

Janusz PIECHNA, Janusz MALISZEWSKI, Zbigniew NOSAL
Zakład Aerodynamiki
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska

MODELOWANIE PRZEPŁYWU KRWI PRZEZ SZTUCZNĄ ZASTAWKĘ TYPU KULOWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono założenia, metodę obliczeń oraz wyniki symulacji numerycznej ustalonego przepływu płynu lepkiego przez zastawkę typu kulowego. Ze względu na stosunkowo złożoną geometrię przepływu do obliczeń wykorzystano metodę elementów skończonych. Analizowano przepływ dla różnych położeń kuli i różnych kierunków przepływu.

MODELLING OF BLOOD FLOW THROUGH AN ARTIFICIAL VALVE OF BALL TYPE

Summary. In the paper assumptions, a method of calculation and results of numerical simulation of a steady flow of viscous fluid through the artificial valve of ball type is presented. Due to the relatively complicated shape of the flow field solution was obtained by the use of the finite element method. Different ball positions and flow directions were considered.

MODELLIERUNG EINER BLUTSTRÖMUNG DURCH KÜNSTLICHE KUGELHERZKLAPPEN

Zusammenfassung. In dieser Arbeit wurden Voraussetzungen, eine Berechnungsmethode sowie Ergebnisse einer numerischen Symulation für stationäre Strömung einer Zähigen Flüssigkeit durch eine Kugelherzklappe dargestellt. Auf Grund komplizierten Geometrie der Strömung wurde eine FEM Methode für die Berechnungen benutzt. Es wurden Strömungen für verschiedene Kugelpositionen sowie Strömungsrichtungen analysiert.

1. WSTĘP

Wymiana uszkodzonej zastawki naturalnej na sztuczną jest już w chwili obecnej rutynową procedurą. W chwili obecnej rynek sztucznych zastawek opanowany jest przez dwa typy mechanicznych zastawek [2]. Są to zastawki typu uchylonego dysku i zastawki z dwoma ruchomymi listkami.

Zastawki typu kulowego stanowią aktualnie tylko 10% wszczepianych zastawek. Ze względu jednak na charakterystyczną, dobrze zdefiniowaną geometrię, doskonale nadaje się ona do analizy zjawisk występujących w czasie przepływu krwi przez zastawki. Wadą

zastawki kulowej jest stosunkowo duży spadek ciśnienia, zaletą prosta konstrukcja bez elementów łożyskowania. Zastawka tego typu była pierwszym praktycznie działającym zaworem jaki został użyty. Problemy immunologiczne zostały pokonane gdy w 1969 roku wprowadzono pokrycia grafitem pyrolitycznym. Mimo stałego postępu pacjenci ze sztucznymi zastawkami muszą korzystać ze środków farmakologicznych dla zmniejszenia ryzyka powstawania skrzepów.

Problematyką tą zajmuje się wiele ośrodków [1],[5],[6],[7]. Interesujący przegląd problemów związanych z modelowaniem przepływów w układzie krążenia zamieszczono w [11].



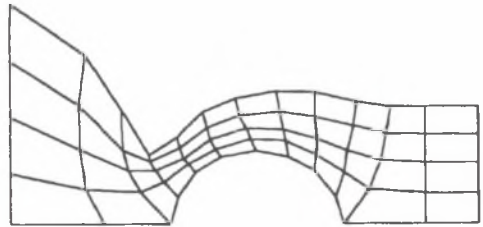
Rys. 1. Położenia sztucznych zastawek
Fig. 1. Position of artificial valves

odpowiadający w pełni rozwiniętemu profilowi laminarnemu. Założenia te wydają się niewłaściwe. W niniejszej pracy przyjęto geometrię analizowanego pola przepływu pokazaną na rys. 2.

2. MODEL FIZYCZNY

Zastawki mogą pracować w dwóch położeniach. Nieco częściej występuje konieczność wymiany na sztuczne, zastawek łączących lewą komorę serca z łukiem aorty. Rzadziej występują sztuczne zastawki pomiędzy lewym przedsionkiem a lewą komorą serca. Wymiany pozostałych zastawek stanowią mniej niż 4% wszystkich wszczepień.

We wszystkich przypadkach dopływ krwi do zastawki odbywa się ze stosunkowo dużej przestrzeni - z komory lub przedsionka. W wielu pracach zajmujących się obliczeniami przepływu [1],[8],[12] zakłada się napływ przewodem o tej samej średnicy co wylot a rozkład prędkości w przekroju wlotowym



Rys. 2. Geometria analizowanego pola przepływu
Fig. 2. Flow field geometry

3. MODEL MATEMATYCZNY

Przyjęto iż własności krwi mogą być opisane modelem płynu newtonowskiego. Wykorzystano własności geometryczne analizowanego obszaru wprowadzając układ o osiowej symetrii. Ustalony przepływ płynu lepkiego we współrzędnych walcowych daje się opisać następującym układem równań

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \bar{v} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0$$

gdzie:

u	-prędkość w kierunku osiowym	v	-prędkość w kierunku promieniowym
ρ	-gęstość płynu	\bar{v}	-kinematyczna lepkość płynu
p	-ciśnienie		

z warunkami brzegowymi w postaci:

$$u = 0, v = 0 \text{ na ścianie,} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0 \text{ w osi symetrii,}$$

$$u_{(r)} = u_{o(r)}, v = 0 \text{ w przekroju wlotowym,} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0, p = p_o \text{ w przekroju wylotowym.}$$

4. MODEL NUMERYCZNY

Do rozwiązania powyższego układu równań ze względu na skomplikowaną geometrię analizowanego obszaru wykorzystano metodę elementów skończonych [10],[14]. Stosując postępowanie ważonej residualnej Galerkinia otrzymamy:

$$\int_s N_i \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \bar{v} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) \right] dS = 0$$

$$\int_s N_i \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \bar{v} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right) \right] dS = 0$$

$$\int_s N_i \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right] dS = 0$$

Wykorzystując twierdzenie Greena dla członów zawierających pochodne drugiego rzędu uzyskamy

$$\int_s \left[N_i \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] dS + \int_L \bar{v} N_i \frac{\partial u}{\partial n} dl = 0$$

$$\int_s \left[N_i \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - N_i \frac{v^2}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] dS + \int_L \bar{v} N_i \frac{\partial v}{\partial n} dl = 0$$

$$\int_s N_i \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right] dS = 0$$

Wyrażając u, v, p poprzez wartości węzłowe i funkcje kształtu N i M gwarantujące ciągłość zmiennych oraz stosując akceptowaną praktykę przyjmowania zmienności ciśnienia przy pomocy funkcji o rzędz mniejszej niż zmienność prędkości

$$u = [N]\{u\}, \quad v = [N]\{v\}, \quad p = [M]\{p\},$$

mamy

$$\int_S \left[N_i \left(N_k u_k \frac{\partial N_i}{\partial x} u_j + N_k v_k \frac{\partial N_i}{\partial r} u_j + \frac{1}{\rho} \frac{\partial M_j}{\partial x} p_j \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) u_j \right] dS \\ + \int_L \bar{v} N_i \frac{\partial u}{\partial n} dl = 0$$

$$\int_S \left[N_i \left(N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} v_j + N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial r} v_j + \frac{1}{\rho} \frac{\partial M_j}{\partial r} p_j \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} - N_i \frac{N_j v_j N_j}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) v_j \right] dS \\ + \int_L \bar{v} N_i \frac{\partial v}{\partial n} dl = 0$$

$$\int_S N_i \left[\frac{\partial N_j}{\partial x} u_j + \frac{\partial N_j}{\partial r} v_j + \frac{N_j v_j}{r} \right] dS = 0.$$

Ostatecznie możemy zapisać standardową postać zbioru równań: $[A]\{X\}=0$

$$\text{gdzie: } X = \begin{Bmatrix} u_j \\ p_j \\ v_j \end{Bmatrix}, a_{ij} = \sum_1^r \int_S \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} dS - \int_L \begin{bmatrix} \bar{v} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{v} N_i \frac{\partial N_j}{\partial n} \end{bmatrix} dl,$$

$$C_{11} = N_i \left(N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right),$$

$$C_{12} = \frac{1}{\rho} N_i \frac{\partial M_j}{\partial x}, \quad C_{13} = 0, \quad C_{21} = M_i \frac{\partial N_j}{\partial x}, \quad C_{22} = 0,$$

$$C_{23} = M_i \left(\frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{N_j}{r} \right), \quad C_{31} = 0, \quad C_{32} = \frac{1}{\rho} N_i \frac{\partial M_j}{\partial x},$$

$$C_{33} = N_i \left(N_k u_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_k v_k \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) - \bar{v} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} - N_i \frac{N_j v_j N_j}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right)$$

Zastosowano 9-cio węzłowe elementy z funkcjami kształtu we współrzędnych lokalnych opisanymi wielomianami Lagrange'a.

$$p = \sum_1^4 M_i p_i, \quad u = \sum_1^2 N_i u_i, \quad v = \sum_1^2 N_i v_i,$$

Otrzymany układ równań liniowych rozwiązywany jest iteracyjnie przy wykorzystaniu metody Newtona-Raphsona.

$$J_p(X - X_p) = b - A(X_p)X_p,$$

gdzie:

- J_p Jakobian macierzy A ,
- X_p znane przybliżenie rozwiązania,
- X nowe przybliżenie rozwiązania.

Jakobian obliczono w następujący sposób

$$J_{ij} = \frac{\partial}{\partial X_j} [A_k(X) X_k] = A_k(X) + A'_{ij} \quad \text{gdzie } A'_{ij} = \int_{S^*} \begin{bmatrix} N_i N_j u_k \frac{\partial N_k}{\partial x} & 0 & N_i N_j u_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \\ 0 & 0 & 0 \\ N_i N_j v_k \frac{\partial N_k}{\partial x} & 0 & N_i N_j v_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \end{bmatrix} dS$$

Obliczenia rozpoczynają się dla symulowanego przepływu z małą liczbą Reynoldsa dając rozwiązania będące początkowym przybliżeniem dla kolejnego obliczenia z większą liczbą Reynoldsa.

5. RÓWNANIA DODATKOWE

Dla zilustrowania dodatkowych informacji o przepływie takich jak, wirowość czy przebieg linii prądu, wykorzystano następujące równania

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = -\omega$$

gdzie: ψ - jest wartością funkcji prądu, a wirowość ω zdefiniowana jest następująco

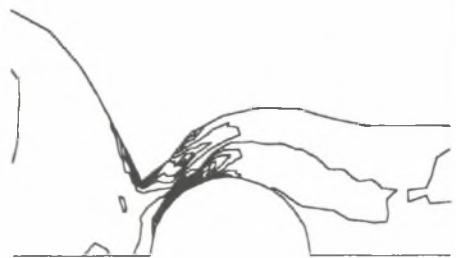
$$\omega = -\left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

6. WYNIKI OBLICZEŃ

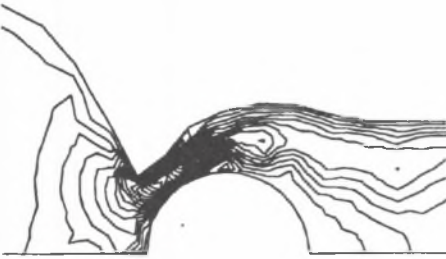
Oprócz obliczeń dających informacje o polu prędkości w stanie pełnego otwarcia zastawki wykonano obliczenia dla otwarć częściowych i dla przepływu wstecznego. Położenie kuli zaworu przedstawiano w zależności od jego względnego położenia (x/D). Wielkość x jest przemieszczeniem kuli od położenia odpowiadającego pełnemu zamknięciu, a wielkość D jest średnicą kuli. Wielkość liczby Reynoldsa określano biorąc maksymalną prędkość na wlocie i średnicę wlotu i lepkość analizowanego płynu. Ze względu na zmienne średnice kanału liczba Reynoldsa zmienia się wzdłuż przepływu. Na kolejnych rysunkach zilustrowano rozkłady takich parametrów przepływu jak ciśnienie, wirowość, wartości składowych prędkości, przebieg linii prądu oraz wektory prędkości dla położenia kulki zaworu odpowiadającej wartości x/D równej 0.26 i liczbie Reynoldsa równej 54.8.



Rys. 3. Izolinie ciśnienia (Re=54.8, $x/D=0.26$)
Fig. 3. Pressure isolines (Re=54.8, $x/D=0.26$)



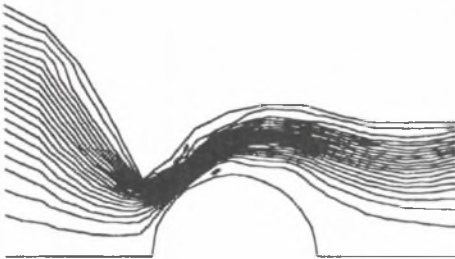
Rys. 4. Izolinie wirowości (Re=54.8, $x/D=0.26$)
Fig. 4. Vorticity isolines



Rys. 5. Izolinie prędkości w kierunku osi x
Fig. 5. Axial velocity component isolines



Rys. 6. Izolinie prędkości w kierunku osi r
Fig. 6. Radial velocity component isolines



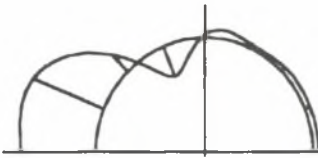
Rys. 7. Przebieg linii prądu
Fig. 7. Streamlines



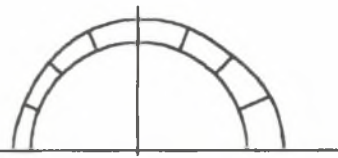
Rys. 8. Pole prędkości
Fig. 8. Velocity field

Na rys. 3 przedstawiono przebieg izoliny ciśnienia. Jak można zauważyć spadek ciśnienia następuje głównie w okolicy przewężenia przepływu. W pozostałym obszarze zmiany ciśnienia są nieznaczne. Rys. 4 ilustruje rozkład wirowości w analizowanym obszarze przepływu. Widoczne są obszary o znacznej wirowości na przedniej ściance kuli oraz w okolicy gniazda zastawki. Obszary te można interpretować jako obszary o znacznych naprężeniach stycznych i ewentualnych miejscach powstawania uszkodzeń takich elementów krwi jak czerwone ciała oraz płytki krwi. Zmiany wartości składowej osiowej prędkości pokazano na rys. 5. Widoczne jest formowanie się przepływu głównie w zewnętrznej części obszaru za kulą zastawki. Wyraźnie widoczny jest obszar rozpędzania się płynu przed wlotem do szczeliny zaworu. Zmiany rozkładu promieniowej składowej prędkości przepływu pokazane na rys. 6 wskazują na dość równomierne przemieszczanie się płynu w kierunku szczeliny w obszarze przed zastawką i prawie równoległy przepływ w obszarze za zastawką. Ruch płynu najczytelniej ilustruje przebieg linii prądu pokazany na rys. 7. Widoczne jest oderwanie przepływu zarówno na powierzchni kuli jak też w obszarze tuż za gniazdem zaworu. Obszar zagęszczonego przebiegu linii prądu sygnalizuje obecność obszaru niskich ciśnień w szczelinie zaworu. Wektory prędkości pokazano na rys. 8.

Na rys. 9 i 10 pokazano obliczone rozkłady ciśnień na powierzchni kulki zaworu. Widoczny jest charakterystyczny skośny (promieniowy) napływ na kulkę w fazie otwierania. Wyraźnie widoczny jest zupełnie inny charakter rozkładów ciśnień w fazie zamykania. Biorąc pod uwagę rozkłady ciśnień należy sądzić iż otwieranie zastawki następuje szybciej niż jej zamykanie. Pojawia się problem interpretacji uzyskanych informacji o polu przepływu. Podstawowa niedogodność związana ze stosowaniem mechanicznych zastawek to problem tworzenia się skrzepów.



Rys. 9. Rozkład ciśnienia na powierzchni kulki dla $Re=54.8$ w trakcie otwierania zastawki, położenie kulki $x/D=0.26$
 Fig. 9. Pressure distribution on the ball surface in opening phase $x/D=0.26$



Rys. 10. Rozkład ciśnienia na powierzchni kulki dla $Re=54.8$ w trakcie zamykania zastawki, położenie kulki $x/D=0.26$
 Fig. 10. Pressure distribution on the ball surface in the closing phase $x/D=0.26$

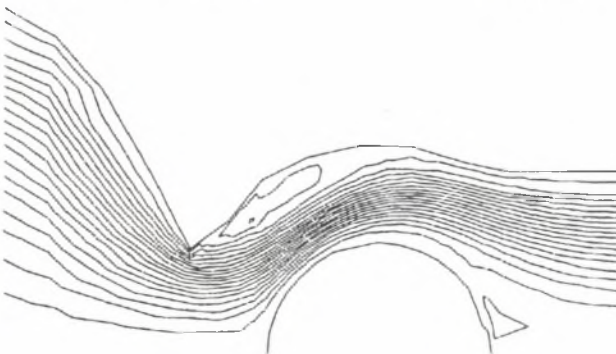
Jedną z teorii [9] powstawania skrzeplin bazuje na następującym mechanizmie. Uszkodzenie części czerwonych ciałek krwi w strefie dużych naprężeń ścinających jest przyczyną bezpośrednią. Uszkodzenia te uruchamiają mechanizm pośredni poprzez aktywację w tej strefie płytek krwi i enzymów powodujących koagulację. Łączenie się płytek krwi oraz tworzenie włóknika (fibryny) następuje w obszarze recyrkulacji. Obszary oderwania są miejscami rozwoju autokatalitycznych procesów enzymatycznych zapoczątkowanych w obszarze dużych naprężeń. Dodatkowo obszary recyrkulacji, w których elementy płynu pozostają przez dłuższy czas, zapewniają idealne warunki dla gwałtownego wzrostu skupisk płytek. Osadzanie skrzeplin następuje natomiast w obszarze przyklejenia oderwanego przepływu, tam gdzie przepływ odbywa się prostopadle do ścianki. Teoria ta może być podstawą do wyodrębnienia niekorzystnych postaci przepływu i ich ograniczenia lub likwidacji poprzez odpowiednie kształtowanie geometrii zastawki.

Z medycznego punktu widzenia istotne jest zatem określenie obszarów występowania dużych naprężeń [4] oraz obszarów recyrkulacji (rys. 11 i 12) i stref przyklejenia oderwanego przepływu.



Rys. 11. Pole prędkości z występującym obszarem oderwania i recyrkulacji dla położenia kulki $x/D=0.5$

Fig. 11. Velocity field with recirculation area for ball displacement $x/D=0.5$



Rys. 12. Linie prądu $x/D=0.5$
 Fig. 12. Streamlines $x/D=0.5$

7. WNIOSKI

Prezentowana metoda oraz uzyskane przykładowe wyniki dają podstawy do wnioskowania o przydatności poszczególnych konstrukcji lub geometrii sztucznych zastawek w chirurgii serca. Może ona stanowić uzupełnienie badań ultrasonograficznych w sytuacjach nietypowych. Elastyczność metody elementów skończonych w przypadkach złożonych geometrii [3] predestynuje ją do wykorzystania przy analizie zastawek o innych kształtach. Zakres przydatności metody i rozszerzenie jej zakresu na przepływy turbulენტne jest możliwy po dołączeniu jednego ze znanych modeli turbulencji.

LITERATURA

- [1] G.Dubini, R.Pietrabissa, R.Fumero, "Computational fluid dynamics of artificial heart valves", *The Int. Journal of Artificial Organs* /Vol. 14/ no. 6, 1991/ pp. 338-342
- [2] P.J.Drury, M.M.Black, C.J.Sshman, J.Piercey, Valve data collection: problems and pitfalls, *Journal of Medical Engineering & Technology*, Vol. 16 No 1 (1992) pp. 4-9
- [3] Fleming, J.S. Tramschek, A.B., Abdul-Husain, J.M.H. and Piechna, J., The efficient and flexible use of reciprocating compressors - a problem of valve aerodynamics, *Mathematical Modelling and Computer Simulation of Processes in Energy Systems Conference*, Sarajewo, March 20-24, 1989.
- [4] M.Giersiepen, L.J.Wurzinger, R.Opitz, H.Reul, "Estimation of shear stress-related blood damage in heart valve prostheses - in vitro comparison of 25 aortic valves", *The International Journal of Artificial Organs* /Vol. 13/ no. 5, 1990/ pp. 300-306
- [5] C.S.Peskin, "Flow patterns around heart valves: a numerical method", *Journal of Computational Physics* 10, 252 (1972)
- [6] C.Peskin, "Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart", *Journal of Computational Physics* 25, 220-252 (1977)
- [7] C.Peskin, D.McQueen, "Modeling Prosthetic Heart Valves for Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart", *Journal of Computational Physics* 37, 113-132 (1980)
- [8] R.Pietrabissa at al., Principle of operation, design criteria and fluid dynamics of a new bileaflet heart valve prosthesis, *Int. J. of Artif. Organs* vol. 14 no. 7, 1991 pp. 430-434
- [9] H.Schmid-Schonbein at al. Rheology of thrombotic processes in flow: the interaction of erythrocytes and thrombocytes subjected to high flow forces, *BIORHEOLOGY*, Vol. 18, PP. 415-444, 1981
- [10] C.Taylor, T.G.Hughes, *Finite element programming of the Navier-Stokes Equations*, Pineridge Press Limited, Swansea, U.K., 1981
- [11] J.Wojnarowski, Modelowanie przepływu krwi przez sztuczne zastawki serca, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika* z. 112, Gliwice 1992, s.161-186.
- [12] J.Wojnarowski, K.Mirota, Modelowanie opływu sztucznych zastawek aortycznych, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika* z. 116, Gliwice 1994, s.209-221
- [13] Wurzinger LJ, Opitz R, Blasberg P, Schmid-Schonbein H. Platelet and coagulation parameters following millisecond exposure to laminar shear stress. *Thromb Haemost* 1985; 54: 381-6.
- [14] O.C.Zienkiewicz, *Metoda elementów skończonych*, Arkady, 1972

Recenzent: prof. dr hab. inż. R. Grybowski

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.