ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z.98 Nr kol. 1057

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"
POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ
Beskid Śląski, 1990

Witold Marowski, Jerzy Wróbel
Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

CYFROWE GENEROWANIE REALIZACJI NIESTACJONARNYCH PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH Z EWOLUCYJNIE ZMIENNYM SPEKTRUM

Streszczenie. W pracy przedstawiono problematykę cyfrowego generowania, dla potrzeb symulacji cyfrowej, realizacji niestacjonarnych, normalnych procesów stochastycznych z ewolucyjnie zmiennym spektrum. Opisano trzy metody generowania takich realizacji. Omówiono algorytmy oraz przykładowe wyniki generowania realizacji.

1. Wstęp

W problemach stochastycznej dynamiki maszyn ważną rolę odgrywa pewna klasa niestacjonarnych oddziaływań opisywanych przez ewolucyjnie zmieniającą się gęstość widmową. Oddziaływania te, opisane przez Pristley'a [1], dobrze nadają się do modelowania procesów rozruchu i hamowania maszyn.

W celu przeprowadzenia symulacji cyfrowej takiego ruchu należy wygenerować cyfrową realizację procesu niestacjonarnego [4]

2. Metody generowania

Niestacjonarny proces stochastyczny $Z_o(t)$ o zerowej wartości średniej i ewolucyjnie zmieniającej się gęstości widmowej $|A(t,\omega)|^2 G(\omega)$ ma swoje spektralne przedstawienie o postaci [1]:

$$Z_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t,\omega)\, e^{i\omega t} d\bar{Z}(\omega) , \tag{1}$$

gdzie:

$A(t,\omega)$ jest deterministyczną funkcją, zależną od czasu i częstości, modulującą pewien stacjonarny proces o gęstości widmowej $G(\omega)$ (dla procesów stacjonarnych $A(t,\omega) \equiv 1$),

$\bar{Z}(\omega)$ jest procesem o ortogonalnych przyrostach i następujących własnościach:

$$E\,[d\bar{Z}(\omega_1) d\bar{Z}^*(\omega_2)] = 0 \qquad \text{dla } \omega_1 \neq \omega_2 \tag{2}$$
$$E\,[\,|d\bar{Z}(\omega)|^2\,] = \frac{1}{2} G(\omega) d\omega.$$

W metodzie Borgmana [2] realizacją takiego procesu, określonego w zadanym przedziale częstości $[\omega_{min}, \omega_{max}]$, może być następująca funkcja:

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N} \sqrt{2\, A(t,k)^2\, G(\omega_k)\, \Delta\omega} \quad \cos(\,\omega_k t + \varphi_k\,) \tag{3}$$

gdzie:

φ_k – realizacje niezależnych zmiennych losowych o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $[0,2\pi]$,

ω_k – częstości wygenerowane wg następującego algorytmu:

$$\omega_k = (k - \frac{1}{2})\, \Delta\omega + \omega_{min} ,$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{N} .$$

W metodzie Shinozuki [2] realizacją takiego procesu, określonego w zadanym przedziale częstości $[\omega_{min}, \omega_{max}]$, może być następująca funkcja:

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N} \sqrt{2\, S(t,\omega)\, \Delta\omega}\; \cos(\, \omega_k' t + \varphi_k\,), \tag{4}$$

gdzie:

$S(t,\omega) = A(t,\omega)^2\, G(\omega)$,

φ_k – realizacje niezależnych zmiennych losowych o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $[0,2\pi]$,

ω_k' – częstości wygenerowane wg następującego algorytmu:

$$\omega_k' = (k - \frac{1}{2})\, \Delta\omega + \delta\omega_k + \omega_{min}\,,$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{N},$$

gdzie $\delta\omega_k$ są realizacjami niezależnych zmiennych losowych o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $[-\delta/2, \delta/2]$, przy czym $\delta \ll \Delta\omega$.

W metodzie WYMROW [4] realizacją procesu niestacjonarnego o ewolucyjnie zmieniającej się gęstości widmowej jest funkcja:

$$z(t) = \sum_{k=1}^{N} A(t,k)\, \cos(\, \omega_k t + \varphi_k\,), \tag{5}$$

gdzie:

φ_k – realizacje niezależnych zmiennych losowych o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $[0,2\pi]$.

Częstości ω_k są odpowiednio uszeregowanymi realizacjami niezależnych zmiennych losowych o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa w przedziale $[\omega_{min}, \omega_{max}]$, natomiast amplitudy wyznacza się z zależności

$$A(t,k) = \sqrt{\left[\, S(t,\omega_{k+1}^*) + S(t,\omega_k^*)\, \right] \left[\, \omega_{k+1}^* - \omega_k^*\, \right]}\,, \tag{6}$$

gdzie ω_k^* są częstościami z przedziału $[\omega_{min}, \omega_{max}]$, uszeregowanymi w porządku rosnącym.

Szczegółowe algorytmy i podprogramy komputerowe służące do generowania realizacji procesów niestacjonarnych przedstawiono w sprawozdaniu [3].

3. Przykład

Opisane wyżej algorytmy mogą być wykorzystane do symulacyjnego badania procesów rozpędzania i hamowania pojazdów. Drogę, po której porusza się pojazd, można bowiem traktować jako realizację stacjonarnego procesu stochastycznego o zerowej wartości średniej i znanej gęstości widmowej $S(t,\omega)$ [4]:

$$S(t,\omega) = \begin{cases} \dfrac{c\,a\,t}{h^2a^2t^2 + \omega^2} & \text{dla } \omega \in [\omega_{min},\omega_{max}], \\ 0 & \text{dla } \omega \notin [\omega_{min},\omega_{max}] \end{cases} \tag{7}$$

$$c = \frac{\sigma^2 h}{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega_{max}}{h}\right) - \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega_{min}}{h}\right)}, \tag{8}$$

gdzie:

σ^2 – wariancja procesu,

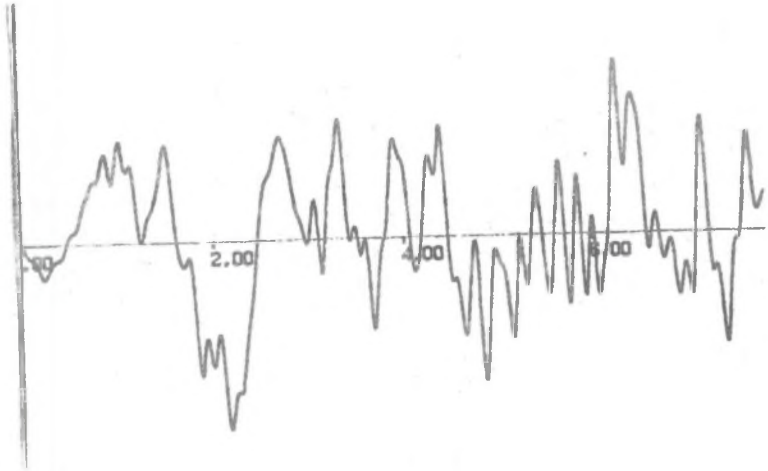
h – stała określająca szybkość zmiany gęstości widmowej,

a – przyspieszenie pojazdu.

Na rys.1 pokazano przykładowy przebieg realizacji niestacjonarnego procesu stochastycznego. Realizacja ta została wygenerowana przy użyciu trzeciej z omawianych metod.

W sprawozdaniu [3] zamieszczono wyniki badań jakości wygenerowanych realizacji. Zadowalające rezultaty uzyskano już przy niedużej liczbie harmonik.

Otrzymane realizacje umożliwiły przeprowadzenie symulacyjnego badania procesów rozpędzania i hamowania pojazdu. Wyniki tych badań zamieszczono również w sprawozdaniu [3].



Rys.1. Przykładowa realizacja procesu niestacjonarnego o widmie określonym wzorem (7). Dane: a=0.5 [m/s^2], N=100.

LITERATURA

[1] Pristley M.B.: Evolutionary spectra and nonstationary processes, Journal of the Royal Statistical Society, 1965, B.27, 204-236.

[2] Shinozuka M.: Simulation of multivariate and multidimensional random processes, Journal of the Acoustical Society of America, 1977, vol. 49, no 1, part 2, 357-367.

[3] Sprawozdanie nr. 02.18.03.27 "Polioptymalny dobór charakterystyk dynamicznych pojazdów w warunkach losowości", CPBP 02.18 "Podstawy rozwoju systemów i środków transportowych", Warszawa, 1989.

[4] Wróbel J.: Symulacyjne badanie jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn, Prace Naukowe PW, Mechanika, z. 92, 1985.

ЧИСЛОВОЕ ГЕНЕРИРОВАНИЕ НЕСТАБИЬНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ЭВОЛЮЦИОННО ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ СПЕКТРОМ

Резюме

В работе преставляется проблематика числового симулирования, реализации нестабилных, нормальных стохастических процессов с эволюционно изменяющимся спектром. Описаны три метода генерированя таких реализаций. Обсуждены алгорытмы и примерные результаты генерирования реализации.

DIGITAL GENERATION OF REALIZATION OF NONSTATIONARY STOCHASTIC PROCESSES WITH EVOLUTIONARY SPECTRUM

Summary

The problem of digital generation of realizations of nonstationary stochastic processes with evolutionary spectrum is presented for the digital simulation purposes. Three methods of generation are described. Algorithms and some examples are discussed.