

Jacek MAĆKOWSKI
Instytut Transportu
Romuald SZOPA
Instytut Matematyki

NUMERYCZNE WYZNACZANIE PRZEBIEGU CIŚNIENIA SPALANIA

Streszczenie. W pracy przedstawiono praktyczne sposoby wygładzania, funkcjami ciągłymi dyskretnie zarejestrowane zbiory danych.

Zbiorem danych był przebieg ciśnienia spalania zmierzony w czasie indykowania silnika z samochodu Polski Fiat 126p. Przybliżenia wyników rzeczywistych dokonano wielomianami algebraicznymi i trygonometrycznymi różnych stopni oraz funkcjami sklejanymi o zmieniających się parametrach. Następnie przeprowadzono ocenę jakości dopasowania i wybrano najlepsze wielomiany w każdej z metod. Dla zarejestrowanego zbioru danych pomiarowych okazały się nimi wielomian algebraiczny szóstego stopnia, wielomian trygonometryczny posiadający siedem składowych harmoniczných oraz funkcja sklejana o parametrze $S=50$.

W ostatnim rozdziale zebrano najlepsze rozwiązania występujące w każdej metodzie i porównano je między sobą, a następnie przeprowadzono analizę celowości stosowania poszczególnych metod aproksymacji.

WSTĘP

Przedstawione w opracowaniu tych samych autorów pt.: "Przegląd metod wygładzania zarejestrowanych skokowo wartości ciśnienia spalania" metody aproksymacji i wygładzania wielkości określonych na dyskretnym zbiorze punktów funkcją ciągłą, w pewnym przedziale zawierającym te punkty, zaadaptowano do wyników zaczerpniętych z pracy [1]. W pracy tej pomiarów ciśnienia dokonano w zakresie od -30° do 50° OWK z krokiem $2,5^{\circ}$, czyli w 33 punktach, otrzymując odpowiednio 33 wartości ciśnienia panującego w cylindrze. Omawiane zmiany ciśnienia w przestrzeni roboczej silnika tłokowego w funkcji kąta obrotu wału korbowego zamieszczono jako dane wejściowe w programach komputerowych. Obliczenia prowadzono na komputerze IBM PC/AT posługując się językiem Turbo Pascal 5.0.

1. APROKSYMACJA WIELOMIANAMI ALGEBRAICZNYMI

Uśrednione dyskretne wartości ciśnienia y_0, y_1, \dots, y_{32} otrzymane w punktach pomiarowych $x_0 = -30^\circ$, $x_1 = -27,5^\circ, \dots, x_{32} = 50^\circ$ aproksymowano wielomianami różnego stopnia m , tzn.

$$F(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m,$$

przy czym $m = 3, 4, \dots, 9$.

Nieznane współczynniki tych wielomianów a_0, a_1, \dots, a_m wyznaczano z układów $m+1$ równań liniowych o postaci:

$$\sum_{i=0}^{32} (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_m x_i^m - y_i)^2 x_i^j = 0$$

$$j = 0, 1, \dots, m; \quad m = 3, 4, \dots, 9.$$

Metodą tą wyznaczono wielomiany od stopnia trzeciego do dziewiątego włącznie, a następnie poszukiwano wielomianu, który w określonym sensie najlepiej aproksymuje podany zbiór dyskretnych wartości ciśnienia w cylindrze. Obliczone współczynniki tych wielomianów podano w tablicy 1.

Łatwo zauważyć, że ze wzrostem stopnia wielomianu aproksymacyjnego zdecydowanie malał co do wartości bezwzględnej współczynnik liczbowy stojący przy najwyższej potędze.

Rysunek 1 przedstawia zbiorcze wykresy wielomianów stopnia czwartego, szóstego i ósmego. Z rysunku wynika, że różnice w przebiegu poszczególnych wielomianów są nieznaczne.

Spośród wyznaczonych wielomianów należy wybrać ten, który w określonym sensie najbardziej aproksymuje otrzymane z badań wartości ciśnienia. Jak podano w [2], do oceny "jakości" poszczególnych wielomianów posłużą trzy wielkości: średni błąd aproksymacji R , współczynnik zbieżności empirycznej i teoretycznej \bar{R}^2 oraz maksymalne odchylenie E .

W badanych przypadkach współczynniki te wyznaczono odpowiednio ze wzorów:

$$R = \sqrt{\sum_{i=0}^{32} [F_m(x_i) - y_i]^2} \quad m = 3, 4, \dots, 9,$$

Współczynniki wielomianów aproksymacyjnych

Sto- pień wie- lom.	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
3	2,732859	6,683304xE-2	-9,138956xE-4	2,225032xE-5	
4	2,899003	1,010791xE-1	-2,108050xE-3	-7,683739xE-5	1,375079xE-6
5	2,818470	1,034554xE-1	-1,417426xE-5	-8,960808xE-5	6,410004xE-7
6	2,813099	1,249333xE-1	-1,490118xE-3	-1,794618xE-4	8,952908xE-8
7	2,814532	1,056271xE-1	-1,325362xE-3	-1,823563xE-4	9,015321xE-8
8	2,632781	1,972531xE-1	-7,328319xE-4	-5,182731xE-5	1,324357xE-7
9	2,764518	1,723531xE-1	-5,482735xE-4	-6,458127xE-5	1.012351xE-7

a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
1,456703xE-8				
-1,248674xE-9	1,723581xE-9			
-1,358213xE-9	1,423718xE-9	1,013432xE-9		
1,435827xE-8	-1,105369xE-9	1,534919xE-9	1,282357xE-9	
1,234561xE-8	-1,203582xE-9	1,487223xE-9	1,172588xE-9	1,012582xE-9

gdzie:

$F_m(x_i)$ - wartości odpowiedniego wielomianu w punktach pomiarowych x_i , $x_i = -30^\circ + 2,5^\circ \cdot i$, $i = 0, 1, \dots, 32$,

y_i - uśrednione wartości ciśnienia zmierzone w punktach pomiarowych x_i
oraz

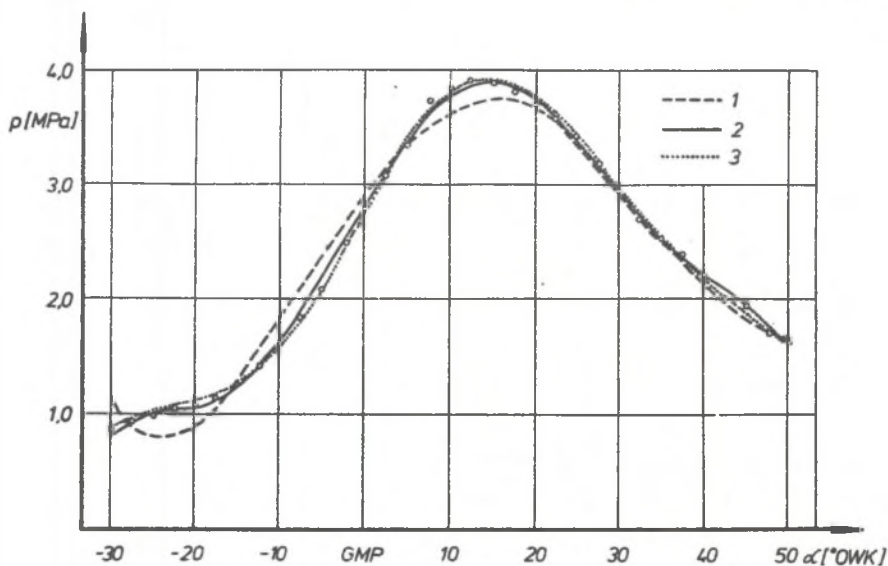
$$\bar{R}^2 = \frac{\sum_{i=0}^{32} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=0}^{32} (y_i^{(m)} - \bar{y})^2}, \quad m = 3, 4, \dots, 9$$

gdzie:

\hat{y}_i - uśrednione wartości ciśnienia zmierzone w punktach pomiarowych x_i ,

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=0}^{32} y_i}{33} = 2,392 \text{ - wartość średnia zmiennej } y_i,$$

$y_i^{(m)}$ - wartości odpowiedniego wielomianu w punktach pomiarowych x_i .



Rys. 1. Zbiorczy wykres wielomianów aproksymacyjnych stopnia:

1 - czwartego, 2, szóstego, 3 - ósmego,

Fig.1. Cumulative diagram of approximation multinomials:

1- of the fourth order, 2- of the sixth order, 3 - of the eight order

Tablica 2 przedstawia średnie błędy aproksymacji dla wszystkich wielomianów aproksymacyjnych, natomiast tablica 3 zawiera współczynniki zbieżności teoretycznej i empirycznej dla tych wielomianów.

Z tablicy 2 wynika, że średni błąd aproksymacji maleje od wielomianu stopnia trzeciego, aż do wielomianu stopnia ósmego, po czym zaczyna wzrastać. Oznacza to, że jakość aproksymacji wraz ze wzrostem stopnia wielomianu polepsza się w sensie badanego współczynnika. Najmniejszą wartość średni błąd aproksymacji osiąga dla wielomianu stopnia ósmego i wynosi ona $R_{\min} = 0,12449$ MPa, największą natomiast dla wielomianu stopnia trzeciego: $R_{\max} = 1,3919$ MPa.

Tablica 2

Średnie błędy aproksymacji wielomianem m -tego stopnia

Sto- pień wielo- mianu	3	4	5	6	7	8	9
R	1,3919	0,9096	0,5318	0,1765	0,1720	0,12449	0,12451

Tablica 3

Współczynniki zbieżności teoretycznej i empirycznej dla aproksymacji wielomianami

Sto- pień wielo- mianu	3	4	5	6	7	8	9
\bar{R}^2	0,9285	0,9496	0,9913	0,9911	0,9889	0,9825	0,9824

Przebieg ciśnienia określony na dyskretnym zbiorze argumentów, czyli kątów obrotu wału korbowego najlepiej w sensie średniego błędu aproksymacji przybliży wielomian stopnia ósmego.

Natomiast z tablicy 3 wynika, że współczynnik zbieżności teoretycznej i empirycznej rośnie od wielomianu stopnia trzeciego do wielomianu stopnia piątego, po czym zaczyna maleć. Największą wartość współczynnik ten osiąga dla wielomianu stopnia piątego - wynosi ona $\bar{R}_{\max}^2 = 0,9913$, najmniejszą zaś dla wielomianu stopnia trzeciego - wynosi ona $\bar{R}_{\min}^2 = 0,9285$. Wynika stąd, że najlepszą aproksymację eksperymentalnego przebiegu ciśnienia w sensie współczynnika zbieżności teoretycznej i empirycznej daje wielomian piątego stopnia.

Uwzględniając oba kryteria dopasowania funkcji aproksymującej do wartości zmierzonych zauważono, że najkorzystniejsze współczynniki osiąga w obu przypadkach wielomian stopnia szóstego. Współczynniki $R_6 = 0,1765$ oraz $\bar{R}_6^2 = 0,9911$ dają najmniejsze odchylenie od najkorzystniejszych wartości i wynoszą

$$\left| R_{\min} - R_6 \right| = 0,0521$$

oraz

$$\left| \bar{R}_{\max}^2 - \bar{R}_6^2 \right| = 0,0002.$$

Biorąc pod uwagę oba współczynniki jakości aproksymacji średniokwadratowej wielomianowej jednocześnie okazuje się, że najlepiej empiryczny wykres indykatorowy w przypadku tej aproksymacji przybliża wielomian stopnia szóstego.

Interesujące wydaje się też porównanie maksymalnych odchyień ϵ każdego z wielomianów aproksymujących od wartości zmierzonych w punktach pomiarowych, tzn.:

$$\epsilon = \max \left| F_m(x_i) - y_i \right|, \quad m = 3, 4, \dots, 9$$

$$0 \leq i \leq 32$$

gdzie:

$F_m(x_i)$ - wartości poszczególnych wielomianów w punktach pomiarowych,

y_i - zmierzone wartości ciśnienia w tych samych punktach.

Podaje te wartości tablica 4. Wynika z niej, że największa różnica między wartością zmierzoną ciśnienia a wartością wyznaczoną za pomocą wielomianów aproksymacyjnych występuje przy kącie 10° dla wielomianu stopnia trzeciego; najmniejsza zaś występuje dla kąta 45° przy aproksymacji wielomianem stopnia dziewiątego.

Tablica 4

Zestawienie kątów x_i , w których występuje maksymalne odchylenie poszczególnych wielomianów od wartości zmierzonych

Stopień wielomianu	x_i	ϵ
3	10°	0,5409
4	10°	0,1930
5	10°	0,1990
6	-5°	0,0880
7	-5°	0,870
8	45°	0,0580
9	45°	0.0540

Uznany za najlepiej przybliżający przebieg ciśnienia wielomian stopnia szóstego ma stosunkowo niewielkie maksymalne odchylenie od wartości zmierzonej.

2. WIELOMIANY TRYGNOMETRYCZNE

W badanym przypadku tak jak poprzednio istnieją 33 punkty pomiarowe. Wobec tego doświadczenia wartości ciśnienia zgodnie z warunkiem (4) podanym w pracy [2] w paragrafie 2.3 możemy przybliżyć wielomianem trygonometrycznym składającym się maksymalnie z szesnastu składowych harmonicznymi, bowiem $\frac{1}{2}(n+1) > 16$.

Ze względu na to, że dyskretne punkty x_i , w których mierzono ciśnienie, przyjmują wartości od -30° do 50° z krokiem $h = 2,5^\circ$, a podane wzory dotyczą

punktów z przedziału $\langle 0, T \rangle$, zastosowano przesunięcie argumentów do przedziału $\langle 0^{\circ}, 80^{\circ} \rangle$ stosując wzór:

$$\bar{x}_i = x_i + 30^{\circ}, \quad i = 0, 1, \dots, 32,$$

gdzie: \bar{x}_i "nowe" wartości argumentów należące do przedziału $\langle 0^{\circ}, 80^{\circ} \rangle$, a x_i "stare" wartości argumentów z przedziału $\langle -30^{\circ}, 50^{\circ} \rangle$. Znajdzie wówczas zależność:

$$\bar{x}_i = 2,5^{\circ} \cdot i \quad i = 0, 1, \dots, 32.$$

Wskaźnik n we wzorach (2) i (3) z paragrafu 2.3 w pracy [2] przyjmuje wartość 32, zaś wskaźnik m we wzorze (1) (tamże) może być dowolną liczbą od 1 do 16.

Dane empiryczne przybliżono w niniejszej pracy wielomianami trygonometrycznymi zawierającymi $0, 1, 2, \dots, 9$ składowych harmonicznymi.

Tablica 5 zawiera współczynniki A_j i B_j wielomianów trygonometrycznych dla $j = 0, 1, \dots, 9$. Można zauważyć, że ze wzrostem $j = 4$, natomiast wartości współczynników B_j maleją od $j = 6$.

Rysunek 2 przedstawia zbiorczo wykresy wielomianów trygonometrycznych o jednej, trzech, pięciu i siedmiu składowych harmonicznymi, otrzymywanych w wyniku obliczeń. Na podstawie rysunku można stwierdzić, że różnice w przebiegu wykresów wspomnianych wielomianów są niewielkie. "Odległości" krzywych aproksymacyjnych od punktów empirycznych określona jest tak jak poprzednio średnim błędem aproksymacji, współczynnikiem zbieżności empirycznej i teoretycznej, a także odchyleniem maksymalnym, przy czym $n = 1, 2, \dots, 9$, a $F_m(x_i)$ wartości odpowiedniego wielomianu trygonometrycznego w punktach pomiarowych x_i .

Tablica 6 przedstawia średnie błędy aproksymacji dla wszystkich rozpatrywanych wielomianów trygonometrycznych, natomiast tablica 7 zawiera współczynniki zbieżności teoretycznej i empirycznej dla tych wielomianów.

Z analizy tablicy 6 wynika, że błąd aproksymacji jest najmniejszy dla wielomianu zawierającego cztery składniki, tzn. $m = 4$ i wynosi $R_{\min} = 0,6867$ MPa. Błąd ten jest maksymalny dla wielomianu zbudowanego z jednej składowej harmonicznymi, tzn. $m = 1$. Wynosi on wtedy $R_{\max} = 0,9323$ MPa.

Tablica 5

Współczynniki Fouriera

j	0	1	2	3	4	5	6
A_j	4,78515	-1,27146	0,14296	-0,06965	-0,39785	-0,94429	-0,01184
B_j	0,0000	-0,59923	-0,08223	-0,03834	-0,056240	-0,02231	-0,3343

7	8	9
-0,03708	-0,02961	-0,01633
-0,02570	-0,02862	-0,00296

Tablica 6

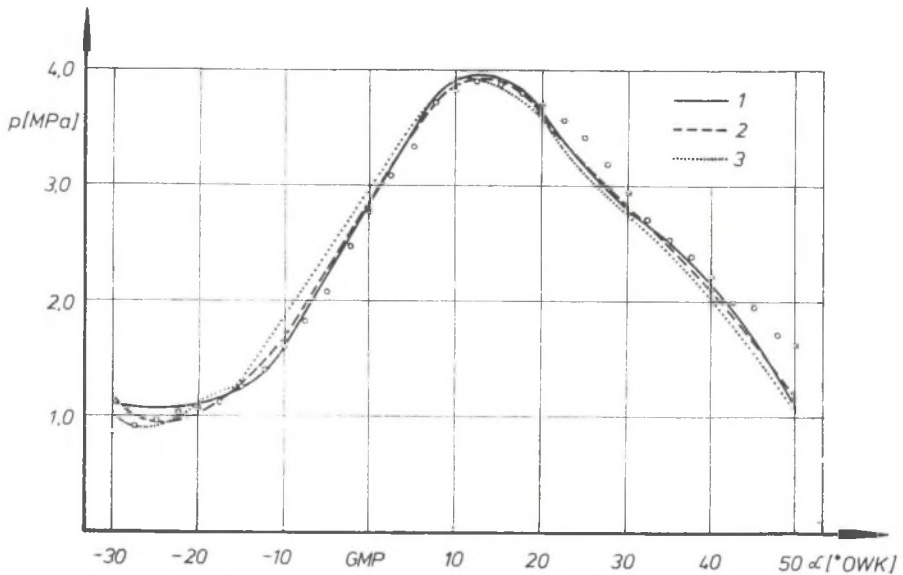
Średnie błędy aproksymacji trygonometrycznej

Ilość wyrazów w rozwinięciu	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R	0,9323	0,7942	0,7651	0,6867	0,7335	0,7483	0,7330	0,7652	0,7731

Tablica 7

Współczynnik zbieżności teoretycznej i empirycznej dla aproksymacji trygonometrycznej

Ilość wyrazów w rozwinięciu	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R^2	0,9763	0,9705	0,9818	0,9893	0,9968	0,9968	1,0006	1,0102	1,01335



Rys. 2. Zbiorczy wykres wielomianów trygonometrycznych:

1 - trzy składowe harmoniczne, 2 - pięć składowych harmonicznych, 3 - siedem składowych harmonicznych

Fig. 2. Cumulative diagram of trigonometric multinomials:

1 - three harmonics, 2 - five harmonics, 3 - seven harmonics

Analizując tablicę 7 zaobserwowano, że współczynniki zbieżności teoretycznej i empirycznej maleją od wielomianu zawierającego jeden składnik aż do wielomianu zawierającego siedem składników, po czym nieznacznie wzrastają. Charakterystyczne jest to, że wartość współczynnika \bar{R}^2 jest bliska jedności z obu stron, tzn. dla $m < 6$ jest $\bar{R}^2 < 1$, zaś dla $m \leq 7$ jest $\bar{R}^2 > 1$. Oznacza to, że dla wielomianów zawierających co najwyżej sześć składników suma kwadratów różnic między punktami empirycznymi i ich średnią wartością jest większa od sumy kwadratów różnic między wartościami wyznaczonymi za pomocą wielomianów trygonometrycznych a średnią wartością zmierzonych y_i . Dla $m \leq 7$ jest na odwrót.

Najbliższy jedynki, a więc aproksymujący najlepiej w sensie współczynnika zbieżności teoretycznej i empirycznej jest wielomian zawierający siedem składników; jego wartość wynosi $\bar{R}_{\max}^2 = 1,0006$. Najgorzej w sensie tego współczynnika aproksymuje wielomian zawierający dwa składniki ($\bar{R}_{\min}^2 = 0,9705$).

Biorąc pod uwagę oba kryteria jakości przybliżenia funkcją aproksymującą wartości zmierzonych łatwo na podstawie tablic 6 i 7 zauważyć, że w obu przypadkach optymalne współczynniki dopasowania osiąga wielomian trygonometryczny zawierający siedem składników. Ma bowiem $R_7 = 0,7730$ oraz $\bar{R}_7^2 = 1,0006$. Odchylenia od najlepszych wartości obu miar dopasowania wynoszą:

$$\left| R_{\min} - R_7 \right| = 0,0463$$

oraz

$$\left| R_{\min} - R_7 \right| \approx 0.$$

Wnioskujemy stąd, że najlepszym wielomianem trygonometrycznym aproksymującym empiryczny wykres indykatorowy jest wielomian zawierający siedem składników harmoniczych.

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale zbadano maksymalne różnice między wartościami poszczególnych wielomianów w punktach pomiaru a wartościami zmierzonymi w tych punktach. Wyniki tych porównań zamieszczono w tablicy 8.

Tablica 8

Zestawienie kątów x_i , w których występuje maksymalne odchylenie poszczególnych wielomianów trygonometrycznych od wartości mierzonych

Ilość składowych harmoniczych	x_i	max
1	50°	0,5079
2	50°	0,3635
3	50°	0,4352
4	50°	0,5080
5	50°	0,5519
6	50°	0,5309
7	50°	0,5679
8	50°	0,6139
9	50°	0,6319

Tablica ta pokazuje, że największe odchylenia zanotowano dla każdego wielomianu trygonometrycznego przy kącie 50° OWK, a więc w ostatnim punkcie pomiarowym. Można w pewnym przybliżeniu powiedzieć, że odchylenia te wzrastają z ilością składników wielomianów. Największe z nich występuje dla $m = 9$ i wynosi $0,6319$ MPa.

Dla $x_i < 50^{\circ}$ maksymalne wielkości odchyżeń między wartościami zmierzonymi a obliczonymi są znacząco mniejsze.

3. FUNKCJE SKLEJANE

Do wygładzania eksperymentalnego wykresu indykatorowego użyto funkcji sklepanych, będących wielomianami stopnia trzeciego [2]. Wygładzanie to zależy od wartości parametru S , określonego następująco:

$$S = \sum_{i=0}^n \left[\frac{F(x_i) - y_i}{\delta y_i} \right]^2,$$

gdzie:

$F(x_i)$ - wartość funkcji sklepanej w punkcie pomiarowym x_i ,

y_i - wartości zmierzone ciśnienia w punkcie x_i ,

δy_i - odchylenie standardowe rzędnej i .

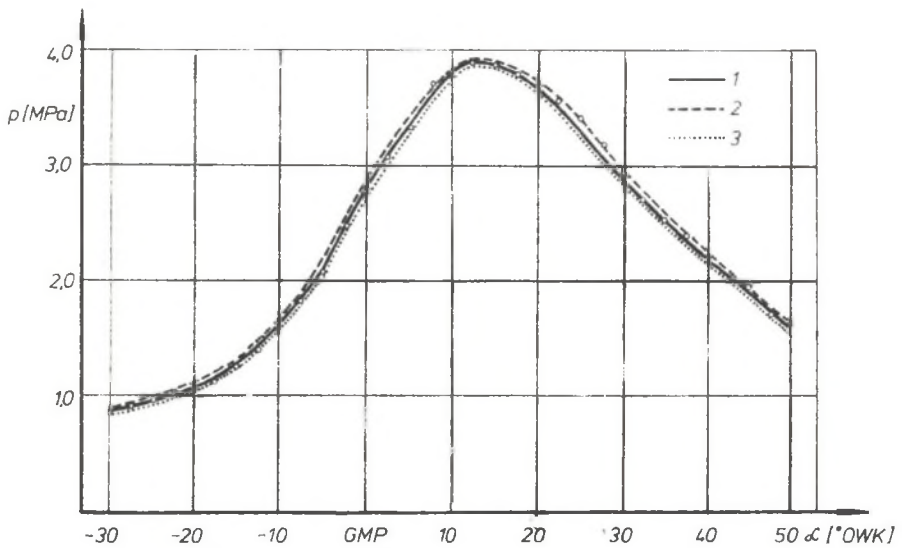
Wartość parametru S określa "odległość" konstruowanej funkcji sklepanej $F(x)$ od punktów (x_i, y_i) .

Z określenia parametru S wynika, że dla $S = 0$ zagadnienie sprowadza się do interpolacji, bowiem warunek ten pociąga za sobą równość $F(x_i) = y_i$.

Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości S , a mianowicie $S = 0$; 50; 100; 200. Wykres zbiorczy wielomianów odpowiadających poszczególnym wartościom parametru S przedstawia rysunek 3.

"Odległości" krzywych wygładzających wykres indykatorowy wyznaczony przez punkty pomiarowe określono tak jak poprzednio za pomocą średniego błędu aproksymacji R oraz współczynnika zbieżności empirycznej i teoretycznej R^{-2} . Tablice 9 i 10 zawierają wartości odpowiednie współczynników dla $S = 50$; 100; 200 (dla $S = 0$ funkcja sklejana interpoluje wyniki pomiarowe, jest więc $R = 0$ oraz $\bar{R}^2 = 1$).

Z analizy tablicy 9 zawierającej średnie błędy aproksymacji wynika, że błąd ten jest najmniejszy dla $S = 50$ i wynosi $R_{\min} = 9,035457$.



Rys. 3. Zbiorczy wykres funkcji sklepanych dla parametru S:

1 - S = 50, 2 - S = 100, 3 - S = 200

Fig. 3. Cumulative diagram of spliced functions for the parameter S:

1 - S = 50, 2 - S = 100, 3 = 200

Natomiast dokonując analizy tablicy 10, zawierającej współczynniki zbieżności teoretycznej i empirycznej, zaobserwowano, że aproksymująca najlepiej w sensie tego współczynnika funkcja sklejana dla S = 100. Współczynnik ten wynosi w tym przypadku $\bar{R}_{\max}^2 = 0,9973$.

Biorąc pod uwagę oba kryteria jakości przybliżenia funkcji aproksymowanej wielomianem stopnia trzeciego z porównania różnic bezwzględnych $|R_{\min} - R_S|$ i $|R_{\max}^2 - R_S^2|$ (S = 50, 100, 200) wnioskujemy, że najlepiej aproksymującą funkcją sklejaną spośród rozpatrywanych jest funkcja otrzymana dla S = 50. Odpowiednie różnice wynoszą:

$$|R_{\min} - R_{50}| = 0,006959$$

oraz

$$|R_{\max}^2 - R_{50}^2| = 0,0204.$$

Tablica 9

Średnie błędy aproksymacji dla funkcji sklejaney

S	50	100	200
R	0,035457	0,042416	0,048948

Tablica 10

Współczynnik zbieżności teoretycznej
i empirycznej dla funkcji sklejaney

S	50	100	200
\bar{R}^2	0,9769	0,9973	0,9901

Tak jak w przypadku aproksymacji wielomianowej i trygonometrycznej zbadano maksymalne odchylenia poszczególnych wielomianów sklejaneych, tzn.

$$\max |F_S(x_i) - y_i|,$$

gdzie:

$F_S(x_i)$ - wartości funkcji sklejaney dla $S = 50, 100, 150$ w punktach x_i ,
 y_i - zmierzone wartości ciśnienia w punktach x_i .

Zamieszczono je w tablicy 11.

Tablica pokazuje, że największe odchylenie od wartości mierzonej posiada wielomian skonstruowany dla $S = 200$, najmniejsze dla $S = 50$. Interesujący jest fakt, że w przypadku każdej funkcji sklejaney to maksymalne odchylenie od wielkości zmierzonych występuje dla tego samego kąta.

Tablica 11

Zestawienie kątów x_i , w których występują maksymalne odchylenia funkcji sklepanych od wartości zmierzonych

S	x_i	ϵ
50	45°	0,0229
100	45°	0,0274
200	45°	0,0318

4. ANALIZA WYNIKÓW I PORÓWNANIE METOD APROKSYMACYJNYCH

W tablicy 12 zamieszczono najmniejsze wartości współczynnika R dla aproksymacji wielomianowej, trygonometrycznej oraz dla aproksymacji za pomocą funkcji sklepanej z zaznaczeniem odpowiadającego im wariantu.

Tablica 12

Wartości najmniejszych średnich błędów aproksymacji dla poszczególnych metod

Metoda aproksymacji	wielomianowa	trygonometryczna	funkcjami sklepanymi
wariant	n = 6	4 składowe	s = 50
R	0,1765	0,6867	0,03545

Z tablicy tej wynika, że najmniejszym błędem obciążone jest przybliżenie wykresu indykatorowego funkcją sklepaną skonstruowaną dla $S = 50$. Zdecydowanie największym błędem obarczony jest wielomian trygonometryczny zbudowany z czterech składowych harmoniczych.

Natomiast w tablicy 13 przedstawiono najlepsze dla każdej metody wartości współczynnika zbieżności teoretycznej i empirycznej.

Tablica 13

Wartości najlepszych współczynników zbieżności teoretycznej i empirycznej dla stosowanych metod

Metoda aproksymacji	wielomianowa	trygonometryczna	funkcjami sklejanymi
wariant	n = 5	7 składowych	S = 100
\bar{R}^2	0,9913	1,0006	0,9973

Najbliższy liczbie jeden jest współczynnik zbieżności wyznaczony dla wielomianu trygonometrycznego składającego się z siedmiu składników. Najbardziej różni się od jedynki współczynnik zbieżności dla wielomianu piątego.

W celu znalezienia optymalnego rozwiązania w tablicy 14 zebrano najlepsze wartości obu parametrów charakteryzujących jakość przybliżenia w każdej ze stosowanych metod.

Tablica 14

Optymalne wartości R i R^2 dla poszczególnych metod

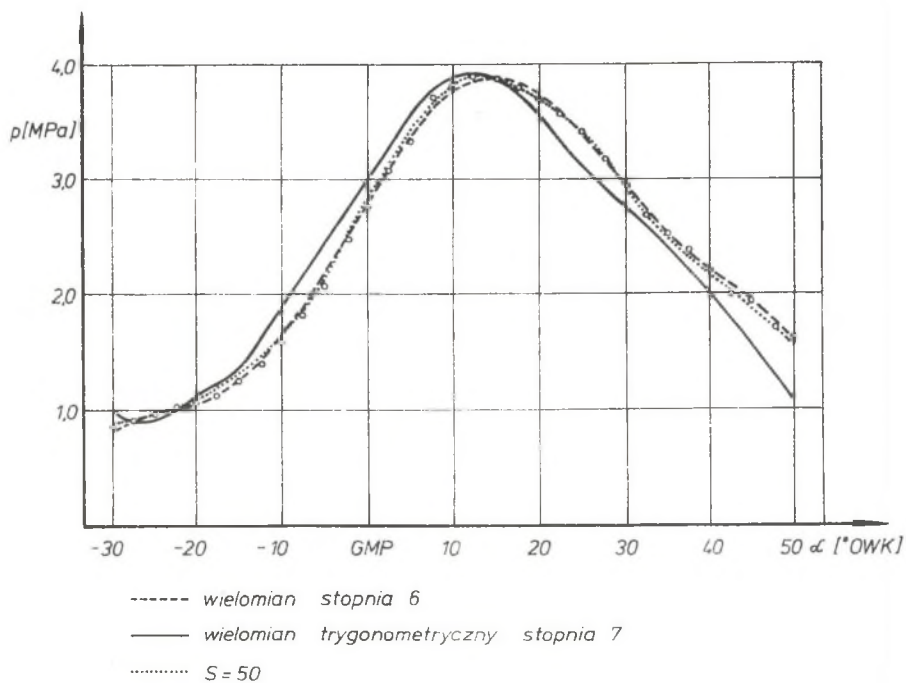
Metoda aproksymacji	wielomianowa	trygonometryczna	funkcjami sklejanymi
optymalny wariant	n = 6	7 składowych	S = 50
R	0,1765	0,7730	0,03545
R^2	0,9911	1,0006	0,9769

Z tablic 12, 13 i 14 wynika ostatecznie, że najlepiej aproksymuje i wygładza eksperymentalny wykres indykatorowy w sensie średniego błędu aproksymacji oraz współczynnika zbieżności teoretycznej i empirycznej wielomian sklepany stopnia trzeciego wyznaczony dla $S = 50$.

Dla najlepszych przybliżeń w każdej ze stosowanych metod maksymalne co do modułu różnice między wartością funkcji aproksymującej a wartością zmierzoną przedstawia tablica 15.

Tablica 15

Rodzaj aproksymacji	x_i	max
wielomianowa $n = 6$	-5°	0,088
trygonometryczna $i = 7$	50°	0,5679
funkcja sklejana $s = 50$	45°	0,0229



Rys. 4. Zbiorczy wykres funkcji dla poszczególnych metod:

- 1 - aproksymacja wielomianami, 2 - aproksymacja trygonometryczna,
- 3 - aproksymacja funkcjami sklejanyymi

Fig. 4. Cumulative diagram of functions for particular methods:

- 1 - multinominal approximation, 2 - trigonometric approximation,
- 3 - approximation with spliced functions

Najmniejsze odchylenie maksymalne posiada wielomian sklepany stopnia trzeciego, co oznacza, że przebiega najbliżej punktów pomiarowych.

Rysunek 4 przedstawia wykresy funkcji, które w każdej ze stosowanych metod przybliżają najlepiej eksperymentalny wykres indykatorowy.

Przedstawione porównania oraz rysunek 4 dowodzą zdecydowanej wyższości metody aproksymacji funkcjami sklepanymi nad metodami aproksymacji za pomocą wielomianów algebraicznych. Natomiast aproksymacja funkcjami trygonometrycznymi dała wyniki mocno odbiegające od rzeczywistości.

LITERATURA

- [1] Maćkowski J.: Ocena dynamiki procesu spalania metodami wibroakustycznymi. Praca doktorska. Politechnika Krakowska, Kraków 1982 (nie publikowane).
- [2] Maćkowski J., Szopa R.: Przegląd metod wygładzania zarejestrowanych skokowo wartości ciśnienia spalania. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. "Transport" Nr 17, Gliwice 1992.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Środulski

Wpłynęło do Redakcji 12.05.1990 r.

NUMERICAL DETERMINATION OF FIRING PRESSURE CHARACTERISTIC

S u m m a r y

Some practical methods of smoothing the discretely recorded registered data files with continuous functions have been presented in the paper.

The data file was characteristic of firing pressure measured when indicating the engine horsepower in a Polish Fiat 126p. Actual results were approximated with the use of algebraic and trigonometric multinomials of various orders and spliced functions of changing parameters. Then the quality of matching was evaluated and the best multinomials in each method selected. The algebraic multinomial of the sixth order, trigonometric multinomial with seven harmonics and the spliced function with the parameter $s = 50$ turned out to be the best for the registered measuring data file.

The most suitable solutions for each method have been gathered in the last chapter and compared with one another; then the purposefulness of using particular methods of approximation has been analysed by the author.

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХОДА ДАВЛЕНИЯ СГОРАНИЯ

Резюме

В работе представлены практические способы сглаживания дискретных зарегистрированных наборов данных с помощью непрерывных функций. Набором данных являлся ход давления сгорания измеряемый во время исследования двигателя автомобиля Polski Fiat 126p. Аппроксимация действительных результатов проведена с помощью алгебраических и тригонометрических многочленов различных степеней, а также с помощью сплайн-функций с изменяющимися параметрами. Проведена оценка качества приспособления и избраны самые лучшие многочлены для каждого метода. Для зарегистрированного набора измерительных данных самыми лучшими являются: алгебраический многочлен шестой степени, тригонометрический многочлен имеющий семь гармонических составляющих и сплайн-функция с параметром $S=50$. В последней части работы составлены самые лучшие решения для каждого метода, сравнены между собой и проведен анализ целенаправленности применения отдельных методов аппроксимации.