

Tadeusz MARKOWSKI  
Marek MIJAŁ

Faculty of Mechanical Engineering and Aeronautics  
Rzeszów University of Technology, Rzeszów, Poland

## GENERIERUNG DES FEM - DREIECKNETZES IN DEM STIRNSCHNITT DES ZAHNRADES

**Summary.** This Paper deals with the problem of generating the triangular element mesh of a toothed ring section. The mesh can be utilised generally in toothy and meshing efficiency analysis.

### 1. Einleitung

Infolge der Mängel der allgemein angewendeten Balkenmodelle [1] [2], scheint es zweckmäßig zu sein, zur quantitativen Schätzung des Verformung - und Spannungszustandes in dem belasteten Zahn des Zahnrades, die komputergestützte Simulation mit der Ausnutzung der Finite Elementen Methode [3] anzuwenden. Die Methode läßt der Zahnprofil mit der sehr hohen Genauigkeit anzunähern, und mehrere Einflußgrößen die den Verformung - und Spannungszustand beeinflussen, einbeziehen.

Die Mehrheit von den allgemein angewendeten FEM - Programme fördert die Datenvorbereitung in der form der Textdatei, was bei den größeren Strukturen kompliziert ist. Von dieser Nachteil sind manche FEM - Rechensysteme mit der graphischen Datenvorbereitung z.B. COSMOS/M, ALGOR u.ä. frei. Die Anwendbarkeit der Systeme ist aber durch den hohen Preis und die Hardwareanforderungen beschränkt.

In der vorliegenden Arbeit wird die Methode der automatischen Generierung des Dreiecknetzes in dem Stirnschnitt des Zahnrades für die FEM - Berechnungen dargestellt. Auf dieser Basis wurde ein Programm für Datenvorbereitung für den SAP - System bearbeitet.

## 2. Generierung des Dreiecknetzes in einem Stirnschnitt des Zahnes

Die Ausgangsparametr für die Berechnungen sind die Grundparametr des Rades:

- Innendurchmesser des Zahnkranzes  $d_w$ ,
- Normalmodul  $m_n$ ,
- Zähnezahl  $z$ .

Ausgehend von den o.g. Daten werden die Punkte des Profils der Zahnflanke bestimmt. Die Karthesische Koordinaten der Punkte bilden eine Ausgangsdatei die als Textdatei abgespeichert wird.

Nach dem Aufruf des Programms werden die Koordinaten dieser Punkte eingelesen. Die Eingabe kann auch per Hand von der Tastatur erfolgt werden. Nach der Dateneingabe wird die volle Gestalt des Zahnes generiert und das Koordinatensystem wird transformiert (Abb.2.).

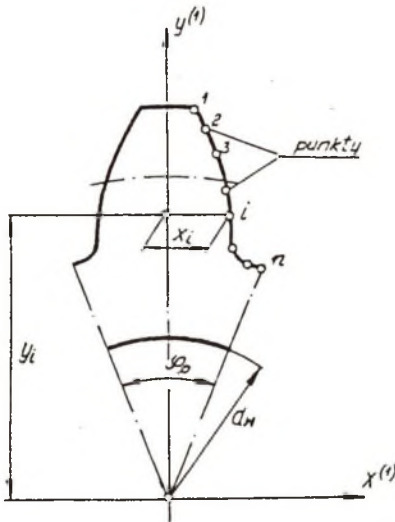


Abb.1. Die Punkte des Zahnprofils im karthesischen Koordinatensystem

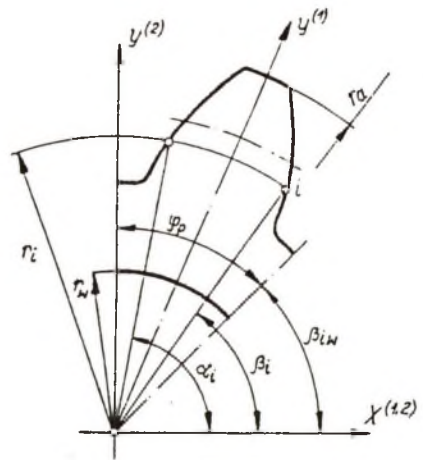


Abb.2. Die Punkte des Zahnprofils nach der Umrechnung zum System der Polarkoordinaten

wobei:  $\varphi_p$  - Teilwinkel des Zahnrades.

Der Zahn wird jetzt auf die mit den konzentrischen Bogen beschränkte Ringe geteilt. Entsprechende Punkten des Zahnprofils bilden die Anfangs - und Endpunkte der Bogen. Dann werden die Basispunkte des Zahnkranzausschnittes berechnet und erfolgt die Teilung des Zahnkranzes wobei:

- Anfangswinkel des Zahnkranzausschnittes (Abb.2.)  $\alpha_w = \frac{\pi}{2}$

- Endwinkel des Zahnkranzausschnittes (Abb.2.)  $\beta_w = \frac{\pi}{2} - \varphi_r$

Die Bogen werden jetzt geteilt und die Endpunkten der Teile werden zu den Knoten des Netzes, wobei die Teilung der Bogen von dem Benutzer, abhängig von seinem Bedarf, anzugeben ist. Die Punkten des Zahnflankenprofils  $(r_i, \alpha_i)$  und  $(r_i, \beta_i)$  werden auch als Knoten des Netzes betrachtet. Zunächst erfolgt die Numerierung der Knoten, wobei die Knotennummern die Indizes sind, die die Koordinaten der Knoten in der Tabelle bestimmen. Auch die Lagen der Bogen abgespeichert werden.

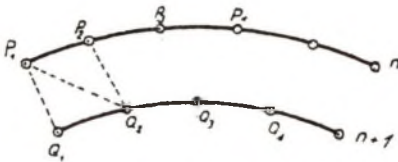


Abb.3. Generierung des Netzes auf einem Bogenpaar (Bogen  $n$  und  $n+1$ )

Die Teilung auf Dreieckselemente erfolgt für alle nebeneinanderstehenden Bogenpaare. Die Bogen  $n$  und  $n+1$  werden wie auf der Abb.3. betrachtet. Die Punkte  $P_1$  und  $Q_1$  bilden zwei Knoten des ersten Dreiecks. Der dritte Knoten kann ein nächststehender Knoten sein. Der Auswahl des dritten Knoten erfolgt nach folgendem Kriterium:

$$\left( \left| \overline{Q_i, P_{i+1}} \right| \cap \left| \overline{Q_{i+1}, P_i} \right| \right) = \min \quad (1)$$

Die Knotennummer der Dreieckselemente und ihre kartesische Koordinaten werden in der Ergebnistabelle abgespeichert. Die Form der Ergebnistafel bildet eine Datei die für die FEM - Programme der SAP - Familie einfach benutzt werden kann.

### 3. Beispiel

Die Hauptvorteile dies in der Arbeit beschriebenen Programms sind die einfache Bedienung, ausreichende Rechengenauigkeit und die Möglichkeit der Benutzung der Rechner der PC/AT bzw. SX - Klasse mit der kleinen Kapazität der Festplatte.

Als Beispiel wurde es eine Struktur der Dreieckselemente auf dem Stirnschnitt des Zahnes mit folgenden Kenndaten generiert:  $m_n = 5\text{mm}$ ,  $z = 40$ ,  $d_w = 170\text{mm}$ . Die Ergebnisse werden auf den Abb.4. und 5. dargestellt.

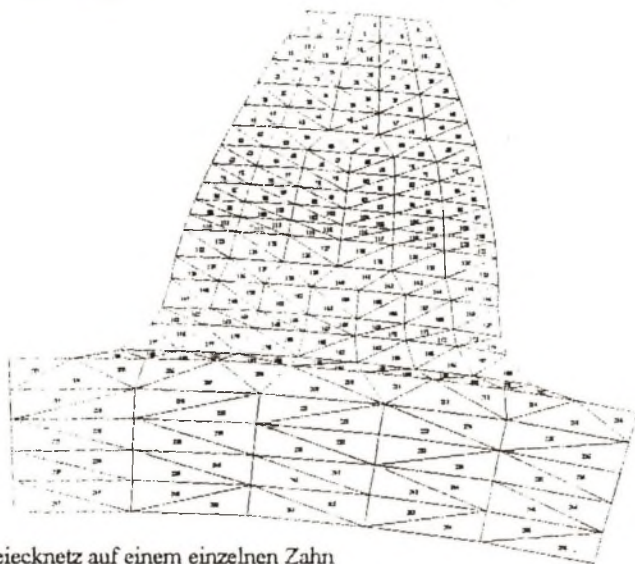


Abb.4. Dreiecknetz auf einem einzelnen Zahn

In einigen Fällen der Tragfähigkeitsberechnungen wird es nötig eine Struktur die sich aus mehreren Zähnen besteht zu generieren. Der Programm ermöglicht, zu dem generierten Zahn, die nächststehende Zähne mit gleicher Struktur von der rechten Seite addieren. Die einzige Beschränkung ist dabei die Knotenzahl, die mit Speicherkapazität des Rechners verbunden ist.

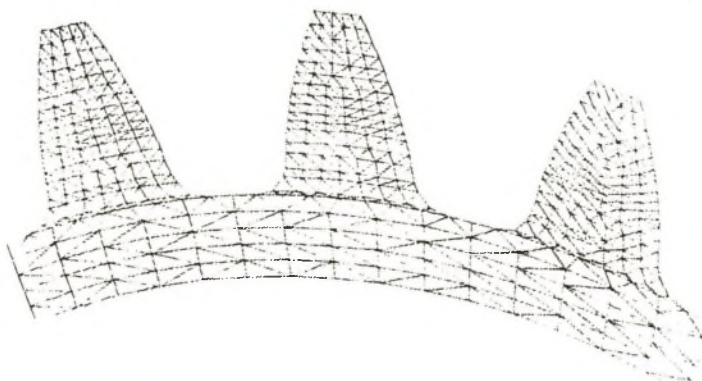


Abb5. Dreiecknetz auf drei Zähnen mit o.g. Daten.

## LITERATUR

- [1] Rys, J.: Analiza obciążeń statycznych i dynamicznych w walcowych przekładniach zębatach, Zeszyt Naukowy Nr 6 Politechniki Krakowskiej, Krakow 1977
- [2] Albert, M.: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit - ein schwieriges Normungsproblem, Konstruktion 39 (1987) H.11, S. 447 - 445
- [3] Schlereth, W.: Spannungen in Zahnfuß bei Schwenklager Innenverzahnungen - Einfluß des Fußausrundung. Konstruktion 39 (1987) H.9, S. 339 - 345

Gutachter: Piotr Gendarz