

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990

Robert Kołodziejczyk, Józef Pietrucha

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej

Politechnika Warszawska

WPLYW MODELU OBCIĄŻEN AERODYNAMICZNYCH NA FLATTER  
SKRZYDŁA SZYBOWCA

Streszczenie. Przedstawiono prosty model matematyczny skrzydła szybowca zbudowany na podstawowych postaciach niesprężonych zginania i skręcania skrzydła jako elementu całego szybowca. Obciążenia aerodynamiczne wyznaczono metodą pasową z uwzględnieniem różnych modeli opływu od ustalonego, poprzez różne warianty quasi-ustalonego do nieustalonego. Obliczenia testowe przeprowadzono dla skrzydła szybowca Junior; na podstawie danych obliczonych MES-em i zweryfikowanych próbami rezonansowymi.

1. Wstęp

Obliczanie prędkości krytycznej flatteru rozumianej jako najniższa prędkość lotu, przy której jednostajny ruch prostoliniowy odkształcalnego obiektu latającego jest stateczny, niezależnie od ośrodka obliczeniowego, przeprowadza się na podstawie zlinearyzowanego równania ruchu

$$M\ddot{q} + Kq = F(t), \quad (1)$$

gdzie:  $M$  - symetryczna macierz bezwładności (stała dla danego obiektu);  $K$  - diagonalna macierz sztywności (także stała);  $q(t)$  i  $F(t)$  - odp., kolumna współrzędnych uogólnionych i aerodynamicznych sił uogólnionych.

Przy założeniu, że w warunkach flatteru zachodzi ruch harmoniczny z częstością kołową  $\omega$ , równanie (1) można sprowadzić do postaci (por. [1]):

$$\det(\omega^2(M + \rho A) - K) = 0, \quad (2)$$

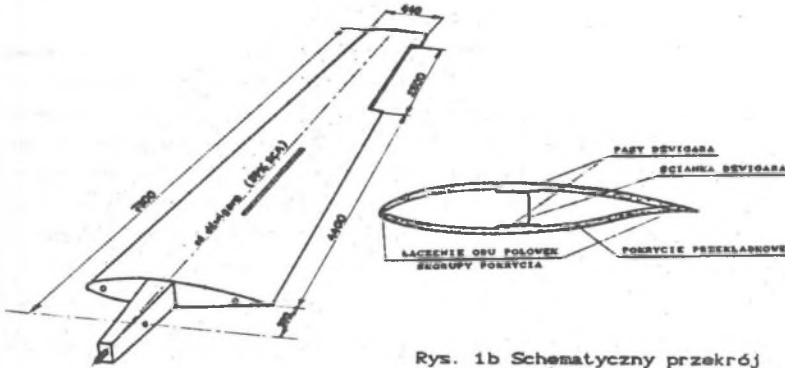
gdzie  $A$  jest macierzą aerodynamiczną, której elementy zależą od tzw. częstości zredukowanej  $k = \omega b_r / V_\infty$  ( $b_r$  jest pewnym wymiarem odniesienia w kierunku przepływu,  $V_\infty$  - prędkość lotu) oraz liczby Macha  $M$ .

Obliczanie prędkości krytycznej  $V_F$  flatteru (krótko zwane obliczaniem flatteru) jest równoważne wyznaczeniu takiej pary parametrów  $\omega_F$  i  $k_F$ , dla której istnieje rozwiązanie stateczne równania flatteru (2). Nawet dla przepływu nieściśliwego ( $M \equiv 0$ ) obliczenia flatteru bardzo komplikują niustalone w ogólnym przypadku siły aerodynamiczne. Dlatego na etapie projektu wstępnego  $V_F$  szacuje się na podstawie prostych modeli obciążeń aerodynamicznych. W literaturze brak jest jednak wiarygodnych porównań. Autorom niniejszej pracy znane jest raptem jedno opracowanie ([2] str.355), w którym otrzymano wielce bulwersujący wynik (co prawda tylko dla profilu):  $V_F$  w opływie niustalonym jest trzykrotnie większa od  $V_F$  w opływie quasi-ustalonym. Powstała zatem myśl, by zweryfikować ten wniosek dla bardziej realnego modelu skrzydła, co zostało zrobione w ramach pracy [3]. Referat zawiera główne wyniki tej pracy.

## 2. Opis skrzydła szybowca

Wydaje się, że z punktu widzenia sformułowanego celu model skrzydła ma znaczenie drugorzędne. Ponieważ jednak jakiś model wybrać trzeba, więc przedstawiamy krótki opis modelowanego obiektu, którym jest kompozytowe skrzydło szybowca SZD-51-1 *Junior* (Rys.1a). Jest to skrzydło jednodźwigarowe z pokryciem przekładkowym, w którego konstrukcji wyszczególnić można elementy różniące się rodzajem przenoszonych obciążeń, a w związku z tym także strukturą (Rys.1b): pasy dźwigara - wykonane z włókien ciągłych (rowingu) i oklejone jedną warstwą tkaniny szklanej. Przekrój pasów jest zmienny wzdłuż rozpiętości skrzydła; ścianki dźwigara - wykonane z tkaniny szklanej o liczbie warstw zmiennej wzdłuż rozpiętości skrzydła; pokrycie - wykonane z dwóch warstw tkaniny (na zewnątrz grubszej, od wewnątrz znacznie cieńszej), pomiędzy którymi znajduje się przekładka piankowa; ścianka zamykająca wykrój na lotkę - wykonana z tkaniny szklanej.

We wszystkich strukturach skrzydła tkaniny są tak ułożone, że włókna przebiegają pod kątem  $45^\circ$  do osi skrzydła, natomiast rowing jest ułożony do niej równolegle.



Rys. 1b Schematyczny przekrój skrzydła

Rys. 1a Ogólny widok skrzydła z głównymi wymiarami

### 3. Modelowanie skrzydła

Jak wynika z opisu, rzeczywiste skrzydło jest strukturą o parametrach rozłożonych, którego modelem matematycznym byłoby równanie różniczkowe cząstkowe o zmiennych współczynnikach. Aby przełamać tę trudność w aeroelastyczności przeprowadza się dyskretyzację za pomocą postaci własnych. W tym celu przemieszczenia wyraża się w postaci szeregu (zob. [4] str.128);

$$U(x,y,z,t) = \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_j(x,y,z) q_j(t), \quad (3)$$

gdzie  $\Phi_j$  są znanymi postaciami własnymi, a  $q_j$  - współzrzednymi uogólnionymi. Za pomocą przedstawienia (3) można uwzględnić zmiany wzdłuż rozpiętości skrzydła w geometrii, w rozkładzie mas i odkształceniu podczas drgań. Ze względów praktycznych liczba postaci własnych jest zawsze ograniczona. Zupełnie dobre przedstawienie warunków flutteru uzyskuje się, nawet wówczas, gdy przyjmuje się niesprężone podstawowe postaci drgań giętnych i skrętnych skrzydła. Oznacza to, że (3) w naszym przypadku przybiera postać

$$\begin{aligned} h(y,t) &= f(y) h(t), \\ \alpha(y,t) &= F(y) \alpha(t), \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie  $h$  i  $\alpha$  oznaczają odpowiednio ugięcie i kąt skręcenia przekroju skrzydła względem poziomu odniesienia, a  $f(y)$  i  $F(y)$  odpowiednio — postać drgań giętnych i skrętnych niesprężonych.

Z równania flatteru (2) widać, że nie uwzględnia ono tłumienia. Tymczasem konstrukcje kompozytowe odznaczają się znacznymi własnościami tłumieniowymi i dlatego model (2) wymaga wzbogacenia o wyrazy reprezentujące tłumienie konstrukcyjne. W aeroplastyczności na ogół stosuje się takie modelowanie tego tłumienia: jest ono funkcją amplitudy drgań i może być opisane za pomocą siły o wartości proporcjonalnej do siły sprężystej i będącej w fazie z prędkością ruchu drgającego. Taki sposób postępowania daje w wyniku równanie flatteru w postaci;

$$\det(\omega^2(M + \rho A) - (D + iG)K) = 0, \quad (5)$$

gdzie  $D$  — macierz jednostkowa,  $G$  — macierz diagonalna współczynników tłumienia konstrukcyjnego.

Dalszy sposób modelowania przebiega podobnie jak w referacie (5). Jedyne, choć istotna różnica polega na tym, że teraz ugięcia i kąty skręcenia są funkcjami rozpiętości, a nie tylko czasu. Po zastosowaniu równań Lagrange'a i przeprowadzeniu odpowiednich przekształceń macierze bezwładności i sztywności przyjmują postać (zob. (2)),

$$M = \begin{bmatrix} M & S_0 \\ S_0 & M \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix}, \quad q = \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

gdzi,

$$\begin{aligned} M &= \int_0^l m(y) f^2(y) dy, \\ I_0 &= \int_0^l I_0(y) F^2(y) dy, \\ S_0 &= \int_0^l S_0(y) f(y) F(y) dy \end{aligned} \quad (7)$$

oraz

$$\begin{aligned} K_h &= M \omega_h^2 & \text{lub} &= \int_0^l EI_y(y) \left[ \frac{d^2}{dy^2} f(y) \right]^2 dy, \\ K_\alpha &= I_0 \omega_\alpha^2 & \text{lub} &= \int_0^l GJ_\alpha(y) \left[ \frac{d}{dy} F(y) \right]^2 dy, \end{aligned} \quad (8)$$

## 4. Modele obciążeń aerodynamicznych

W pracy [3] macierz aerodynamiczną (zob. (2)) przedstawiono w postaci:

$$A = \frac{1}{2} \frac{dC_z}{d\alpha} \begin{bmatrix} A_{hh} & A_{h\alpha} \\ A_{\alpha h} & A_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Elementy tej macierzy w ogólnym przypadku opisane są przez związki:

$$\begin{aligned} A_{hh} &= K_1(L_h) \int_0^l b^2 f^2(y) dy + b_r K_2(L_h) \int_0^l b f^2(y) dy, \\ A_{h\alpha} &= (K_1(L_\alpha) - \frac{1}{2} K_1(L_h)) \int_0^l b^3 f(y) F(y) dy - K_1(L_h) \int_0^l a b^3 f(y) F(y) dy + \\ &- b_r K_2(L_h) \int_0^l b^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) f(y) F(y) dy + b_r K_2(L_\alpha) \int_0^l b^2 f(y) F(y) dy + \\ &+ b_r^2 K_3(L_\alpha) \int_0^l b f(y) F(y) dy, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} A_{\alpha h} &= (K_1(L_\alpha) - \frac{1}{2} K_1(L_h)) \int_0^l b^3 f(y) F(y) dy - K_1(L_h) \int_0^l a b^3 f(y) F(y) dy + \\ &- b_r K_2(L_h) \int_0^l b^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) f(y) F(y) dy, \\ A_{\alpha\alpha} &= \int_0^l b^4 \left[ K_1(M_\alpha) + K_1(L_h) \left( \frac{1}{2} + a \right)^2 - (K_1(L_\alpha) + K_1(M_h)) \left( \frac{1}{2} + a \right) \right] F^2(y) dy + \\ &+ b_r K_2(M_\alpha) \int_0^l b^3 F^2(y) dy - b_r K_2(L_\alpha) \int_0^l b^3 \left( \frac{1}{2} + a \right) F^2(y) dy + \\ &- b_r^2 K_3(L_\alpha) \int_0^l b^2 \left( \frac{1}{2} + a \right) F^2(y) dy + b_r K_2(L_h) \int_0^l b^3 \left( \frac{1}{2} + a \right)^2 F^2(y) dy, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie:  $b = b(y)$  - bieżąca cięciwa skrzydła;  $a = a(y)$  - bezwymiarowy współczynnik określający położenie osi skręceń skrzydła względem połowy cięciwy. Występujące w związkach (10) współczynniki  $K_i$  przedstawiono w tabelicy 1.

Tablica 1

$K_i$	A E R O D Y N A M I K A				
	Nieustalona	Quasiustalona			Ustalona
		wariant pełny	wariant uproszczony	wariant Grossmana	
$K_1(L_h)$	1	1	0	0	0
$K_1(L_{\alpha'})$	$\frac{1}{z}$	$\frac{1}{z}$	0	0	0
$K_1(M_h)$	$\frac{1}{z}$	$\frac{1}{z}$	0	0	0
$K_1(M_{\alpha'})$	$\frac{2}{a}$	$\frac{2}{a}$	0	0	0
$K_2(L_h)$	$-\frac{2i}{k_r} C(k)$	$-\frac{2i}{k_r}$	$-\frac{2i}{k_r}$	$-\frac{2i}{k_r}$	0
$K_2(L_{\alpha'})$	$-\frac{i}{k_r} [1+2C(k)]$	$-\frac{3i}{k_r}$	$-\frac{3i}{k_r}$	$-\frac{2i}{k_r}$	0
$K_2(M_{\alpha'})$	$-\frac{1}{k_r}$	$-\frac{1}{k_r}$	$-\frac{1}{k_r}$	$-\frac{1}{k_r} \pi \frac{d\alpha}{dC_z}$	0
$K_3(L_{\alpha'})$	$-\frac{2i}{k_r^2} C(k)$	$-\frac{2i}{k_r^2}$	$-\frac{2i}{k_r^2}$	$-\frac{2i}{k_r^2}$	$-\frac{2i}{k_r^2}$

gdzie  $C(k)$  jest funkcją Theodorsena parametru  $k$ .

Uwaga: wyniki obliczeń i wnioski zostaną przedstawione na Sympozjonie.

#### LITERATURA

- [1] Grzędziński J., Nowak M.: Elimination of rigid-body degrees of freedom in flutter eigenvalue problem, Bull. A. P. S., vol XXVII 1979, No 1, p. 57.
- [2] Некрасов А.: Собрание Сочинения, изд. АН СССР, Москва 1961.
- [3] Kołodziejczyk R.: Obliczanie prędkości krytycznej flatteru skrzydła z uwzględnieniem różnych modeli obciążeń aerodynamicznych, Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wyd. MEiL, Warszawa 1989.
- [4] Forschung H. W.: Grundlagen der Aeroelastic, Springer-Verlag 1974.
- [5] Horbaczewski W., Pietrucha J.: Ocena metody wrażliwościowej jako sposobu obliczania flatteru samolotu, XXVI Sympozjon "Modelowanie w mechanice", Beskid Śląski 1987, s. 157.

## ВЛИЯНИЕ МОДЕЛИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ НА ФЛАТТЕР КРЫЛА ПЛАНЕРА

## Резюме

Представлено простую математическую модель крыла планера построенную на основных несвязанных формах изгиба и кручения крыла как элемента целого планера. Аэродинамическую нагрузку определено с помощью теории полосы с использованием разных моделей течения (не-, квази- и установившегося). Тестовые вычисления сделано для крыла планера "Джунор" на основе данных полученных МКЭ-а и проверенных в вибрационных испытаниях.

## INFLUENCE OF AERODYNAMIC LOADS MODEL ON GLIDER WING FLUTER

## Summary

A simple mathematical glider wing as a part of whole glider construction is described, basing on fundamental uncoupled bending and torsion wing modes. Strip Theory is used for calculation of aerodynamic loads with regard to different airflow models from steady through variants of quasi-steady to unsteady. Test calculations were performed for SZD 51-1 Junior glider wing basing on data calculated with Finite Elements Method and verified with resonance tests.