

Dagmara TEJSZERSKA
Katedra Mechaniki Technicznej
Politechnika Śląska

SPRZEŻONE DRGANIA POPRZECZNO-WZDŁUŻNE GÓRNICZEGO UKŁADU WYCIĄGOWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny wzajemnie sprzężonych drgań poprzeczno-wzdłużnych wielolinowego układu wyciągowego. Podano podstawowe założenia, równania modelowe wraz ze związkami, określającymi wpływ drgań poprzecznych na wzdłużne i wzdłużnych na poprzeczne.

COUPLED TRANSVERSE AND LONGITUDINAL VIBRATIONS OF MINE HOISTING SYSTEM

Summary. Mathematical model of coupled transverse and longitudinal vibrations of multirope mine hoisting system is presented. Main accepted assumptions, equations of model and factors, defining interactions between longitudinal and transverse vibrations are described.

СОПРЯЖЕННЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ И ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШАХТНЫХ ПОДЪЕМНЫХ УСТАНОВОК

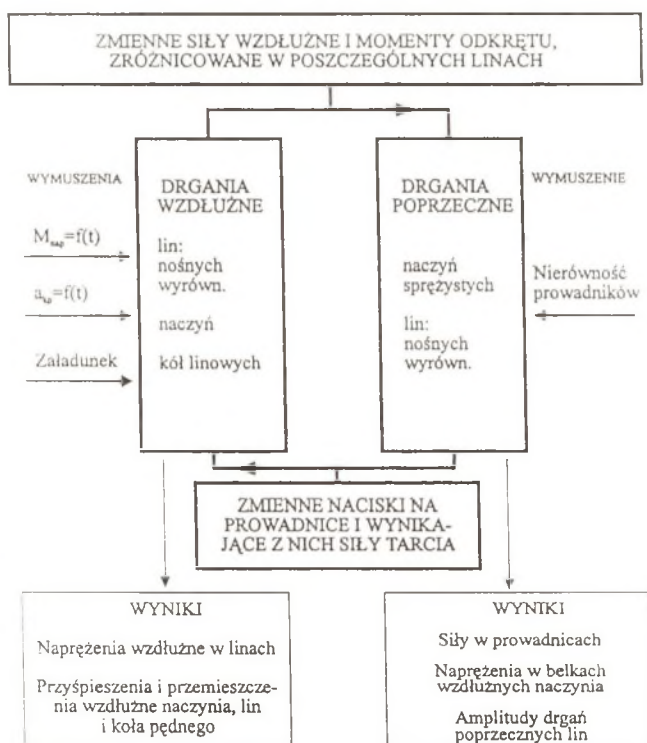
Резюме. В статье представлено математическую модель сопряженных продольных и поперечных колебаний шахтных подъемных установок. Представлено принятые предположения, уравнения модели и связи, определяющие соотношения между продольными и поперечными колебаниями.

1. WSTĘP

W spotykanych dotychczas pracach, dotyczących modelowania matematycznego układów wyciągowych, stanowiącego niezbędne narzędzie w ręku projektanta, przedstawiano niezależne modele, obejmujące drgania wzdłużne [1], wzdłużno-skrętne [3] bądź poprzeczne [2,4]. Każdy z tych modeli spełnia swoje zadanie w zakresie postawionych celów.

W niniejszej pracy założono rozważenie kompleksowego modelu dynamiki obiektu, analizując równocześnie sprzężone ze sobą drgania poprzeczne i wzdłużne.

Przyjęty model fizyczny układu wyciągowego obejmuje wałki, sprężyste liny nośne i wyrównawcze, odkształcalne naczynia wydobywcze oraz maszynę wyciągową z kołem pędym i kołami prowadzącymi. Schemat procesu modelowania przedstawiono na rys.1.



Rys.1. Schemat procesu modelowania sprzężonych drgań poprzeczno-wzdłużnych

Fig.1. Scheme of modelling of coupled transverse and longitudinal vibrations

2. ROZWAŻANE ZJAWISKA

Zakres rozważań obejmuje :

- drgania wzdłużne :
 - występujące w czasie pracy układu, wywołane wymuszeniem kinematycznym, w postaci zadanych zmian przyspieszenia koła pędnego, wymuszeniem dynamicznym w postaci zadanych zmian momentu maszyny wyciągowej oraz załadunkiem i rozładunkiem naczynia wyciągowego, a także związane z hamowaniem awaryjnym,
 - związane z poślizgiem lin na kole pędnym i ruchem dźwigni zawiesia, występujące przy nierówności promieni kół pędnych i zróżnicowanym naciągu wstępnym lin,
- drgania poprzeczne, wywołane nierównościami przewodników,
- sprzężenie drgań wzdłużnych i poprzecznych poprzez :
 - zmiany sił tarcia naczynia o prowadnice, wynikające z drgań poprzecznych (oscylacji sił nacisku), a wywołujące drgania wzdłużne,
 - zmiany sił wzdłużnych w linach, wynikające z drgań wzdłużnych, a wywołujące drgania poprzeczne (poprzez zmiany wypadkowych momentów sił działających na naczynie, w tym również momentów odkrętu),

Spośród istotnych własności i właściwości układu uwzględniono :

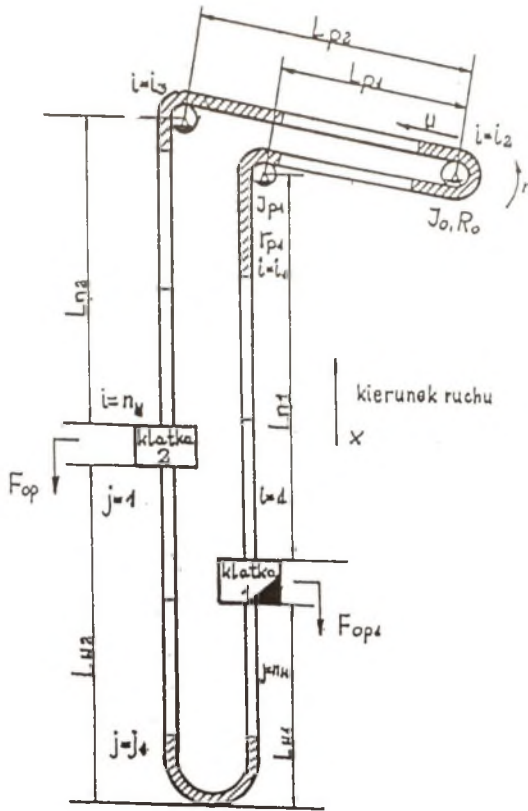
- zmianę długości wznoszącej i opadającej gałęzi lin wskutek ruchu naczynia,
 - opory ruchu klatki, obejmujące siły tarcia zależne od aktualnych nacisków na prowadnice i opory aerodynamiczne,
 - tłumienie wewnętrzne w linach i prowadnicach (tarcie lepkie),
 - zależność modułu Younga od naprężenia w linie,
 - możliwość ruchu dźwigni zawiesia,
 - możliwość wystąpienia poślizgu pojedynczych lin na kole pędnym,
 - występowanie luzów lub nacisków wstępnych przewodnic, współpracę przewodnic ślizgowych i tocznych i różne formy kontaktu przewodnic ze sprężystymi przewodnikami,
 - asymetrię obciążenia i konstrukcji skipu.
- Analizując odkształcenia dynamiczne naczynia wydobywczego przyjęto, że :
- pomija się rozciąganie prętów łączących głowice skipu, uwzględniając ich zginanie, przy przyjęciu, że ich końce są sztywno zamocowane do głowic,
 - głowicę górną i ramę dolną traktuje się jako ciała sztywne,
 - pomija się sztywność blach poszycia skipu.

3. MODEL MATEMATYCZNY DRGAŃ WZDŁUŻNYCH

Przyjęty model fizyczny przedstawia rys.2.

Równanie różniczkowe, opisujące drgania wzdłużne (x) wążkiego (ρ) i sztywnego (E) elementu liny o przekroju A , przy uwzględnieniu tłumienia lepkiego ν ma postać :

$$\rho \circ A \circ \left(\frac{\delta^2 x}{\delta t^2} \pm g \right) + EA \circ \left(1 + \nu \frac{\delta}{\delta t} \right) \frac{\delta^2 x}{\delta l^2} = 0. \quad (1)$$



Rys.2. Schemat układu do analizy drgań wzdłużnych

Fig.2. Scheme of hoisting system, used for analysis of longitudinal vibrations

Przechodząc do równania różnicowego, opisującego przemieszczenia dynamiczne x_i dyskretnego elementu liny 'i' o długości Δl , będące nadwyżką nad przemieszczeniem unoszenia u , wynikającym z ruchu koła pędnego, w najprostszym przypadku, dla odcinków lin nie będących w bezpośrednim sąsiedztwie naczynia, koła pędnego lub dolnej pętli liny wyrównawczej otrzymuje się :

$$\Delta m \cdot (\ddot{x}_i + \ddot{u}) + \frac{EA}{\Delta l} \cdot \left(1 + v \frac{d}{dt}\right) \cdot (x_i - x_{i-1} + x_i - x_{i+1}) \pm \Delta m \cdot g = 0. \quad (2)$$

Równanie równowagi dynamicznej naczynia o masie m_B przy uwzględnieniu kilku liniowych ($k=1 \div N_n$) i wyrównawczych ($l=1 \div N_w$) ma postać :

$$m_B (\ddot{x}_B + \ddot{u}) + \sum_{k=1}^{N_n} \left\{ \frac{EA}{\Delta l / 2} \left(1 + v \frac{d}{dt} \right) \right\}_k \circ (x_B - x_{i=1,k}) + \\ + \sum_{l=1}^{N_w} \left\{ \frac{EA}{\Delta l / 2} \left(1 + v \frac{d}{dt} \right) \right\}_l \circ (x_B - x_{j=n,l}) \pm m_B g + F_t \quad (3)$$

Siła oporu F_t ruchu naczynia obejmuje opór aerodynamiczny, proporcjonalny (C_{21}) do kwadratu prędkości ruchu naczynia oraz składowe wynikające z sumy nacisków prowadnic F_p na prowadniki, związane z tarciem suchym (μ_t) oraz lepkiem (v_t), proporcjonalnym do prędkości ruchu. Przyjęto, że można ją aproksymować wzorem :

$$F_t = \left\{ F_p u_t + C_{2t} (\dot{u} + \dot{x}_B)^2 \right\} \text{sign} (\dot{u} + \dot{x}_B) + F_p v_t (\dot{u} + \dot{x}_B) \quad (4)$$

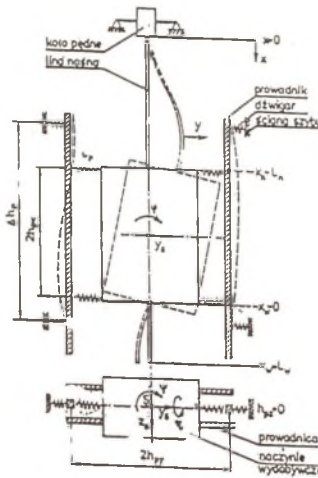
Równanie równowagi maszyny wyciągowej, z siłami zredukowanymi na promień koła pędnego R_k , przedstawia wzór (5). Przez ϕ_2 oznaczono - dla elementu dyskretnego linii l_2 , stykającego się aktualnie z kołem pędnym - stosunek długości odcinka pomiędzy końcem elementu a umownym punktem kontaktu z kołem do długości elementu. Przez ϕ_1 i ϕ_3 oznaczono podobne stosunki dla sąsiednich elementów.

$$\left(\frac{J_k}{R_k^2} + \frac{J_{kpr}^A + J_{kpr}^B}{R_{kpr}^2} \right) \ddot{u} + \sum_{k=1}^{N_n} \left\{ \Delta m (\ddot{x}_{i2} + \ddot{u}) \right\}_k - M_k / R_k + \\ + \sum_{k=1}^{N_n} \left\{ \frac{EA}{\Delta l} \left(1 + v \frac{d}{dt} \right) \right\}_k * \left\{ x_{i2} - x_{i2-1} - x_{i2+1} / (0.5 + \phi_2) \right\} + \\ + N_n \cdot \Delta m \cdot g \cdot \phi_1 (1 - 2 \phi_2) \quad - \text{dla } \phi_2 \leq 0.5 \quad (5) \\ + \sum_{k=1}^{N_n} \left\{ \frac{EA}{\Delta l} \left(1 + v \frac{d}{dt} \right) \right\}_k * \left\{ x_{i2} - x_{i2+1} - x_{i2-1} / (1.5 - \phi_2) \right\} - \\ - N_n \cdot \Delta m \cdot g \cdot \phi_3 (2 \phi_2 - 1) \quad - \text{dla } \phi_2 \geq 0.5.$$

Łącząc równania równowagi dla poszczególnych elementów układu, przekształcone poprzez wprowadzenie odpowiednich wyrażeń różnicowych opisujących przebieg procesu w czasie, otrzymuje się układ równań liniowych, pozwalający wyznaczyć wartości przemieszczeń w nowej chwili czasowej (x') na podstawie wartości w chwili poprzedniej (x^0, v^0). Układ równań rozwiązuje się numerycznie metodą redukcji trójkątnej.

4. MODEL MATEMATYCZNY DRGAŃ POPRZECZNYCH

Przyjęty model fizyczny przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Schemat układu do analizy drgań poprzecznych

Fig.3. Scheme of hoisting system,
used for analysis of transverse vibrations

Równanie równowagi dynamicznej naczynia o masie m_s wraz z głowicami m_g i m_d , o momentach bezwładności $J_{x,y,z}$, $J_{p,y,z}$, $J_{d,y,z}$, o odległościach lin i przewodnic od środka naczynia $h_{L,y,z}$ i $h_{p,y,z}$, sztywności zastępczej układu belek skipu i ich długości EI_L , h_L , przy oznaczeniu zmieniających się dynamicznie sił w linach i przewodnicach przez F_L , F_P , zaś przemieszczeń środka naczynia, jego głowic i kątów obrotu przez y_s , z_s , Δy , Δz , ϕ , ζ , ψ , $\Delta \phi$, ma postać:

$$\sum F_{iy} = 0 : \quad m_s \ddot{y}_s + (m_g - m_d) \Delta \ddot{y} / 2 + \sum_{p=1}^{N_{py}} F_{py} + \sum_{n=1}^{N_L} F_{Lny} - \sum_{w=1}^{N_W} F_{Lwy} = 0,$$

$$\sum F_{iz} = 0 : \quad m_s \ddot{z}_s + (m_g - m_d) \Delta \ddot{z} / 2 + \sum_{p=1}^{N_{pz}} F_{pz} + \sum_{n=1}^{N_L} F_{Lnz} - \sum_{w=1}^{N_W} F_{Lwz} = 0,$$

$$\sum M_{ix} = 0 :$$

$$\begin{aligned} & J_{sx} \ddot{\zeta} + (J_{gx} - J_{dx}) \Delta \ddot{\zeta} / 2 + \sum_{p=1}^{N_{pz}} F_{pz} \circ h_{py} - \sum_{p=1}^{N_{py}} F_{py} \circ h_{pz} + \\ & + \sum_{n=1}^{N_{y1}} (F_{Lnx} \circ h_{ny} - F_{Lny} \circ h_{nz} + S_n \circ K_{On}) - \\ & - \sum_{n=1}^{N_w} (F_{Lwx} \circ h_{wy} - F_{Lwy} \circ h_{wz} + S_w \circ K_{Ow}) = 0 \end{aligned}$$

$$\sum M_{iy} = 0 :$$

$$\begin{aligned} & J_{sy} \ddot{\eta} + (m_g \circ h_{gx} + m_d \circ h_{dx}) \Delta \ddot{\eta} / 2 + \sum_{p=1}^{N_{pz}} F_{pz} \circ (h_{py} + \mu \circ h_{pz}) + \\ & + \sum_{p=1}^{N_{py}} \mu \circ F_{py} \circ h_{pz} + \sum_{n=1}^{N_{y1}} F_{Lnx} \circ h_{nx} + \sum_{w=1}^{N_w} F_{Lwx} \circ h_{wz} + \\ & + \sum_{n=1}^{N_{y1}} S_n \circ (h_{nz} + z_{Lp}) - \sum_{w=1}^{N_w} S_w \circ (h_{wz} + z_{Lw}) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sum M_{iz} = 0 :$$

$$\begin{aligned} & J_{sz} \ddot{\phi} + (m_g \circ h_{gx} + m_d \circ h_{dx}) \Delta \ddot{\phi} / 2 + \sum_{p=1}^{N_{py}} F_{py} \circ (h_{px} + \mu \circ h_{py}) + \\ & + \sum_{p=1}^{N_{pz}} \mu \circ F_{pz} \circ h_{py} + \sum_{n=1}^{N_{y1}} F_{Lny} \circ h_{nx} + \sum_{w=1}^{N_w} F_{Lwy} \circ h_{wx} + \\ & + \sum_{n=1}^{N_{y1}} S_n \circ (h_{ny} + y_{Ln}) - \sum_{w=1}^{N_w} S_w \circ (h_{wy} + y_{Lw}) = 0, \end{aligned}$$

Postać równań dla głowicy górnej jest podobna. Przewidziano dowolne liczby przewodnic N_{px} , N_{pz} , działających w kierunku y i z , a także dowolną liczbę lin nośnych N_n i wyrównawczych N_w .

Całkowanie równań modelowych w czasie wykonywane jest numerycznie. Jeżeli w trakcie kroku czasowego zmieniają się warunki kontaktu którejs z przewodnic z przewodnikiem (np. poprzez wejście w strefę luzu lub uderzenie o przewodnicę ślizgową), jest on dzielony na odrębnie traktowane pododcinki czasowe.

Korzystając z opracowanego programu komputerowego, bazującego na powyższych równaniach, przeprowadzono symulację drgań rozważanych układów wyciągowych.

LITERATURA

- [1] Dvornikov W., Sitew A.: Analiz rieszenija urawnienija dinamiki mnogokanatnych szachtnych ustanowok. Woprosy eksploatacji szachtnych stacionarnych ustanowok, Donieck, 1985, s.10-28
- [2] Kawulok S.: Oddziaływanie zbrojenia szybu na mechanikę prowadzenia naczynia wyciągowego. Prace GIG, Katowice, 1989
- [3] Tejszerska D., Wojnarowski J.: Modelowanie drgań układów wyciągowych z uwzględnieniem zmiennej długości liny. Mat.Symp. Wpływ wibroizolacji na otoczenie. Kraków 1983
- [4] Vondrak I., Sebelá Z.: Prostrovy matematicky model dynamiki tezni nadoby. Uhli, Nr 4, 1987, ss. 159-165.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Antoniak

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993 r.

Abstract

Presented mathematical model describes coupled transverse and longitudinal vibrations. Irregularities of guides, eccentric of rope wheels, changes of hoisting machine driving moment during acceleration or braking of cage, and also the factors not taken into account in published models : effects of dynamic changes of forces in ropes on transverse vibrations, dynamic changes of friction in rollers, resulting from transverse vibrations and acting on longitudinal, asymmetry of load and cage, movements of cage support levers and sliding of rope on rope wheels are considered as causes of vibrations.

Physical model of hoisting system ,consisting of winding machine with rope pulley, elastic lifting and balance ropes, straining pulleys, flexible shaft guides and flexible cage with shoes, rollers and suspension gears is presented on fig.2,3. Equations, describing longitudinal vibrations have the form (1-5), and transverse vibrations - (6). Computer program, for numerical integration of equations is used for simulation of dynamic processes in mine hoisting systems.