

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990

Karol Grudziński, Konrad Konowski

Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn

Politechnika Szczecińska

MODELOWANIE POŁĄCZENIA WCISKOWEGO
Z UWZGLĘDNIENIEM PODATNOŚCI KONTAKTOWEJ

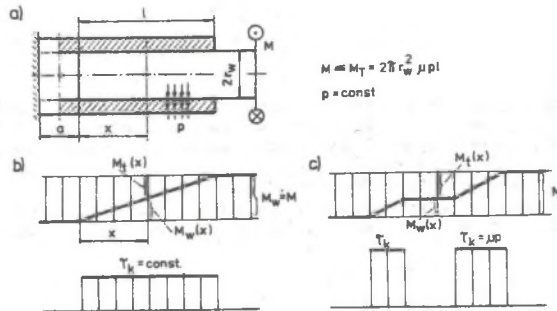
Streszczenie. W pracy przedstawiono fizyczny i matematyczny model połączenia wciskowego wałka z tulejką, obciążonego momentem skręcającym. Istotną nowością tego modelu jest uwzględnienie w nim sprężystej podatności kontaktowej stycznej łączonych powierzchni. Wyprowadzono równania opisujące rozkład momentów skręcających wałek i tulejkę oraz kontaktowych naprężeń stycznych na długości połączenia. Podano przykłady obliczeń.

1. Wstęp

Połączenia wciskowe mają wiele praktycznych zastosowań w budowie maszyn i urządzeń. Tradycyjny sposób obliczania tych połączeń charakteryzuje duży stopień uproszczenia i nie zaspokaja w należyty sposób współczesnych potrzeb w tym zakresie. Doskonalenie modeli i metod obliczeń połączeń wciskowych podyktowane jest nie tylko koniecznością zapewnienia im odpowiednio dużej niezawodności i trwałości, ale także coraz większą potrzebą wyznaczania ich sztywności oraz analizy występujących w nich procesów tłumienia drgań. Niniejsze opracowanie stanowi pewien wycinek większej pracy, poświęconej tej problematyce, wykonywanej w ramach RPBP RP.1.06.

2. Model połączenia wciskowego

Przedmiotem rozważań jest połączenie wciskowe wałka o przekroju okrągłym z cylindryczną tulejką (rys. 1a), obciążone momentem skręcającym M . Zakłada się, że elementy łączone wykonane są z materiału sprężystego, a do wyznaczenia naprężeń i odkształceń, dla uproszczenia, przyjmuje się założenia i wzory stosowane w nauce o wytrzymałości materiałów dla czystego skręcania. W ten sposób sztywność na skręcanie wałka wynosi $I_v G_v$, a tulejki $I_t G_t$, gdzie I_v i I_t oznaczają odpowiednio biegunowe momenty bezwładności przekroju, a G_v i G_t - współczynniki sprężystości poprzecznej wałka i tulejki.



Rys. 1. a) Schemat połączenia wciskowego. b) i c) Rozkłady momentów skręcających wałek i tulejkę oraz kontaktowych naprężeń stycznych

Wałek jest zaciśnięty w tulejce, przy czym zakłada się, że nacisk na jednostkę powierzchni wynosi p i jest jednakowy na całej powierzchni styku łączonych elementów, a współczynnik tarcia między powierzchniami wynosi μ . Aby nie spowodować pełnego poślizgu łączonych elementów, przyłożony moment M nie może przekroczyć momentu tarcia M_T ($M < M_T$, rys. 1).

Do wyznaczania momentów M_v i M_t , skręcających wałek i tulejkę, oraz kontaktowych naprężeń stycznych τ_k w dowolnym przekroju x na długości l połączenia, stosuje się różne modele, w zależności od celu i dokładności obliczeń. W najprostszym przypadku, gdy elementy łączone traktuje się jako ciała sztywne, otrzymuje się rozkłady $M_v(x)$ i $M_t(x)$ oraz $\tau_k(x)$ jak na rys. 1b.

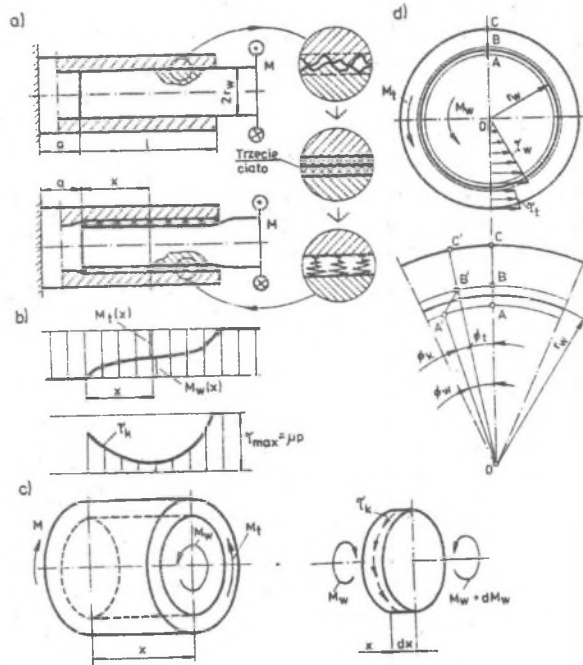
W dokładniejszych obliczeniach oraz analizie sztywności i tłumienia drgań łączone elementy traktuje się jako ciała sprężyste. Taki model połączenia wciskowego rozważony został w pracy [1]. W tym przypadku otrzymuje się rozkład momentów i naprężeń stycznych kontaktowych jak na rys. 1b.

Według tego modelu, już przy dowolnie małej wartości momentu M , w końcowych częściach połączenia występuje tarcie rozwinięte i poślizg łączonych powierzchni. Nie jest to zgodne z doświadczeniem. Z licznych badań połączeń wciskowych wynika [2], że przy niewielkich wartościach momentu $M \leq M_{spr}$ odkształcenia złącza mają charakter sprężysty. Poślizgi lokalne występują dopiero wtedy, gdy $M > M_{spr}$, przy czym moment sprężysty $M_{spr} < M_T$. Gdy $M = M_T$, następuje poślizg na całej powierzchni kontaktu łączonych elementów.

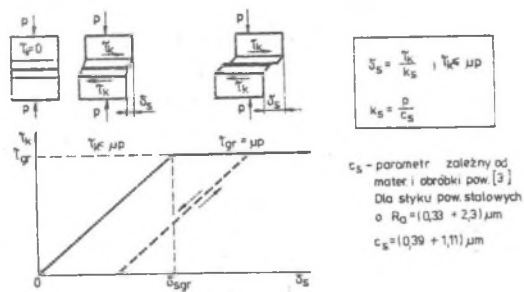
Do należytego objaśnienia występujących procesów i uwzględnienia ich w metodzie obliczeń należy przyjąć doskonalszy model połączenia wciskowego, uwzględniający nie tylko sprężyste odkształcenia jego elementów, ale także podatność kontaktową łączonych powierzchni.

Proponowany model połączenia wciskowego, uwzględniający sprężystą podatność kontaktową, przedstawiono na rys. 2. Wskutek występowania nierówności powierzchni po obróbce (chropowatość, falistość) nie przylegają one ściśle do siebie, lecz tylko na niewielkiej ich części. Rzeczywista powierzchnia styku stanowi zwykle niewielki procent nominalnej powierzchni styku i zależy od rodzaju materiału i obróbki powierzchni oraz wartości nacisku powierzchniowego p .

W rozwiązywaniu wielu zagadnień mechaniki kontaktu połączenia stykowe dwóch obrobionych powierzchni można myślowo wyodrębnić z łączonych ciał i traktować w sposób umowny jako "trzecie ciało" [3], o odmiennych własnościach mechanicznych, określonych w oparciu o wyniki badań doświadczalnych połączeń stykowych powierzchni rzeczywistych. Przyjęty model fizyczny połączenia stykowego oraz jego charakterystykę podatnościową w kierunku stycznym, wraz z jej matematycznym opisem, pokazano na rys. 3.



Rys. 2. Model połączenia wciskowego z uwzględnieniem podatności kontaktowej



Rys. 3. Model połączenia stykowego oraz jego charakterystyka podatnościowa

Na podstawie rys. 2c,d otrzymuje się następujące równania równowagi oraz związki geometryczne:

$$M_v(x) + M_t(x) = M \quad \frac{dM_v}{dx} + \frac{dM_t}{dx} = 0, \quad (1),(1')$$

$$dM_v(x) = 2\pi r_v^2 \tau_k(x) dx; \quad (2)$$

$$\phi_t(x) + \phi_k(x) = \phi_v(x) \quad \frac{d\phi_t}{dx} + \frac{d\phi_k}{dx} = \frac{d\phi_v}{dx}, \quad (3),(3')$$

gdzie: τ_k - naprężenie styczne kontaktowe, ϕ_t , ϕ_k , ϕ_v - przemieszczenia kątowe, pokazane na rys. 2c.

Związki fizyczne, wynikające z przyjętych wyżej założeń, dotyczących elementów łączonych i połączenia stykowego (rys. 3), można zapisać w postaci:

$$\frac{d\phi_v}{dx} = \frac{M_v(x)}{I_v G_v} \quad \frac{d\phi_t}{dx} = \frac{M_t(x)}{I_t G_t}, \quad (4),(5)$$

$$\phi_k(x) = \frac{\delta_a(x)}{r_v} = \frac{\tau_k(x)}{k_a r_v} = \frac{1}{2\pi r_v^3 k_a} \frac{dM_v}{dx}, \quad (6)$$

gdzie k_a jest współczynnikiem sztywności stykowej stycznej.

Na podstawie związków (1) do (6), po dokonaniu odpowiednich podstawień i przekształceń, otrzymuje się równanie różniczkowe:

$$\frac{d^2 M_v(x)}{dx^2} - k^2 M_v(x) = eM, \quad (7)$$

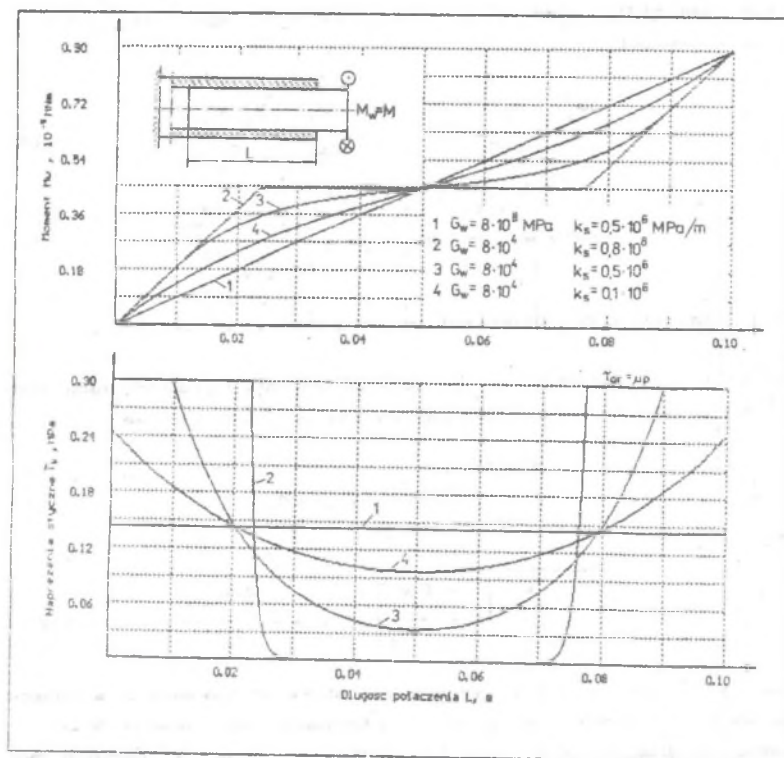
gdzie:

$$k = \sqrt{\frac{2\pi r_v^3 k_a}{I_v G_v} \left[1 + \frac{I_v G_v}{I_t G_t} \right]}, \quad e = -\frac{2\pi r_v^3 k_a}{I_t G_t}. \quad (8),(9)$$

Całkując równanie (7) i wyznaczając stałe całkowania z warunków brzegowych: $M_v(x=a)=0$ i $M_v(x=a+l)=M$ otrzymuje się funkcję $M_v(x)$ określoną na długości l połączenia wciskowego. Mając wyznaczony moment $M_v(x)$ łatwo można już wyznaczyć naprężenia styczne kontaktowe $\tau_k(x)$ oraz przemieszczenia kątowe $\phi_v(x)$ i $\phi_t(x)$, a także wszystkie inne wielkości.

3. Program i przykład obliczeń

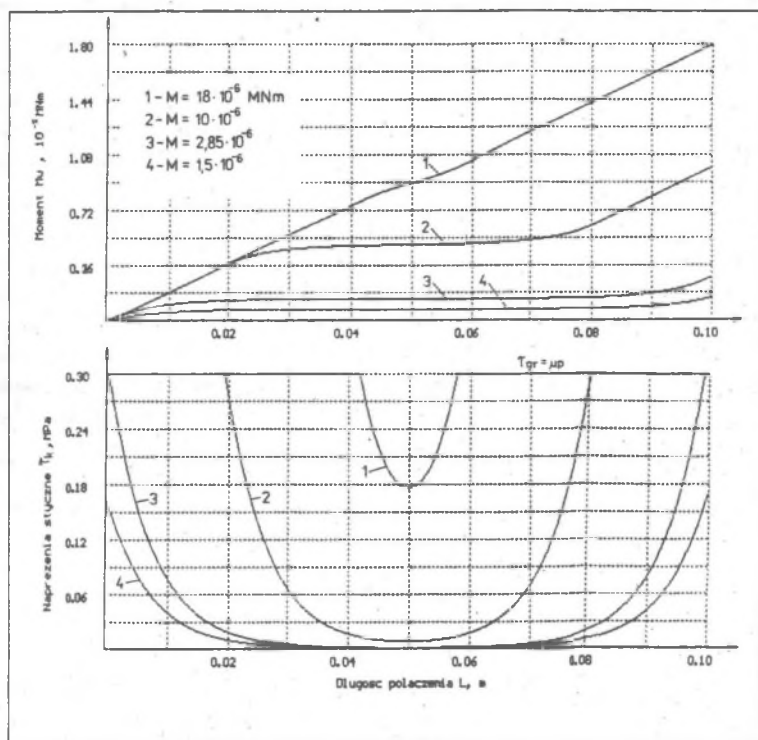
Do wyznaczania momentów $M_V(x)$ i $M_k(x)$, naprężenia kontaktowego $\tau_k(x)$ oraz przemieszczeń kątowych $\phi_V(x)$ i $\phi_k(x)$ opracowano specjalny program na mikrokomputer IBM PC/AT. W algorytmie obliczeń wykorzystuje się rozwiązanie równania (7) z warunkiem ograniczającym $\tau_k < \tau_{gr} = \mu p$. Uwzględnia się również możliwość występowania poślizgów lokalnych w obszarach, gdzie $\tau = \mu p$. Cały tok obliczeń jest zautomatyzowany, a wyniki można uzyskać w postaci odpowiednich funkcji lub też w postaci wykresów obrazujących przebiegi $M_V(x)$, $\tau_k(x)$, $\phi_V(x)$



Rys. 4. Rozkłady momentu skręcającego $M_V(x)$ oraz kontaktowych naprężeń stycznych τ_k dla różnych wartości parametrów G_w i k_s .

$1 \phi(x)$ na długości l połączenia.

Przykładowe wyniki obliczeń w postaci wykresów przedstawiono na rys. 4 i 5. Obliczenia wykonano dla połączenia wciskowego jak na rys. 2a, przy następujących wspólnych danych: $r_v = 0,01m$, $l = 0,1m$, $p = 1MPa$, $\mu = 0,3$, $I_v = 0,5 \pi r_v^4$, $G I_v / G I_l = 1$. Pozostałe dane podano na rysunkach.



Rys. 5. Wpływ wartości momentu M na rozkłady momentu M_v i kontaktowych naprężeń stycznych T_k

Na rys. 4 przedstawiono rozkłady momentu $M_V(x)$ oraz kontaktowych naprężeń stycznych $\tau_k(x)$, na długości i połączenia dla trzech przypadków: 1) gdy elementy łączone są traktowane jako ciała sztywne (co osiągnięto praktycznie przyjmując $G_V = G_t = 8 \cdot 10^9$ MPa); 2) gdy elementy łączone traktowane są jako ciała sprężyste (stal o $G_V = G_t = 8 \cdot 10^4$ MPa), a styk wykazuje skrajnie dużą sztywność kontaktową ($k_k = 1,0 \cdot 10^8$ MPa/m), co odpowiada w przybliżeniu modelowi połączenia wciskowego bez uwzględnienia podatności kontaktowej (rys. 1c); 3) gdy w modelu obliczeniowym uwzględnia się odkształcenia sprężyste elementów łączonych oraz realne sprężyste odkształcenia kontaktowe i lokalne poślizgi łączonych powierzchni (krzywe 3 i 4). Krzywe 2, 3 i 4 na rys. 4 obrazują wpływ współczynnika sztywności kontaktowej k_k na rozkład momentu skręcającego i kontaktowych naprężeń stycznych na długości i połączenia.

Rysunek 5 obrazuje wpływ wartości momentu M , obciążającego połączenie wciskowe, na rozkłady momentu M_V skręcającego wałek oraz kontaktowych naprężeń stycznych τ_k . Z rysunku tego wynika, że przy dostatecznie małej wartości momentu M połączenie odkształca się sprężysto. Poślizgi lokalne wystąpią dopiero wtedy, gdy $M > M_{spr} = 2,85 \cdot 10^{-6}$ MNm, a całkowity poślizg, gdy $M = M_T = 18,84 \cdot 10^{-6}$ MNm.

Przedstawiony w pracy model połączenia wciskowego z uwzględnieniem podatności stykowej daje wierniejszy obraz rzeczywistego połączenia niż modele szeroko dotychczas stosowane. Umożliwia on lepsze zrozumienie występujących w tych połączeniach procesów kontaktowych oraz należyte stawianie i rozwiązywanie wielu aktualnych zagadnień mechaniki, dotyczących sztywności, niezawodności i trwałości tych połączeń.

LITERATURA

- [1] Osiński Z.: Tłumienie drgań mechanicznych. PWN, Warszawa 1979.
- [2] Müller H.W.: Betriebsverhalten zylindrischer und kegelliger Pressverbindungen. VDI-Berichte Nr 299, 1977.
- [3] Niektóre zagadnienia mechaniki kontaktu w budowie maszyn. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej Nr 339, KMIPKM, Szczecin 1987

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕССОВОГО СОЕДИНЕНИЯ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОЙ ЖЕСТКОСТИ

Резюме

В работе представлено физическую и математическую модель прессового соединения вала и втулки, нагруженного крутящим моментом. Существенной новостью этой модели является учет упругой контактной жесткости соединенных поверхностей. Выведены уравнения, описывающие распределение крутящих моментов вала и втулки, а также касательные контактные напряжения по длине соединения. Даны примеры расчетов.

MODELLING OF CLAMPED JOINT WITH SHEAR STIFFNESS
OF THE CONTACTING SURFACES

Summary

The authors presented a physical and mathematical model of clamped sleeve and shaft joint which was loaded with torsional moment. The novelty of this model is the elastic contact stiffness of connected surfaces. The equations of distributions of torsional moment of sleeve and shaft and contact shear stress along connection were calculated and the examples were given.