

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Czesław KOZIARSKI

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Politechnika Wrocławska

MODELOWANIE SPRĘŻENIA KÓŁ CIERNYCH

Streszczenie. Wykorzystując kinematyczne prawo tarcia, opracowano model mechanizmu sprzężenia kół ciernych, uwzględniający poślizg sprężysty i powierzchniowe siły bezwładności. W oparciu o ten model obliczono wartości podstawowych parametrów sprzężenia ciernego tych kół.

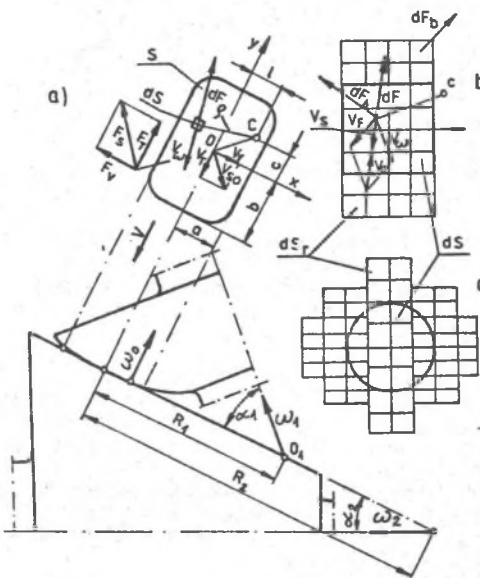
1. Model sprzężenia

Poślizg w miejscu styku dwóch ciał jest różnicą ich prędkości. Można założyć, że każda z tych prędkości jest sumą różnych składowych. Różnice tych składowych mogą być traktowane jako składowe prędkości poślizgu. Rozkład prędkości ciał w punkcie ich styku może być dokonany w zależności od przyczyn ich powstawania lub innych kryteriów. Rozpatrując zjawiska występujące w czasie toczenia kół ciernych, rozróżnić możemy następujące prędkości: prędkość toczenia i prędkość odkształcania się koła na jego powierzchni. Różnice prędkości toczenia wywołują poślizg zwany geometrycznym. Różnice odkształceń w polu styku wywołują poślizg zwany sprężystym. Prędkość poślizgu geometrycznego wyznacza się, jak to pokazuje rys.1a, jako iloczyn prędkości tarcia wiertnego ω_0 oraz promienia wodzącego φ , przy czym $\omega_0 = \omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2$, gdzie: ω_1 i ω_2 - prędkości kątowe kół ciernych, α_1 i α_2 - ich półkąty rozwarcia. Położenie punktu c określa jego współrzędne: oddalenie na osi x $l = v_T / \omega_0$, gdzie: v_T - prędkość poślizgu obwodowego, natomiast na osi y dewiacja punktu toczonego według [3] wynosi $c = v_V / \omega_0$, gdzie: v_V - prędkość poślizgu wzdłuż linii styku kół ciernych.

Jeżeli potraktujemy rozpatrywany punkt w polu styku S jako środek elementarnego pola styku dS , to możemy przypisać mu elementarną siłę tarcia dF . Siły te wywołują odkształcenie powierzchni kół. Różnice tych odkształceń w trakcie toczenia czy innego przemieszczania się ciał po sobie wywołują dodatkowe prędkości, których różnice nazywane są poślizgiem sprężystym. Nie uwzględniając tych

poślizgów LUTZ dla styku punktowego [4], a WERNITZ dla styku liniowego [5] wyznaczyli siły obwodowe F_T , które w sumie z siłami wzdłużnymi F_V [3] tworzą siłę sprzężenia cierne $F = \sqrt{F_T^2 + F_V^2}$.

Zagadnienie wpływu poślizgu sprzężonego dla styku szyny z kołem zostało rozwiązane między innymi przez KALKERA [1], przy założeniu stałości współczynnika tarcia oraz pominięciu sił masowych i innych uproszczeniach. Do zbadania tego zagadnienia autor przyjął następujący algorytm działania zakładając, że w środku elementarnego pola dS działa elementarna siła tarcia dF . Siła ta jest przeciwnie skierowana do wektora prędkości poślizgu zaczepionego w



Rys.1. Model mechanizmu sprzężenia kół ciernych

- mechanizm sprzężenia przy założeniu powierzchniowej sztywności kół ciernych
- model sprzężenia w polu styku liniowego
- model dyskretny pola styku punktowego

Fig.1. Model of friction wheels coupling mechanism

- coupling mechanism when surface rigidity of friction wheels is assumed
- model of coupling within the linear contact surface
- discrete model of point contact surface

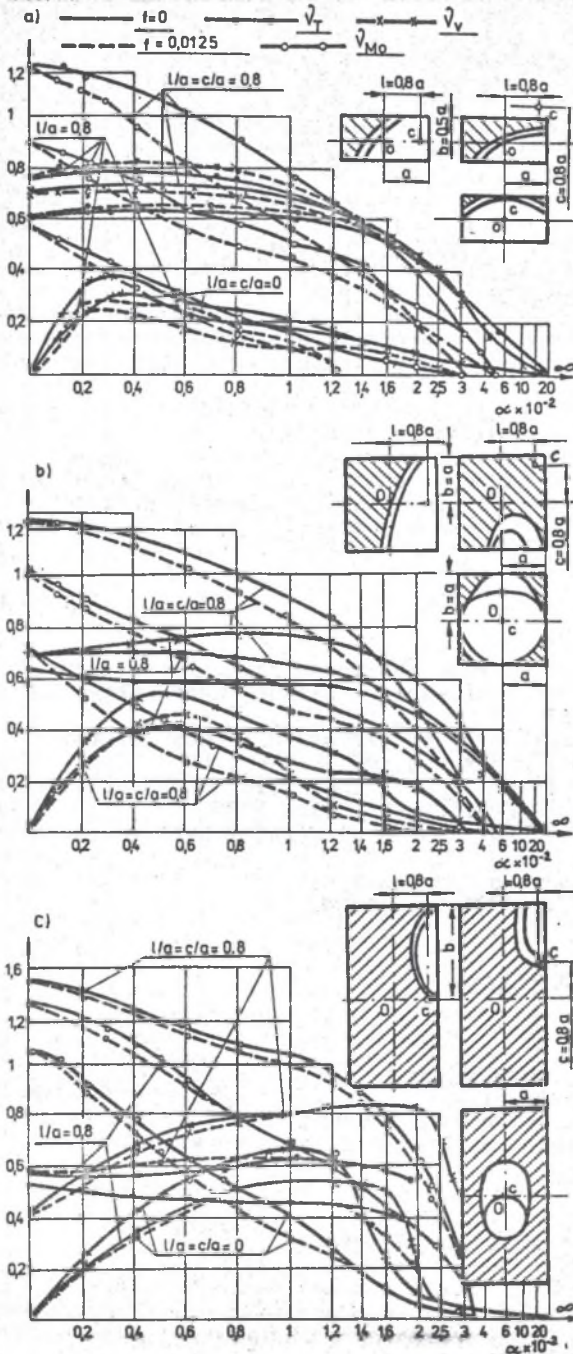
Cerrutiego wyliczono prędkości poślizgu i siły tarcia w punktowym polu styku tych kół. Wyniki tych obliczeń, w których nie uwzględniono sił bezwładności, zamieszczono w [2].

środku tego pola. Początkowo prędkość ta jest sumą wszystkich składowych prędkości z wyjątkiem poślizgu wywołanego siłą dF . Dla przykładowo niech prędkość v_{ω} na rys.1b będzie prędkością poślizgu geometrycznego, v_E natomiast prędkością poślizgu sprzężonego tego punktu wywołaną zmianą naprężeń bez uwzględnienia elementarnej siły tarcia dF . Suma tych poślizgów, która może się też składać, z innych prędkości, wyznacza kierunek i zwrot tej siły.

W przypadku gdy prędkość poślizgu sprzężonego v_s , wywołana siłą dF , nie przekracza sumy prędkości innych poślizgów, odejmuje się ją od tej sumy uzyskując prędkość poślizgu v . W przeciwnym razie $v_s=0$, a elementarną siłę dF koryguje się obniżając jej wartość proporcjonalnie do prędkości poślizgu v .

Odwracając kolejność rozumowania można stwierdzić, że w punkcie styku dwóch ciał poślizg istnieje tylko wtedy, gdy prędkość poślizgu sprzężonego wywołanego elementarną siłą tarcia jest mniejsza od sumy prędkości poślizgów wywołanych innymi przyczynami. Stanowi to istotę kinematycznego prawa tarcia sformułowanego po raz pierwszy w [2].

Według wyżej przedstawionego algorytmu ułożono programy umożliwiające numeryczną analizę sprzężenia kół ciernych. Posługując się wzorami



2. Wyniki obliczeń i wnioski

W odróżnieniu od trątki szynowej w przekładniach ciernych występuje, najczęściej między kołem z okładziną cierną a dociskany do niego kołem stalowym pole styku liniowego. Okładziny cierne mają od kilkuset do kilkunastu tysięcy razy mniejszy moduł sprężystości E od stali. Umożliwia to pomijanie odkształceń powierzchni kół ciernych. Poza tym najpodatniejsze okładziny gumowe, dla których uwzględnianie poślizgu sprężystego jest najistotniejsze, mają współczynnik Poissona $\nu \approx 0,5$. Przyjęcie tej wartości do obliczeń upraszcza wzory Cerrutiego, co w sumie znacznie skróciło czas obliczeń numerycznych. W przeprowadzonych obliczeniach różnice prędkości odkształcenia się powierzchni okładzin przyrównano do przyspieszeń elementarnych pól styku.

Wpływ poślizgu sprężystego na mechanizm sprzężenia kół ciernych

Rys. 2. Wyniki obliczeń podstawowych parametrów sprzężenia kół ciernych o styku liniowym:

- a) gdy $b/a=0,5$
- b) gdy $a=1$ i
- c) gdy $b/a=2$

Fig. 2.

Results of computation of basic parameters of friction wheels coupling in case of linear contact surface

- a) for $b/a=0,5$
- b) for $b/a=1$
- c) for $b/a=2$

o styku liniowym wyliczono i przedstawiono na rys.2. Obliczeń tych dokonano przyporządkowując elementarną masę elementarnym polom styku dS i elementarnym polom dS na powierzchni otaczającej to pole (pokazuje to rys.1b i 1c). Wykresy na tych rysunkach przedstawiają przebieg wartości podstawowych parametrów sprzężenia kół ciernych w funkcji bezwymiarowego współczynnika $\alpha = \pi p_0 \cdot v \mu / (a E \omega)$, gdzie p_0 - maksymalny nacisk w polu styku, v - prędkość obwodowa, μ - współczynnik tarcia, a - połowa długości pola styku, b - połowa szerokości tego pola, E - moduł sprężystości. Na rys.2a oznaczono: bezwymiarowy wskaźnik masy $f = dF / (\partial v / \partial t \cdot dS)$, gdzie dF - elementarna powierzchniowa siła bezwładności, t - czas, stopień wykorzystania siły tarcia na kierunku obwodowym $v_T = F_T / \mu F$ oraz na kierunku linii styku $v_V = F_V / \mu F$ i bezwymiarowy współczynnik strat mocy $v_{M0} = M_0 / \mu F$. Z wykresów tych wynika, że poślizg sprężysty wpływa na wartość głównych parametrów sprzężenia kół ciernych przy styku liniowym, podobnie jak i przy styku punktowym [1 i 2]. Siły bezwładności wyraźnie zwiększają ten wpływ na wartość v_{M0} , a nieznacznie na v_T . Zmniejszają natomiast wartość v_V . W prawych górnych rogach rys.2 narysowane są pola styku z naniesionymi na nie niezakresowanymi miejscami, które są obszarami tocznymi (adhezji). Obszary te wyznaczono przy $\alpha = 101$, wielkość ich rośnie wraz ze wzrostem tego współczynnika i są one większe dla $f=0,0125$ od wyznaczonych dla $f=0$.

LITERATURA

- [1] J.J. KALKER: The contact between wheel and rail. Teoretyczne i doświadczalne podstawy prognozowania trwałości pary koło-szyjna. Spała, czerwiec 1987.
- [2] Cz. KOZIARSKI: The modelling of the friction process of friction wheels. EUROTRIB 81. Warszawa 1981.
- [3] Cz. KOZIARSKI: Effect of the longitudinal slip on the friction wheel coupling mechanism. EUROTRIB 85. Lion 1985.
- [4] O. LUTZ: Grundsätzlicher Über stufenlos verstellbare Wälzgetriebe. Konstruktion 10, 1958. H. 5, S.425.
- [5] W. WERNITZ: Die Reibung in stufenlos anstellbaren Wälzgetrieben mit Reibschlans. VDI-Z.9, 1966, nr 6.

FRICION WHEELS COUPLING MODELLING

Summary

A model of friction wheels coupling was developed with the application of kinematic law of friction. Elastic slip and surface-induced inertial forces were taken into account in the model. Basic parameters of friction wheels coupling are computed with the use of the model.

Моделирование сопряжения фрикционных колес

Используя кинематический закон трения моделируется механизм сопряжения фрикционных колес, учитывающий укрутое проскальзывание а также инерционные усилия. На основании этого моделируются величины основных параметров этих колес.