

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990

Edward KOSTOWSKI, Marek TAŃCZYK

Instytut Techniki Ciepłej

Politechniki Śląskiej w Gliwicach

## MODELOWANIE ŻEBRA KWADRATOWEGO UMIESZCZONEGO NA RURZE OKRĄGŁEJ

Streszczenie. Opisano sposób tworzenia siatki dla numerycznego wyznaczenia pola temperatury żebra kwadratowego osadzonego na rurze okrągłej. Podano również przykładowe wyniki obliczeń pola temperatury w węzłach siatki obejmującej żebro.

1. Wprowadzenie

Jednym ze sposobów intensyfikacji wymiany ciepła są żebra umieszczone np. prostopadle do osi rury. Typowym rozwiązaniem konstrukcyjnym są żebra płaskie pierścieniowe, stosowane są jednak również żebra kwadratowe (rys.1). Dla żebier pierścieniowych można otrzymać rozwiązania analityczne rozkładu temperatury [2, 3], w przypadku żebra kwadratowego pozostaje problem jego określenia w krzywoliniowym trójkącie utworzonym przez koło wpisane w kwadrat (rys.1).

2. Określanie efektywności żebra kwadratowego

Syntetycznym miernikiem działania żebra jest jego "sprawność", tj. stosunek średniej nadwyżki temperatury na całej powierzchni do nadwyżki maksymalnej, występującej u nasady żebra. Dla rozważanych żebier jest ona funkcją dwóch bezwymiarowych wielkości:

$$\varepsilon_z = f(m \cdot L, g), \quad (1)$$

gdzie wielkość  $m$  jest tzw. współczynnikiem temperaturowym żebra:

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}, \quad (2)$$

wielkość  $\varrho$  jest stosunkiem promieni

$$\varrho = r_z / r_w, \quad (3)$$

długość zaś  $L$  wynosi:

$$L = r_z - r_w. \quad (4)$$

Wz. wzorze (2) oznaczono:

$\alpha$  - współczynniki wnikania ciepła,

$\delta$  - grubość zębra,

$\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła (materiału zębra).

W przypadku równości promieni (tj. dla  $r_z = r_w$ ) długość zębra wynosi  $L = 0$ , co zgodnie z wykresami [4] daje efektywność  $\xi_z = 1$ ; taki wynik jest tylko przybliżeniem, gdyż wówczas pozostają przecięż krzywoliniowe zębra "trójkątne" o określonej wzorem (5) zastępczej długości, w których musi wystąpić pewien spadek temperatury. Minimalną "długość" zębra kwadratowego można wyznaczyć zastępując powstałe "trójkąty" przez pierścień o takiej samej powierzchni; dla  $r_z = r_w$  otrzymuje się:

$$L_{\min} = \left( \frac{2}{\sqrt{\pi}} - 1 \right) r_z \approx 0,12838 r_z, \quad (5)$$

oraz  $\varrho_{\min} = 1,1473 \approx 1,15$ . Dla tych wartości odczytuje się lub oblicza odpowiednie wielkości dla zębier pierścieniowych. Sposób ten, tj. zamianę zębier kwadratowego na pierścieniowe, proponują [2]. Dokładność tego przybliżenia postanowiono sprawdzić przez porównanie z wynikami otrzymanymi na drodze numerycznego modelowania zębra i obliczeń numerycznych rozkładu temperatury.

### 3. Siatka do numerycznego wyznaczania pola temperatury zębra kwadratowego

Ze względu na symetrię rozpatruje się tylko powtarzalny fragment zębra zawarty w kącie  $45^\circ$  (rys.1). Po licznych próbach okazało się, że najprostsz algorytm otrzymuje się, gdy kąt  $45^\circ$  dzieli się na  $n$  równych części. Promienie podziałowe przecinają bok kwadratu w  $n-1$  miejscach i pozwalają wyznaczyć  $n$  trójkątów krzywoliniowych, oraz od zero (dla  $i = 1$ ) do  $n-1$  (dla  $i = n$ ) wycinków pierścieniowych. Wycinki te, w malejącej ilości, są identyczne. Występują przy tym dwa charakterystyczne przypadki:

a)  $r_z = r_w$  (czyli  $L = 0$ );

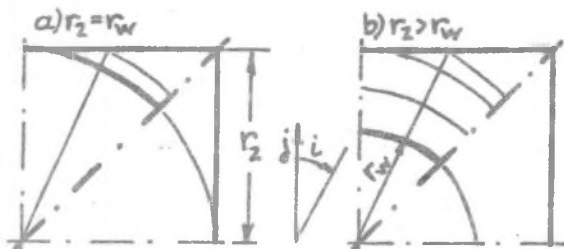
w tym przypadku (rys.1a) otrzymuje się tylko podział dotyczący trójkąta krzywoliniowego:  $i = 1 \dots n$ ,  $j = 1 \dots i$ . Łączna liczba elementów podziału wynosi:  $n \cdot (n + 1) / 2$ .

b)  $r_z > r_w$  ;

takie żebro (rys.1b) można podzielić na część pierścieniową, w której  $\Delta r = (r_z - r_w)/m$ , zaś  $m$  oznacza liczbę odcinków wzdłuż promienia. Pozostała część "trójkątna" oraz podział kątowy wynika z przyjęcia liczby  $n$ , która tym samym w obrębie wewnętrznego pierścienia wyznacza  $n \cdot m$  podobnych elementów. W środku każdego elementu umieszcza się węzeł siatki, którego położenie jest określone przez dwie współrzędne: promień  $r(i,j)$  ; kąt  $\varphi(i)$  lub  $\varphi(i, j_{\max})$ , gdzie  $j_{\max} = m + 1$  dotyczy zewnętrznych krzywoliniowych trójkątów, dla których środek jest określany jak dla trójkąta prostoliniowego.

### 3.1. Ograniczenia modelu

Komórki brzegowe są traktowane jak trójkąty o prostych bokach, z tego powodu otrzymuje się (szczególnie przy małej gęstości podziału kąтового) zawyżoną wielkość pola powierzchni żebra. Wpływ tego uproszczenia zanika gdy  $n \geq 5$ . Z drugiej strony dla dużych gęstości podziału  $n$  oraz  $m$  następuje nakładanie się błędów obliczeń numerycznych, co jest szczególnie istotne podczas rozwiązywania zagadnienia za pomocą mikrokomputerów. Zagęszczenie podziału zwiększa też znacznie liczbę elementów, a tym samym rozmiary macierzy, co zajmuje pamięć i zwiększa czas obliczeń. Praktycznie biorąc dobre wyniki zapewnia podział żebra w granicach:  $5 \leq n$ ,  $m \leq 10$ . Przykładowe obliczenia [5] wykonano dla  $n = m = 7$ , co oznaczało przyjęcie  $28 + 49 = 77$  węzłów oraz dla  $n = m = 5$ , co daje tylko 40 węzłów. Obliczone temperatury dla drugiego przypadku zostaną przedstawione.



Rys. 1. Schemat żebr o różnej długości

### 4. Podsumowanie

Zaproponowana metoda podziału żebra kwadratowego umieszczonego na rurze okrągłej okazała się dogodna. Pozwala ona wyznaczyć rozkład temperatury i efektywność żebra z wystarczającą dokładnością. Okazało się przy tym, że efektywność takiego żebra o długości "zerowej", na którą wpływają grubość żebra, rodzaj materiału i współczynnik  $\alpha$ , jest bliska jedności.

## LITERATURA

- [1] Karasina E.S.: Tęploobmien w pęczkach trub s popierecznymi riebrami. Izv. WTI, Nr 12, 1952 (wg [4]).
- [2] Kern D.Q., Kraus A.D.: Extended Surface Heat Transfer. Mc Graw-Hill, New York 1972.
- [3] Schneider P.J.: Conduction Heat Transfer. Addison-Wesley, Cambridge Mass 1955.
- [4] Sprawoznik maszynostroitiela, t.2. Maszgiz, Moskwa 1956.
- [5] Tańczyk M.: Praca przejściowa, ITC Pol.Śl., Gliwice 1989 (rękopis niepublikowany).

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАДРАТНОГО РЕБРА ПОМЕШЕННОГО НА КРУГЛОЙ ТРУБЕ

## Резюме

Описан способ построения решетки для численного определения температурного поля в квадратном ребре, помещенном на круглой трубе. Даны также примерные расчетные результаты этого поля в узлах решетки, захватывающей ребро.

## MODELLING OF THE SQUARE FIN FASTED ON A CYLINDRICAL TUBE

## Summary

A method of generation of numerical mesh for calculation temperature field within the square fin fasted on a cylindrical tube is described. Some results of temperature at nodes of the fin mesh are presented.