ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993
Seria: TRANSPORT z. 17 Nr kol. 1111

Jacek **MAĆKOWSKI**
Instytut Transportu
Krystian **WILK**
Instytut Energetyki i Urządzeń Hutniczych

SPOSOBY WYZNACZANIA PRZYROSTU TEMPERATURY MIESZANKI I SPALIN W DWUSTREFOWYM MODELU PROCESU SPALANIA

Streszczenie: W pracy przedstawiono fizykalny opis dwustrefowego modelu procesu spalania przebiegającego w silniku spalinowym o zapłonie iskrowym. Różni się on od modeli spotykanych w literaturze ciepłem przepływającym pomiędzy strefami.

Po krótkim omówieniu założeń przystąpiono do formułowania równań umożliwiających wyznaczenie przebiegu chwilowych temperatur występujących w poszczególnych strefach. Następnie przedstawiono dwa sposoby rozwiązywania otrzymanych równań różniczkowych, zwracając uwagę na unikanie podczas rozwiązywania powiększenia błędu. Zabieg ten osiągnięto poprzez eliminację niektórych działań przedstawionych szerzej w omawianej pracy.

1. WSTĘP

Ponieważ podczas spalania w komorze silnika występuje bardzo duża róznica temperatur pomiędzy spaloną a niespaloną częścią ładunku (sięgająca 1500 K [1]), dlatego w czasie modelowania procesu spalania należy uwzględnić przepływ ciepła nie tylko do ścianek komory spalania, ale również do strefy niespalonej. Zakłada się bowiem, że mimo krótkiego czasu trwania procesu spalania pewna część ciepła zdoła przejść do strefy niespalonej. Problem ten jest szczególnie istotny w tych modelach, w których obliczenia opierają się na rozwiązaniu układu równań różniczkowych charakteryzujących się tym, że kolejny krok obliczeń wykorzystuje wyniki z kroku poprzedniego, co jak wiadomo, powoduje nakładanie się błędów.

Podczas budowy modelu przyjęto następujące założenia:

- przestrzeń spalania jest podzielona na dwie strefy mieszanki i spalin oddzielonych od siebie frontem płomienia,
- wydzielanie ciepła następuje w czole płomienia,

- temperatura spalin jest równa temperaturze frontu płomienia,
- strumień cieplny generowany we froncie płomienia przepływa do niespalonej mieszanki,
- ciśnienie w obu strefach jest jednakowe, a jego przyrost nie ma charakteru falowego,
- wartości temperatur w obszarach stref są jednorodne T_u w obszarze mieszanki i T_b w obszarze spalin,
- czynnik roboczy traktuje się jako gaz półdoskonały,
- w modelu nie uwzględnia się wpływu ścianek otaczających przestrzeń spalania na prędkość przemieszczania się płomienia,
- czynnik gazowy jest homogeniczny w poszczególnych strefach,
- omawiany model nie uwzględnia dysocjacji.

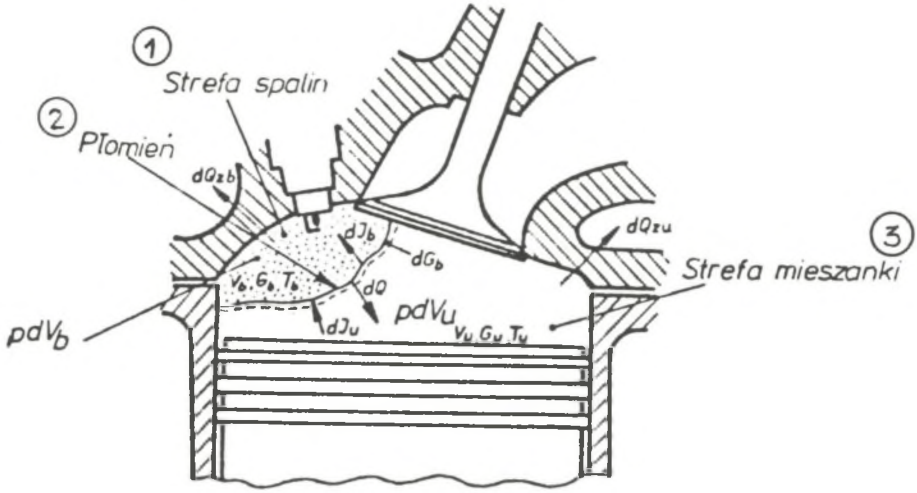
3. BUDOWA MODELU

Budowę modelu oparto na pierwszej zasadzie termodynamiki określonej dla strefy niespalonej, spalonej i dla frontu płomienia. Zgodnie z rysunkiem 1 określono bilans energii dla strefy niespalonej następująco. Energię doprowadzoną do układu stanowi ciepło dopływające z frontu płomienia. Energię wyprowadzoną określa się jako sumę ciepła odpływającego do ścianek komory spalania, energię zużytą na wykonanie pracy oraz entalpię porcji mieszanki dopływającej do frontu płomienia. Zakłada się również przyrost energii wewnętrznej układu.
Równanie bilansu można zapisać w następujący sposób:

$$dQ = dU_u + dQ_{zu} + dI_u + p \cdot dV_u. \tag{1}$$

Bilans energii dla strefy spalonej zakłada, że do układu dopływa porcja spalin niosąc ze sobą energię, następuje przyrost energii wewnętrznej spalin oraz zostaje wykonana praca, a część ciepła odpływa z układu do ścianek komory spalania. Obrazuje to równanie:

$$dI_b = dU_b + dQ_{zb} + p \cdot dV_b \tag{2}$$



Rys. 1. Schemat dwustrefowego modelu spalania z zaznaczeniem wielkości spotykanych w tekście

1 - Strefa spalin, 2 - Płomiń, 3 - Strefa mieszanki

Fig. 1. Diagram of a two-zone model of combustion; quantities described in the text have been marked on the diagram

1 - Exhaust gases zone, 2 - Flame, 3 - Mixture zone

Wyjaśnienia wymaga fakt zaliczenia pdV_u i pdV_b do energii wyprowadzonej z układu. W okresie od rozpoczęcia spalania do ZZP różniczki dV_u i dV_b mają znak ujemny, wobec czego również człony pdV_u i pdV_b są ujemne, czyli faktycznie stanowią energię doprowadzoną do układu, co jest zgodne z rzeczywistością, ponieważ do ZZP zostaje wykonywana praca nad czynnikiem roboczym. Odwrotnie wygląda sytuacja od ZZP do końca spalania - dV_u i dV_b mają znak dodatni i gazy wykonują pracę.

Ponieważ dla frotnu płomienia poczyniono założenie, że jego temperatura jest równa temperaturze spalin, więc cały strumień ciepła generowany we froncie płomienia dopływa wyłącznie do mieszanki. Front płomienia opisuje następujący bilans enrgii:

$$dI_u = dQ + dI_b \tag{3}$$

gdzie:

dQ - ciepło wygenerowane we froncie płomienia,

dU_u - przyrost energii wewnętrznej mieszanki,

dU_b - przyrost energii wewnętrznej spalin,
dQ_{zu} - ciepło odprowadzone do ścianek komory spalania ze strefy zajętej przez mieszankę,
dQ_{zb} - ciepło odprowadzone do ścianek komory spalania ze strefy zajętej przez spaliny,
$p \cdot dV_u$ - przyrost pracy wykonanej przez mieszankę,
$p \cdot dV_b$ - przyrost pracy wykonanej przez spaliny,
dI_u - energia porcji mieszanki dopływająca do frontu płomienia,
dI_b - energia porcji spalin odpływająca z frontu płomienia.

Układ równań opisujących model uzupełniają następujące równania:
równanie stanu gazu

$$p \cdot V_u = G_u \cdot R_u \cdot T_u, \tag{4}$$

$$p \cdot V_b = G_b \cdot R_b \cdot T_b, \tag{5}$$

chwilowej objętości

$$V_u + V_b = V_i \tag{6}$$

zachowania masy

$$G_u + G_b + G, \tag{7}$$

i stopnia wypalenia paliwa

$$x = G_b/G \tag{8}$$

3. WYPROWADZENIE RÓŻNICZEK dT_u oraz dT_b

Z układu równań (1 - 8) wyznacza się różniczki dT_u oraz dT_b, które posłużą do określenia temperatur mieszanki T_u i spalni T_b. W tym celu rówananie (3) podstawiono do równania (1), gdzie po uproszczeniu otrzymano:

$$-dI_b = dQ_{zu} + p \cdot dV_u + dU_u \tag{9}$$

Do określenia poszczególnych składników występujących w równaniu (9) wykorzystano wynikające z bilansu masy wyrażenia: $G_u = (1-x) \cdot G$ i $G_b = x \cdot G$. Ponieważ, jak wiadomo, entalpia spalin wynosi:

$$I_b = G_b \cdot i_b = G \cdot x \cdot c_{pb} \cdot (T_b - T_o), \tag{10}$$

gdzie:

i_b - właściwa entalpia spalin,

c_{pb} - kilogramowe ciepło właściwe spalin,

T_o - temperatura otoczenia,

to po zróżniczkowaniu równania (10) po zmiennej x otrzymano (różniczka określana jest dla danej temperatury T_b, dla której c_{pb} jest wartością stałą, stąd jedyna zmienna w równaniu (10) jest x):

$$dI_b = G \cdot c_{pb} \cdot (T_b - T_o) \cdot dx. \tag{11}$$

Ponieważ energię wewnętrzną mieszanki można określić następująco:

$$U_u = G_u \cdot u_u = G \cdot (1-x) \cdot \left[W_u + c_{vu} \cdot (T_u - T_o)\right]. \tag{12}$$

Występującą w równaniu (9) różniczkę energii wewnętrznej wyznaczono dla zmieniającej się masy i temperatury mieszanki, gdyż określana energia wewnętrzna dotyczy całej strefy mieszanki

$$dU_u = -G \cdot \left[W_u + c_{vu} \cdot (T_u - T_o)\right] \cdot dx + \left[G \cdot (1-x) \cdot c_{vu}\right] \cdot dT_u \tag{13}$$

Uzależniając ilość traconego ciepła z poszczególnych stref od objętości zajmowanych przez te strefy oraz wykorzystując równanie stanu gazu dla strefy mieszanki (4) można zapisać:

$$dQ_{zu} = \left[V_u / V\right] \cdot dQ_z = \left[G_u \cdot R_u \cdot T_u / (p \cdot V)\right] \cdot dQ_z = \left[(1-x) \cdot G \cdot R_u \cdot T_u / (p \cdot V)\right] \cdot dQ_z \tag{14}$$

W celu wyznaczenia chwilowej zmiany strefy zajętej przez mieszankę z równań (4), (7) i (8) wyznacza się:

$$V_u = G_u \cdot R_u \cdot T_u / p = (1-x) \cdot G \cdot R_u \cdot T_u / p, \tag{15}$$

a następnie określa się:

$$dV_u=\left[-G\cdot R_u\cdot T_u/p\right]\cdot dx+\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u/p\right]\cdot dT_u-\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u\cdot T_u/p^2\right]\cdot dp \tag{16}$$

Podstawiając równania (11), (13), (14) i (16) do (9) otrzymuje się:

$$\begin{gathered}\left[-G\cdot c_{pb}\cdot(T_b-T_o)\right]dx=-G\cdot\left[W_u+c_{vu}\cdot(T_u-T_o)\right]\cdot dx+\left[G\cdot(1-x)\cdot c_{vu}\right]\cdot dT_u+\\+\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u\cdot T_u/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_{zu}+p\left\{\left[-G\cdot R_u\cdot T_u/p\right]\cdot\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u/p\right]\cdot\right.\\\left.\cdot\, dT_u+\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u\cdot T_u/p^2\right]\cdot dp\right\},\end{gathered} \tag{17}$$

skąd po ugrupowaniu wyrazów otrzymano:

$$\begin{gathered}G\cdot\left[-c_{pb}\cdot(T_b-T_o)+W_u+c_{vu}\cdot(T_u-T_o)+R_u\cdot T_u\right]\cdot dx=\\=G\cdot\left[(1-x)\cdot c_{vu}+(1+x)\cdot R_u\right]\cdot dT_u+G\cdot\left[(1-x)\cdot R_u\cdot T_u/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z+\\+-G\cdot\left[(1-x)\cdot R_u\cdot T_u/p\right]\cdot dp.\end{gathered}$$

Następnie po podzieleniu przez masę G i wykorzystaniu zależności $c_p=c_v+R$: (po lewej stronie równania dodaje się i odejmuje $R_u\cdot(T_u-T_o)$)

$$\begin{gathered}\left[W_u-c_{pb}\cdot(T_b-T_o)+c_{pu}\cdot(T_u-T_o)+R_u\cdot T_o\right]\cdot dx=\\=\left[(1-x)\cdot c_{pu}\right]\cdot dT_u+\left[(1-x)\cdot R_u\cdot T_u/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z-\left[(1-x)\cdot R_u\cdot T_u/p\right]\cdot dp\end{gathered}$$

dokonuje się podstawienia:

$$W1=\left[W_u-c_{pb}\cdot(T_b\cdot T_o)+c_{pu}\cdot(T_u-T_o)+R_u\cdot T_o\right] \tag{18}$$

i ostatecznie równanie (1) otrzymuje postać:

$$W1\cdot dx=\left[(1-x)\cdot c_{pu}\right]\cdot dT_u+\left[(1-x)\cdot R_u T_u/p\cdot V)\right]\cdot dQ_z-\left[(1-x)\cdot R_u\cdot T_u/p\right]\cdot dp. \tag{19}$$

Dla równania (2) analogicznie jak wyżej, określa się poszczególne składniki:

$$dI_b=G\cdot c_{pb}\cdot(T_b-T_o)\cdot dx, \tag{20}$$

$$dU_b = G\cdot\left[c_{vb}\cdot(T_b-T_o)\right]\cdot dx+G\cdot\left[\cdot x\cdot c_{vb}\right]\cdot dT_b, \tag{21}$$

$$dQ_{zb} = \left[x\cdot G\cdot R_b\cdot T_b/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z, \tag{22}$$

$$dV_b = G\cdot\left[R_b\cdot T_b/p\right]\cdot dx+G\cdot\left[x\cdot R_b/p\right]\cdot dT_b-G\cdot\left[x\cdot R_b\cdot T_b/p^2\right]\cdot dp \tag{23}$$

Po podstawieniu ich do równania (2) otrzymano:

$$G\cdot c_{pb}\cdot(T_b-T_o)\cdot dx=G\cdot\left[c_{vb}\cdot(T_b-T_o)\right]\cdot dx+G\cdot\left[x\cdot c_{vb}\right]\cdot dT_b+$$
$$\left[x\cdot G\cdot R_b\cdot T_b/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z+G\cdot\left[R_b\cdot T_b/p\right]\cdot dx+$$
$$+p\cdot\left\{G\cdot\left[R_b\cdot T_b/p\right]\cdot dx+G\cdot\left[x\cdot R_b/p\right]\cdot dT_b-G\cdot\left[x\cdot R_b\cdot T_b/p^2\right]\cdot dp\right\}. \tag{24}$$

Po analogicznych przekształceniach, jakie zastosowano w równaniu (1) oraz po podstawieniu:

$$W2 = R_b\cdot T_o \tag{25}$$

otrzymano równanie (2) w postaci:

$$-W2\cdot dx = x\cdot c_{pb}dT_b+x\cdot R_b\cdot T_b/(p\cdot V)\cdot dQ_z-x\cdot R_b\cdot T_b/p\cdot dp. \tag{26}$$

W kolejnym kroku określa się stopień wypalenia paliwa. W tym celu równanie (6) pomnożono obustronnie przez p:

$$p\cdot V = p\cdot V_u + p\cdot V_b.$$

Następnie wykorzystując równanie stanu gazu $pV_u = G_uR_uT_u$ oraz $pV_b= G_bR_bT_b$ zastosowano następujące przekształcenia:

$$p\cdot V=G_u\cdot R_u\cdot T_u+G_b\cdot R_b\cdot T_b,$$

$$p\cdot V=(1-x)\cdot G_u\cdot R_u\cdot T_u+x\cdot G_b\cdot R_b\cdot T_b,$$

$$p\cdot V/G=(1-x)\cdot R_u\cdot T_u+x\cdot R_b\cdot T_b,$$

$$p\cdot V/G=R_u\cdot T_u+x\cdot(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)$$

i ostatecznie otrzymano równanie określające stopień wypalenia paliwa:

$$x=\left[p\cdot V/G-Ru\cdot Tu\right]\Big/\left[Rb\cdot Tb-Ru\cdot Tu\right], \tag{27}$$

a następnie wyznaczono różniczkę zupełną dx.
W tym celu określono pochodne cząstkowe funkcji x po poszczególnych zmiennych - p, V, T_u, T_b:

$$dx/dp = (V/G)/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u), \tag{28}$$

$$dx/dV = (p/G)/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u), \tag{29}$$

$$\begin{aligned} dx/dT_u&=\left[-R_u\cdot(R_b\cdot(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)+R_u\cdot(p\cdot/G-R_u\cdot T_u)\right]\Big/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)^2 = \\ &=-(1-x)\cdot R_u/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u), \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} dx/dT_b&=\left[-R_b\cdot(p\cdot V/G-R_u\cdot T_u)\right]\Big/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)^2 = \\ &=-x\cdot R_b/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u). \end{aligned} \tag{31}$$

Po podstawieniu i licznych przekształceniach ostatecznie otrzymano wyrażenie określające chwilowy stopień wypalenia paliwa:

$$\begin{aligned} dx &= \left[p\cdot V/G\cdot(dp/p+dV/V)\Big/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)\right] + \\ &+ - \left[(1-x)\cdot R_u/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)\right]\cdot dT_u - \left[x\cdot R_b/(R_b\cdot T_b-R_u\cdot T_u)\right]\cdot dT_b \end{aligned} \tag{32}$$

Podstawiając do równań (18) i (26) wyrażenie (32) oraz dokonując następujących podstawień:

$$W3 = R_u \cdot T_u, \tag{33}$$

$$W4 = R_b \cdot T_b, \tag{34}$$

$$W5 = R_b \cdot T_b - R_u \cdot T_u, \tag{35}$$

dochodzi się po przekształceniach do układu dwóch równań różniczkowych określających chwilowe temperatury dT_u i dT_b

$$(1-x)\cdot\left[W1\cdot R_u/W5+c_{pu}\right]\cdot dT_u+x\cdot\left[W1\cdot R_b/W5\right]\cdot dT_b =$$

$$= \left[W1/W5\cdot(p\cdot V/G)+(1-x)\cdot W3\right]\cdot dp/p+\left[W1/W5\cdot(p\cdot V/G)\right]\cdot dV/V + \tag{36.1}$$

$$+ - \left[(1-x)\cdot W3/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z$$

$$-(1-x)\cdot\left[W2\cdot R_u/W5\right]\cdot dT_u+x\cdot\left[-W2\cdot R_b/W5+c_{pb}\right]\cdot dT_b =$$

$$= \left[-W2/W5\cdot(p\cdot V/G)+x\cdot W4\right]\cdot dp/p-\left[W2/W5\cdot(p\cdot V/G\right]\cdot dV/V + \tag{36.2}$$

$$+ - \left[x\cdot W4/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z.$$

Rozwiązanie powyższego układu równań różniczkowych możliwe jest jedynie metodą przybliżoną przy użyciu komputera i jednej ze znanych metod. Metody przybliżone wymagają jawnej postaci równań różniczkowych, tzn. funkcji o postaci:

$$dT_u = f_1(fi)\cdot dfi \qquad \text{oraz} \qquad dT_b = f_2(fi)\cdot dfi$$

W związku z tym konieczne jest przekształcenie układu równań (36).
Układ ten można zapisać w postaci:

$$A_1\cdot dT_u + B_1\cdot dT_b = C_1,$$

$$A_2\cdot dT_u + B_2\cdot dT_b = C_2,$$

gdzie:

$$A_1 = (1-x)\cdot\left[W1/W5\cdot R_u+c_{pu}\right],$$

$$A_2 =-(1-x)\cdot\left[W2/W5\cdot R_u\right],$$

$$B_1 = x\cdot \left[W1/W5\cdot R_b\right],$$

$$B_2 = x\cdot \left[-W2/W5\cdot R_b+c_{pb}\right],$$

$$C_1 = \left[W1/W5\cdot(p\cdot V/G)+(1-x)\cdot W3\right]\cdot dp/p+\left[W1/W5\cdot(p\cdot V/G)\right]\cdot dV/V +$$

$$+ - \left[(1-x)\cdot W3/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z,$$

$$C_2 = \left[-W2/W5\cdot(p\cdot V/G)+x\cdot W4\right]\cdot dp/p-\left[W2/W5\cdot(p\cdot V/G)\right]\cdot dV/V +$$

$$+ - \left[x\cdot W4/(p\cdot V)\right]\cdot dQ_z.$$

Rozwiązując układ metodą wyznacznikową otrzymuje się wyznaczniki:

$$WG = A_1\cdot B_2 - A_2\cdot B_1,$$

$$WT_u = C_1\cdot B_2 - C_2\cdot B_1,$$

$$WT_b = A_1\cdot C_2 - A_2\cdot C_1,$$

a stosując wzory Cramera:

$$dT_u = WT_u/WG,$$

$$dT_u = WT_b/WG.$$

Po podstawieniu ostatecznie otrzymano:

$$dT_u = C1\cdot B2-C2\cdot B1 \;/\; A1\cdot B2-A2\cdot B1, \qquad (37.1)$$

$$dT_b = A1\cdot C2-A2\cdot C1 \;/\; A1\cdot B2-A2\cdot B1. \qquad (37.2)$$

4. WYPROWADZENIE WZORÓW KOŃCOWYCH NA RÓŻNICZKI dT_u ORAZ dT_b

Innym sposobem określenia przyrostu temperatur strefy spalonej dT_b i niespalonej dT_u jest rozwiązanie układu (36) metodą podstawiania. W tym celu z równania (36.1) wyznacza się dT_b, a otrzymane wyrażenie podstawia się do (36.2) i odwrotnie z równania (36.2) wyznacza się dT_u i podstawia się do (36.1), a zatem z równania (36.1) wylicza się dT_b:

$$dT_b=W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\cdot\Big\{\Big[W1\cdot p\cdot V/(G\cdot W5)+(1-x)\cdot W3\Big]\cdot dp/p\ +$$

$$+\ \Big[W1\cdot p\cdot V/(G\cdot W5)\Big]\cdot dV/V-\Big[(1-x)\cdot W3/(p\cdot V)\Big]\cdot dQ_z\ +$$

$$-\ \Big[(1-x)\cdot(W1\cdot R_u/W5+c_{pu})\Big]\cdot dT_u\Big\},$$

$$dT_b=\Big[W1\cdot W5\cdot p\cdot V/(x\cdot G\cdot R_b\cdot W1\cdot W5)\ +\ (1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]\cdot dp/p\ +$$

$$+\Big[p\cdot V\cdot W1\cdot W5/(x\cdot G\cdot W1\cdot W5)\Big]\cdot dV/V\ +$$

$$-\Big[(1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot p\cdot V\cdot W1)\Big]\cdot dQ_z\ +$$

$$-\Big[(1-x)\cdot R_u\cdot W1\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1\cdot W5)+(1-x)\cdot c_{pu}\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]\cdot dT_u,$$

$$dT_b\ =\Big[p\cdot V/(x\cdot G\cdot R_b)+(1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]\cdot dp/p\ +$$

$$+\Big[p\cdot V/(x\cdot G\cdot R_b)\Big]\cdot\ dV/V\ +$$

$$-\ \Big[(1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot p\cdot V\cdot W1)\Big]\cdot dQ_z\ +$$

$$-\ \Big[(1-x)\cdot R_u/(x\cdot R_b)+(1-x)\cdot c_{pu}\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]\cdot dT_u.$$

Wyliczone dT_b podstawia się do równania (36.2):

$$\Big[-W2\cdot pV/(G\cdot W5)+x\cdot W4\Big]\cdot dp/p-\Big[W2\cdot pV/(G\cdot W5)\Big]\cdot dV/V-\Big[x\cdot W4/(pV)\Big]dQ_z\ =$$

$$=-\Big[(1-x)\cdot W2\cdot R_u/W5\Big]dT_u+\Big[x(c_p-W2\cdot R_b/W5)\Big]\ \cdot$$

$$\cdot\Big\{\Big[pV/(x\cdot G\cdot R_b)+(1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]dp/p\ +$$

$$+\Big[pV/x\cdot G\cdot R_b)\Big]\cdot dV/V-\Big[(1-x)\cdot W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot pV\cdot W1)\Big]dQ_z\ +$$

$$-\Big[(1-x)\cdot R_u/(x\cdot R_b)+(1+x)\cdot c_{pu}\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\Big]dT_u\Big\}$$

$$\left[-W2\cdot pV/(G\cdot W5)+x\cdot W4\right]\cdot dp/p-\left[W2\cdot pV/(G\cdot W5)\right] dV/V-\left[x\cdot W4/(pV)\right]dQ_z =$$

$$=-\left[(1-x)\cdot W2\cdot R_u/W5\right]dT_u+\left[-x(c_p-W2\cdot R_b\cdot pV/(W5\cdot x\cdot G\cdot R_b) +\right.$$

$$-xW2\cdot R_b\cdot(1-x)\cdot W3\cdot W5/(W5\cdot xR_b\cdot W1)+x\cdot c_{pb}\cdot pV/(x\cdot G\cdot R_b) +$$

$$\left.+xc_{pb}(1-x)W3\cdot W5/(x\cdot R_b\cdot W1)\right]\cdot dp/p+\left[x\cdot c_{pb}\cdot pV/(x\cdot G\cdot R_b) +\right.$$

$$\left.-x\cdot W2\cdot R_b\cdot pV/(W5\cdot x\ \cdot R_b)\right]\cdot dV/V-\left[xc_{pb}(1-x)W3\cdot W5/(xR_b\cdot pV\cdot W1) +\right.$$

$$\left.-xW2\cdot R_b(1-x)W3\cdot W5/(W5\cdot xR_b\cdot pV\cdot W1)\right]dQ_z-\left[-xW2\cdot R_b(1-x)R_u/(W5\cdot x\cdot R_b) +\right.$$

$$-xW2\cdot R_b(1-x)c_{pu}W5/(W5\cdot xR_bW1)+xc_{pb}(1-x)R_u/(xR_b) +$$

$$\left.+xc_{pb}(1-x)c_{pu}W5/(xR_bW1)\right]dT_u$$

$$\left[-W2\cdot pV/(G\cdot W5)+x\cdot W4\right]dp/p-\left[W2\cdot pV/(G\cdot W5)\right]dV/V-\left[x\cdot W4/(pV)\right]dQ_z =$$

$$-\left[(1-x)\cdot W2\cdot R_u/W5\right]dT_u+\left[-W2\cdot pV/(W5\cdot G)-W2\cdot(1-x)\cdot W3/W1 +\right.$$

$$\left.+c_{pb}\cdot pV/(G\cdot R_b)+c_{pb}(1-x)W3\cdot W5/(R_b\cdot W1)\right]\cdot dp/p +$$

$$+\left[c_{pb}\cdot pV/(G\cdot R_b)-W2\cdot pV/(W5\cdot G)\right]\cdot dV/V +$$

$$-\left[c_{pb}(1-X)W3\cdot W5/(R_b\cdot pV\cdot W1)-W2\cdot(1-x)W3/(pV\cdot W1)\right]dQ_z +$$

$$-\left[-W2\cdot(1-x)R_u/W5-W2\cdot(1-x)c_{pu}/W1 +\right.$$

$$\left.+c_{pb}(1-x)R_u/R_b+c_{pb}(1-x)c_{pu}W5/(R_bW1)\right]dT_u.$$

Przekształcając dalej:

$$\left[(1-x)R_uW2/W5-(1-x)R_uW2/W5-(1-x)c_{pu}W2?W1+(1-x)R_uc_{pb}/R_b +\right.$$

$$\left.+(1-x)c_{pu}c_{pb}W5/(R_bW1)\right]dT_u=\left[W2pV/(G\cdot W5) +\right.$$

$$-xW4-W2pV/(W5\cdot G)-W2(1-x)W3/W1+c_{pb}pV(G\cdot R_b)+$$

$$+c_{pb}(1-x)W3\cdot W5/(R_bW1)\Big]dp/p+\Big[W2pV/(G\cdot W5)-W2pV/(W5\cdot G)+$$

$$+c_{pb}pV/(G\cdot R_b)\Big]dV/V+\Big[xW4/pV+W2(1-x)W3/(W1pV)+$$

$$-c_{pb}(1-x)W3\cdot W5/(R_bpV\cdot W1)\Big]dQ_z$$

$$\Big\{\Big[-(1-x)c_{pu}W2\cdot R_b(1-x)R_uc_{pb}W1+(1-x)c_{pu}c_{pb}W5\Big](R_bW1)\Big\}\,dT_u=$$

$$\Big\{\Big[-xW4\cdot G\cdot R_bW1-W2(1-x)W3\cdot G\cdot R_b+c_{pb}pV\cdot W1+$$

$$+c_{pb}(1-x)W3\cdot W5\cdot G\Big]/(G\cdot R_bW1)\Big\}dp/p+\Big\{\Big[c_{pb}pV/(G\cdot R_b)\Big]\Big\}\,dV/V+$$

$$+\Big\{\Big[xW4\cdot R_bW1+W2(1-x)W3R_b-c_{pb}(1-x)W3\cdot W5\Big]/(R_bpV\cdot W1)\Big\}\,dQ_z$$

$$dT_u=\Big\langle\Big\{\Big[(-xW4\cdot G\cdot R_bW1-W2(1-x)W3\cdot G\cdot R_b+R_b+c_{pb}pV\cdot W1+$$

$$+c_{pb}(1-x)W3\cdot W5\cdot G\Big]/(G\cdot R_bW1)\Big\}dp/p+\Big\{\Big[c_{pb}pV/(G\cdot R_b)\Big\}dV/V+$$

$$\Big\{\Big[xW4\cdot R_bW1+W2(1-x)W3\cdot R_b-c_{pb}(1-x)W3\cdot W5\Big]/(R_bpV\cdot W1)\Big\}\,dQ_z\Big\rangle\cdot$$

$$\cdot\Big\{(R_bW1)/\Big[-(1-x)c_{pu}W2\cdot R_b+(1-x)R_uc_{pb}W1+(1-x)c_{pu}c_{pb}W5\Big]\Big\}$$

$$dT_u=\Big\{\Big[-(1-x)G\cdot R_bW2\cdot W3+W1c_{pb}pV-G\cdot R_bxW1\cdot W4+G(1-x)c_{pb}W3\cdot W5\Big]\cdot Vdp+$$

$$+\Big[pVc_{pb}W1\Big]pdV+\Big[R_bW1xW4+R_bW2(1-x)W3-c_{pb}(1-x)W3\cdot W5\Big]GdQ_z\Big\}/$$

$$/\Big\{(1-x)G_pV(c_{pu}c_{pb}W5+W1c_{pb}W5+W1c_{pb}R_u-W2c_{pu}R_b\Big\}.$$

Ostatecznie otrzymano:

$$dT_u = \left\langle \left\{ \left[-(1-x) \cdot R_b W2 \cdot W3 - R_b x W1 \cdot W4 + (1-x) c_{pb} W3 \cdot W5 \right] \cdot G(Vdp - dQ_z) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left[pVc_{pb} W1 \right] (pdV + Vdp) \right\} / \left[(1-x) GpV\ c_{pu} c_{pb} W5 + W1 c_{pb} Ru - W2 c_{pb} R_u - W2 c_{pu} R_b \right] \right\rangle dfi \tag{37.1}$$

Analogicznie z równania (36.2) wylicza się dT_u:

$$dT_u = -W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \right] \cdot \left\{ \left[-W2 \cdot p \cdot V/(G \cdot W5) + x \cdot W4 \right] \cdot dp/p + \right.$$
$$- \left[W2 \cdot p \cdot V/(G \cdot W5) \right] \cdot dV/V - \left[x \cdot W4/(p \cdot V) \right] \cdot dQ_z +$$
$$\left. + \left[x \cdot (W2 \cdot r_b / W5 - c_{pb}) \right] \cdot dT_b \right\}$$

$$dT_u = \left\{ W2 \cdot W5 \cdot p \cdot V / \left[(1-x) \cdot G \cdot R_u \cdot W2 \cdot W5 \right] - x \cdot W4 \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \right] \right\} \cdot dp/p +$$

$$+ \left\{ W2 \cdot W5 pV / \left[(1-x) W2 \cdot W5 \cdot G \cdot R_u \right] \right\} dV/V +$$

$$+ \left\{ x \cdot W4 \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot p \cdot V \cdot W2 \right] \right\} \cdot d_z +$$

$$+ \left\{ -x \cdot R_b \cdot W2 \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \cdot W5 \right] + x \cdot c_{pb} \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \right] \right\} \cdot dT_b .$$

$$dT_u = \left\{ p \cdot V / \left[(1-x) \cdot G \cdot R_u \right] - x \cdot W4 \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \right] \right\} \cdot dp/p +$$
$$+ pV / \left[(1-x) G \cdot R_u \right] \Big\} dV/V + \left\{ x \cdot W4 \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R \cdot p \cdot V \cdot W2 \right] \right\} \cdot dQ_z +$$
$$+ \left\{ -x \cdot R_b / \left[(1-x) \cdot R_u \right] + x \cdot c_{pb} \cdot W5 / \left[(1-x) \cdot R_u \cdot W2 \right] \right\} \cdot dT_b .$$

Wyliczone dT_u podstawia się do równania (36.1):

$$\left[W1pV/(G\cdot W5)+(1-x)W3\right]dp/p+\left[W1\cdot pV/(G\cdot W5)\right]dV/V-\left[(1-x)\cdot W3/(pv)\right]dQ_z =$$

$$=\left[x\cdot W1\cdot R_B/W5\right]dT_b+\ \left[(1-x)(c_{pu}+W1\cdot R_u/W5)\right].$$

$$\left\langle\left\{p\cdot V/\left[(1-x)\cdot G_u\right]-x\cdot W4\cdot W5/\left[(1-x)\cdot R_u\cdot W2\right]\right\}\cdot dp/p\ +\right.$$

$$\left\{pV/\left[(1-x)G\cdot R_u\right]-x\cdot W4\cdot W5/\left[(1-x)\cdot R_u\cdot p\cdot V\cdot W2\right]\right\}\cdot dQ_z\ +$$

$$\left.+\left\{-x\cdot R_b/\left[(1-x)\cdot R_u\right]+x\cdot c_{pb}\cdot W5/\left[(1-x)\cdot R_u\cdot W2\right]\right\}\cdot dT_b\right\rangle$$

$$\left[W1pV/(G\cdot W5)+(1-x)W3\right]dp/p+\left[W1\cdot pV/(G\cdot W5)\right]dV/V-\left[(1-x)\cdot W3/(pV)\right]dQ_z =$$

$$=\left[x\cdot W1\cdot R_b/W5\right]dT_b+\left\{(1-x)W1\cdot R_u pV/\left[W5\cdot(1-x)G\cdot R_u\right]\ +\right.$$

$$-(1-x)W1\cdot R_u\cdot W4\cdot W5/\left[W5\cdot(1-x)R_u\cdot W2\right]+(1-x)c_{pu}\cdot pV/\left[(1-x)G\cdot R_u\right]\ +$$

$$\left.-(1-x)c_{pu}xW4\cdot W5/\left[(1-x)\cdot R_u\cdot W2\right]\right\}\cdot dp/p+\left\{(1-x)c_{pu}\cdot pV/\left[(1-x)\cdot G\cdot R_u\right]\ +\right.$$

$$\left.+(1-x)W1\cdot R_u pV/\left[W5(1-x)GR_u\right]\right\}\cdot dV/V+\left\{(1-x)c_{pu}xW4\cdot W5/\left[(1-x)R_u pV\cdot W2\right]\ +\right.$$

$$\left.+xW1\cdot R_u(1-x)W4\cdot W5/\left[W5(1-x)R_u pV\cdot W2\right]\right\}\cdot dQ_z\ +$$

$$+\left\{-xW1\cdot R_b 91-x)R_u/\left[W5(1-x)R_u\right]+xW1\cdot R_u(1-x)c_{pb}W5/\left[W5(1-x)R_u W2\right]\ +\right.$$

$$\left.-(1-x)c_{pu}xR_n/\left[(1-x)R_u+xc_{pb}(1-x)c_{pu}W5/\left[(1-x)R_u W2\right]\right\}dT_b$$

$$\left[W1pV/G\cdot W5)+(1-x)W3dp/p+\left[W1\cdot pV/(G\cdot W5)\right]dV/V-\left[(1-x)\cdot W3/(pV)\right]dQ_z =\right.$$

$$=\left[x\cdot W1\cdot R_b/W5\right]dt_b+\left\{W1pV/\left[W5\cdot G\right]-W1\cdot x\cdot W4/W2+c_{pu}\cdot pV/(G\cdot R_u)\right. +$$

$$\left.-c_{pu}xW4\cdot W5/(R_u\cdot W2)\right\}\cdot dp/p+\left\{c_{pu}\cdot pV/(G\cdot R_u)+W1pV/(W5\cdot G)\right\}\cdot dV/V +$$

$$+\left\{c_{pu}xW4\cdot W5/(R_u pV\cdot W2)+xW1\cdot W4/(pV\cdot W2)\right\}\cdot dQ_z+\left\{-xW1\cdot R_b/W5\right. +$$

$$\left.+xW1c_{pb}/W2-c_{pu}xR_b/R_u+xc_{pb}c_{pu}W5/(R_uW2)\right\}dT_b.$$

Przekształcając dalej:

$$\left[xR_bW1/W5-xR_bW1/W5+xc_{pb}W1/W2-xR_bc_{pu}/R_u+xc_{pu}c_{pb}W5/(R_uW2)\right]dT_b =$$

$$\left[W1pV/(G\cdot W5)+(1-x)W3-W1pV/(W5\cdot G)+W1xW4/W2-c_{pu}pV/(G\cdot R_u)\right. +$$

$$\left.+c_{pu}xW4\cdot W5/(R_uW2)\right]dp/p+\left[W1pV/(G\cdot W5)-W1pV/(W5\cdot G)\right. +$$

$$\left.-c_{pu}pV/(G\cdot R_u)\right]dV/V-\left[(1-x)W3/pV+W1xW4/(W2pV)\right. +$$

$$\left.+c_{pu}xW4\cdot W5/(R_upV\cdot W2)\right]dQ_z$$

$$dT_b=\left\{\left[W1pV/(G\cdot W5)+(1-x)W3-W1pV/(W5\cdot G)+W1xW4/W2-c_{pu}pV/(G\cdot R_u)\right.\right. +$$

$$\left.+c_{pu}xW4\cdot W5/(R_uW2)\right]dp/p+\left[W1pV/(G\cdot W5)-W1pV/(W5\cdot G)\right. +$$

$$\left.+c_{pu}pV/(G\cdot R_u)\right]dV/V-\left[(1-x)W3/pV+W1xW4/(W2pV)\right. +$$

$$\left.\left.+c_{pu}xW4\cdot W5/(R_upV\cdot W2)\right]dQ_z\right\}\cdot\left\{(R_uW2)/\left[xc_{pb}W1\cdot R_u-xR_bc_{pu}W2+xc_{pu}c_{pb}W5\right]\right\}$$

$$dT_b = \left\{\left[W2(1-x)W3 \cdot R_u G - W2c_{pu}pV + xGc_{pu}W4 \cdot W5 + xGW1 \cdot W4 \cdot R_u\right] \cdot Vdp + \right.$$

$$\left. -(W2c_{pu}pV)(pdV) - \left[W2(1-x)W3 \cdot R_u + xc_{pu}W4 \cdot W1xW4 \cdot R_u\right] \cdot GdQ_z\right\} /$$

$$/\left[xGpV(c_{pu}c_{pb}W5 + W1c_{pb}R_u - W2c_{pu}R_b)\right],$$

skąd ostatecznie otrzymano:

$$dT_b = \left\langle\left\{\left[(1-x) \cdot R_u W2 \cdot W3 + x\ c_{pu}W4 \cdot W5 + W1xW4 \cdot R_u\right] \cdot G(Vdp - dQ_z) + \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left[W2c_{pu}pV\right](Vdp + pdV)\right\} / \left[xGpV(c_{pu}c_{pb}W5 + W1c_{pb}R_u - W2c_{pu}R_b)\right]\right\rangle dfi. \qquad (37.2)$$

5. ZAKOŃCZENIE

Jak widać z przedstawionych działań, po prostych ale bardzo żmudnych przekształceniach, które przedstawiono w skrócie, dochodzi się do końcowej, dalej nieprzekształcalnej postaci różniczek. Dzięki drugiemu sposobowi rozwiązywania unika się powtarzania tych samych działań, a tym samym powielania błędów, dlatego ten sposób wyznaczenia dT_u i dT_b należy uznać za lepszy. Oczywiście w równaniach (37.1) i (37.2) należy stosować następujące zależności:

$$dp = p'(fi) \cdot dfi,$$

$$dV + V'(fi) \cdot dfi,$$

$$dQ_z = Q_z'(fi) \cdot dfi.$$

Natomiast określenie poszczególnych zmiennych występujących w ww. równaniach przedstawiono w pracach [2,3,4].

LITERATURA

[1] Maćkowski J., Wilk K.: Obliczanie temperatury czynnika roboczego w modelu dwustrefowy. Sympozjum MOTORKOMPUT'89, Jadwisin, 24-26.04.1989 r.

[2] **Maćkowski J., Wilk K.**: Wyznaczenie chwilowej energii wewnętrznej substancji znajdującej się w cylindrze. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Transport, z.11, Gliwice 1990.

[3] **Maćkowski J., Wilk K.**: Modelowanie procesu spalania w silniku o ZI. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1991.

[4] **Maćkowski J., Wilk K.**: Niektóre problemy modelowania procesu spalania w silniku o ZI. XIV Zjazd Termodynamików Polskich, AGH, Kraków 17 - 21. 09. 1990.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Tadeusz Środulski

Wpłynęło do Redakcji 12.05.1990 r.

METHODS OF DETERMINATION OF THE MIXTURE AND EXHAUST GASES TEMPERATURE INCREASE IN A TWO-ZONE MODEL OF COMBUSTION PROCESS

S u m m a r y

A physical description of a two-zone model of combustion process taking place in a spark-ignition engine has been presented in the paper. The above model iffers from the models described in professional literature because of heat flow between the zones.

After a short discussion on assumptions and conditions the equations making it possible to measure instantaneous temperatures prevailing in particular zones have been formulated. Then the two methods of solving the obtained differential equations have been presented; the importance of avoiding error increase when solving them has been stressed. This effect was achieved by eliminating some of the operations presented more precisely in the paper being discussed.

СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИРАЩЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ И ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ДВУХЗОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СГОРАНИЯ

Р е з ю м е

В работе представлено физическое описание двухзональной модели процесса сгорания проходящего в двигателе внутренного сгорания с искровым зажиганием. Модель отличается от литературных моделей учетом теплоты проходящей между зонами. Описаны предпосылки и сформулированы уравнения позволяющие определить ход мгновенных температур выступающих в отдельных зонах. Представлены два способы решения полученых дифференциальных уравнений с учетом избежания увеличения ошибки. Это достигается с помощью исключения некоторых действий представленых шире в работе.