

Janusz LEWANDOWSKI, Andrzej MILLER,  
Konrad ŚWIRSKI, Nikołaż UZUNOW  
Instytut Techniki Ciepłej  
Politechnika Warszawska

### JEDNOWYMIAROWY MODEL MATEMATYCZNY TURBINY PAROWEJ

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono koncepcję jednowymiarowego modelu o stałych rozłożonych do badania dynamiki turbin parowych. Układ przepływowy turbiny został przekształcony w jednowymiarowy kanał o zmiennym przekroju i długości.

### ONE-DIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF STEAM TURBINE

**Summary.** A conception of one-dimensional model with distributed parameters for dynamical research on steam turbines is presented. The flow path of the turbine is trasformed to one-dimensional channel with variable cross-section and lenght.

### ОДНОМИЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ

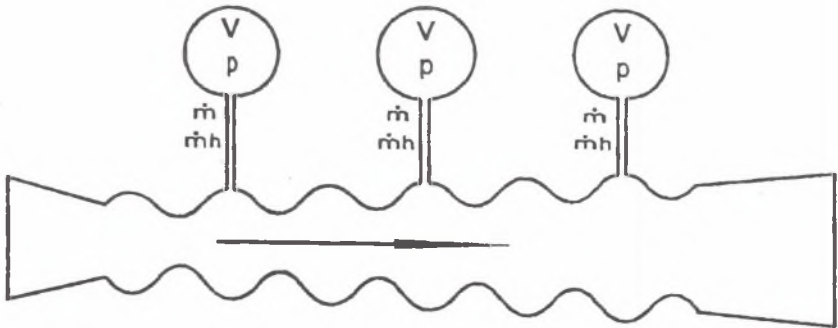
**Резюме.** В реферате представлена концепция одномерной модели с распределенными постоянными для исследования динамики паровых турбин. Проточная часть турбины преобразована в одномерный канал с переменным сечением и длиной.

## 1. WSTĘP

W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję modelu do badania nieustalonych procesów ciepłno-przepływowych w turbinie parowej, pracującej w obszarze dużych i średnich obciążeń. W opisie matematycznym modelu zastosowano metodę stałych rozłożonych.

Wpływ na pracę turbiny parowej w warunkach przejściowych mają zjawiska ciepłno-przepływowe, czyli rozprężanie czynnika roboczego, akumulacja jego masy i energii oraz akumulacja ciepła w metalu turbiny i związana z tym wymiana ciepła. Przy modelowaniu

procesów nieustalonych w turbinie decydujące znaczenie ma akumulacja masy i energii czynnika roboczego. W modelach dyskretnych przestrzeniami akumulacyjnymi są przestrzenie typu komory w miejscach upustów regeneracyjnych i podobne. Poprzedzielane one są grupami stopni turbinowych lub zaworów, w których następuje rozprężenie pary [2,4]. Ze względu na stosunkowo niewielką objętość przez nich zajmowaną (główne założenie przy podejściu dyskretnym) procesy w nich zachodzące modelowane są zwykle jako ciąg chwilowych stanów ustalonych. Jednak w wielu turbinach parowych objętość zajmowana przez czynnik roboczy w przestrzeniach międzyłopatkowych i między wieńcami stanowi znaczną część ogólnej objętości układu przepływowego, zatem zjawiska akumulacji masy i energii powinny być uwzględnione również dla układu łopatkowego. Jest to możliwe przy zastosowaniu modelu ciągłego w stosunku do całego układu przepływowego. W przypadku przepływu przez układ łopatkowy poziom rozwoju nauki i możliwości maszyn obliczeniowych ograniczają w zasadzie stosowanie modeli trójwymiarowych tylko do elementów maszyny pracującej w ustalonych warunkach. Główną ideą w koncepcji jednowymiarowego modelu jest przedstawienie układu przepływowego turbiny parowej jako jednowymiarowy kanał o zmiennej geometrii, połączony z źródłami masy (komorami upustowymi), w którym współrzędna przestrzenna zbiega się z głównym kierunkiem ruchu czynnika roboczego (rys.1.).



Rys.1. Schemat jednowymiarowego modelu turbiny parowej  
 Fig.1. Scheme of the one-dimensional model of steam turbine

## 2. MODEL MATEMATYCZNY

### 2.1. Opis matematyczny procesów ciepłno-przepływowych

Modele o parametrach rozłożonych opisywane są za pomocą równań różniczkowych cząstkowych. Główną zaletą tego typu modeli jest możliwość osiągnięcia ciągłego rozkładu parametrów stanu, a także strat przepływu, co w większej mierze odpowiada rzeczywistości.

W przypadku modelu jednowymiarowego uwzględnia się gradient parametrów jedynie w kierunku głównego przepływu. Parametry stanu uśredniane są w przekroju prostopadłym do tego kierunku.

Opis matematyczny modelu turbiny parowej dopełniają jeszcze nieliniowe zależności, określające własności termodynamiczne czynnika roboczego (równania stanu i energii wewnętrznej).

Podstawą do sformułowania modelu matematycznego procesów nieustalonych w turbinach parowych są równania zachowania masy, pędu i energii, opisujące zjawiska ciepłno-przepływowe:

$$\frac{\partial(\frac{A}{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{cA}{v})}{\partial l} = \dot{m}_p \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\frac{cA}{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{ccA}{v})}{\partial l} = \frac{A}{v} f_c + \frac{\partial p}{\partial l} A + q + \tau + (\dot{m}v)_p \quad (2)$$

$$\frac{\partial(e + \frac{c^2}{2} \frac{A}{v})}{\partial t} + \frac{\partial(e + \frac{c^2}{2} \frac{cA}{v})}{\partial l} = \frac{cA}{v} f_c + \frac{\partial(p c A)}{\partial l} + q + \tau c + k_p \quad (3)$$

gdzie:  $t$  - czas,

$l$  - współrzędna przestrzenna,

$c$  - prędkość bezwzględna,

$v$  - objętość właściwa czynnika roboczego,

$p$  - ciśnienie statyczne,

$e$  - właściwa energia wewnętrzna,

$A$  - przekrój przepływu,

$f_c$  - jednostkowe siły masowe,

$q$  - wymienione i dostarczone do przepływu ciepło,

$\tau$  - człon lepkościowy,

$\dot{m}_1$  - strumień masy wymieniony przez powierzchnie ograniczające,

$(\dot{m}v)_1$  - pęd wymieniony przez powierzchnie ograniczające,

$k_p$  - człon wymiany energii kinetycznej przez powierzchnie ograniczające.

Źródła masy (komory upustów regeneracyjnych) modelowane są jako przestrzenie akumulacyjne w sposób dyskretny. W opisie matematycznym wykorzystano równania bilansu masy i energii w ogólnej postaci:

$$\frac{dm}{dt} = \Sigma G_{\alpha j} + \Sigma G_{\omega j} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(E+K) = \Sigma G_{\alpha j}(e_{\alpha j} + k_{\alpha j}) - \Sigma G_{\omega j}(e_{\omega j} + k_{\omega j}) + Q - L, \quad (5)$$

gdzie:  $m$  - masa czynnika roboczego, zawartego w przestrzeni,

$G$  - strumień masy czynnika roboczego,

$k$  - właściwa energia kinetyczna,

$Q$  - ciepło, doprowadzone do czynnika od metalu turbiny,

$L$  - praca, wykonana przez czynnik roboczy w danej przestrzeni.

Sumowania dotyczą wszystkich wielkości danego typu. Indeksom " $\alpha$ " oznaczone są strumienie wpływające do przestrzeni, a indeksom " $\omega$ " strumienie wypływające.

Opis matematyczny modelu turbiny parowej dopełniają jeszcze nieliniowe zależności, określające własności termodynamiczne czynnika roboczego (równania stanu i energii wewnętrznej) i położenie zaworów zwrotno-odcinających w miejscach upustów regeneracyjnych oraz opisujące proces regulacji temperatury pary w przegrzewaczu międzystopniowym.

## 2.2. Jednowymiarowy model przepływu przez układ łopatkowy

Warunkiem dla powstania jednowymiarowego modelu turbiny parowej jest sformułowanie modelu układu łopatkowego.

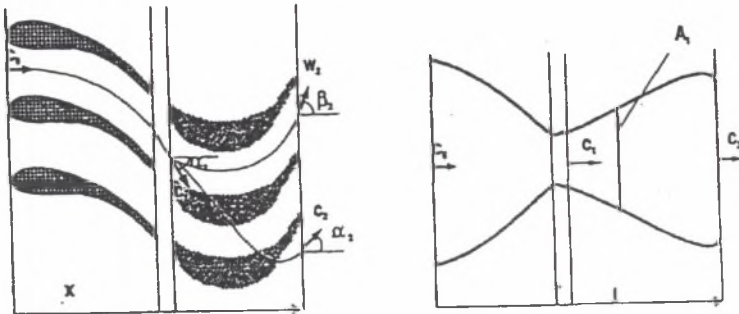
Rzeczywisty przepływ czynnika roboczego w kanale łopatkowym przekształcony jest w jednowymiarowy przepływ w kanale o zmiennej długości i przekroju [1,3]. Modelowy przepływ czynnika spełnia następujące założenia:

- objętość akumulacyjna modelowego kanału odpowiada objętości rzeczywistego traktu przepływowego (modelowe przekroje i długość traktu odpowiadają średnim parametrom rzeczywistych przestrzeni międzyłopatkowych);
- na odcinkach modelowego kanału, odpowiadających poszczególnym stopniom, zachodzą analogiczne zjawiska (odbiór pracy, wymiana ciepła).

Do opisu matematycznego modelowego przepływu użyte są równania zachowania w postaci (1)-(3). Powstaje przy tym uniwersalna koncepcja modelu dla wszystkich komponentów turbiny parowej.

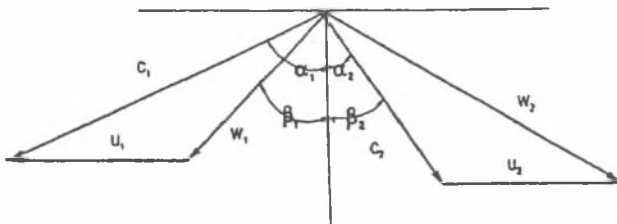
Dla wieńca kierowniczego, przyjmując wartości średnie na średnicy podziałowej i stopień czysto osiowy, można transponować przestrzeń międzyłopatkową na modelowy kanał jednowymiarowy. Przekrój modelowego kanału jest sumą przekrojów poszczególnych przestrzeni międzyłopatkowych, rzutowany na kierunek prostopadły do ruchu czynnika roboczego. Długość modelowego kanału związana jest z uśrednionym torem ruchu płyau, czyli z kątem  $\alpha$  (odchylenia prędkości bezwzględnej od kierunku osiowego).

W przypadku kanałów wirnikowych uśredniony tor ruchu czynnika roboczego jest złożeniem ruchu względnego między łopatkami i ruchu obrotowego wieńca. Stosując analogiczne podejście, jak dla kanału kierowniczego, można określić przekrój i długość kanału modelowego.



Rys.2. Schematyczne przedstawienie stopnia turbinowego oraz przekształcenia do postaci modelowego kanału przepływu

Fig.2. Schematic presentation of turbine stage and its transformation to model channel



Rys.3. Trójkąty prędkości stopnia turbinowego

Fig.3. Velocity triangles of turbine stage

Ważnym zagadnieniem jest ujęcie w modelu przekazu energii z czynnika roboczego do łopatek wirnikowych. W jednowymiarowej teorii maszyny wirnikowej wprowadzane są pojęcia trójkątów prędkości i wyprowadzone równania, opisujące ilość pracy, odebranej z wieńca:

$$h_c = \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2), \quad (6)$$

gdzie:  $u$  - prędkość obwodowa,  
 $w$  - prędkość w układzie względnym,  
 a wprowadzając zależność od kątów łopatkowych  $\alpha$ :

$$h_c = u(c_1 \sin \alpha_1 - c_2 \sin \alpha_2). \quad (7)$$

Postuluje się wprowadzenie na odcinku modelowego kanału, odpowiadającemu wieńcowi wirnikowemu, fikcyjnych sił masowych, skierowanych przeciwnie do ruchu płynu. Praca, wykonana przeciwko fikcyjnemu polu tych sił, jest równa pracy stopnia turbiny:

$$h_c = \int_{l=0}^{l=l_w} f_c dl. \quad (8)$$

gdzie:  $h_c$  - praca odebrana w wieńcu,  
 $l_w$  - długość modelowego kanału, odpowiadająca wieńcowi wirnikowemu.  
 Pole sił masowych w każdej chwili procesu określone jest jako

$$f_{cl} = \frac{u(c_{l-1} \sin \alpha_{l-1} - c_l \sin \alpha_l)}{dl} \quad (9)$$

Zależność pola sił masowych od zmiany odchylenia prędkości bezwzględnej od kierunku osiowego powoduje jego zmienność w stanach nieustalonych.

### 3. UWAGI KOŃCOWE

Metodę rozwiązania modelu oraz wyniki symulacji komputerowej, przeprowadzonej przy użyciu powyższego modelu, zostaną przedstawione na Sympozjonie. Prowadzone badania pozwolą w najbliższym czasie określić kryteria stosowalności modeli procesów dynamicznych w turbinach parowych, opisanych za pomocą stałych skupionych i rozłożonych.

## LITERATURA

- [1] Świrski K., Lewandowski J., Miller A.: Koncepcja jednowymiarowego modelu do badania własności dynamicznych turbiny gazowej. XXXI Sympozjon "Modelowanie w mechanic", Beskid Śląski 1992.
- [2] Lewandowski J., Badyda K., Miller A., Szczap J.: Modelowanie matematyczne procesu akumulacji czynnika roboczego w układzie przepływowym turbiny ciepłej. XXVI Sympozjon "Modelowanie w mechanic", Beskid Śląski 1987.
- [3] Świrski K.: Modelowanie własności dynamicznych turbin gazowych. Rozprawa doktorska, Warszawa 1994.
- [4] Lewandowski J.: Zagadnienia identyfikacji turbin parowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, z. 125/90, Warszawa 1990.

Recenzent: prof dr hab. inż. W. Gutkowski

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.