja spiętrzenia naprężeń wokół kwasi-owalnego otworu w nieskończonej tarczy, Zesz. Naukowe Pol. Śląskiej, Mechanika, Nr 1198, z.113, Gliwice 1993, ss.423-428.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Burczyński
Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993 r.

Abstract

The presence of the notches (grooves, fillets, holes, corners, undercuts, cut-outs) in mechanical components results in localised perturbation on the stress field and a consequent weakening of the component due to stress concentrations [6,8]. It is well known that stress concentration factors for multiple notches become smaller than for one notch. In the papers [2,4,5,7,11] it has been demonstrated that the introduction of smaller auxiliary holes (defence holes) on either side of the original hole helps to smooth the flow

of tensile principal stresses trajectories past the original hole, and thus reduce the concentration of the stress. Figure 1. shows examples of defence notches [6]. Using hole-size optimization the reduction in stress concentration factors from 13 to 22 percent can be obtained [2,5,7,11].

To decrease a stress concentration factor, a possibility exists to minimize stresses by changing the shape of the notch in the construction part.

This paper deals with the simultaneous optimization of the shape of original and stress relieving notches with the object of minimizing the maximum stress. The original min-max problem is converted to the simple min problem [9,12]. The optimization method discussed uses a special concept of a segmented Bezier interpolants [3,12] to locate the boundary of the notches.

The presented algorithm for solving the above problem is divided into two main parts: a) optimizer and b) analyzer. The optimizer uses the sequential linear programming, where all functions are linearized. The analyser performs linear analysis of the 2-D mechanical components by using the Fictitious Stress method [1] and evaluates the gradients of stress constraints by the finite difference method.

The numerical example is given. The optimal shape of the main notch (hole) and two auxiliary (defence) holes located on either side of the main hole is found. (Fig. 1c). Figure 2 shows optimal contours of main (central) and defence holes in a finite strip subjected to uniaxial loading, and Figure 3 the stress distribution around these holes. About 37% (30% by photoelastic investigations [10]) reduction in stresses is obtained in comparison with the single circular hole.