

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990.

Jerzy Maryniak, Jacek Goszczyński

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej

Politechnika Warszawska

MATEMATYCZNY MODEL LOTNI W LOCIE

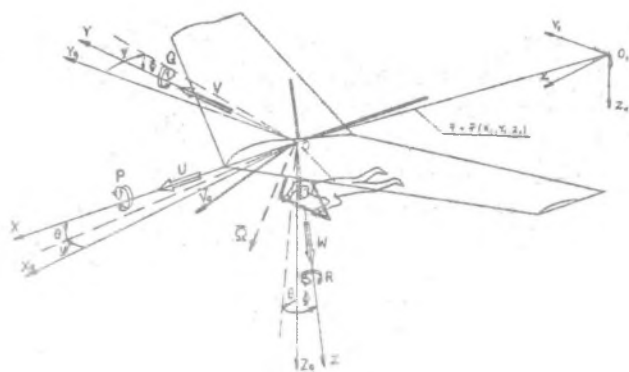
Streszczenie. W pracy przedstawiono modelowanie fizyczne i matematyczne systemu złożonego z lotni i człowieka. Przy modelowaniu uwzględniono zarówno własności aerodynamiczne lotni, jak i podwieszono pilota-człowieka. Identyfikacji parametrycznej sił i momentów sił aerodynamicznych dokonano na drodze badań modelowych w tunelu aerodynamicznym odpowiednio kształtując płat, zmieniając wysklepienie profilu aerodynamicznego. Przykładowo obliczono warunki równowagi dla lotni testowej klasy FLEDGE-2.

Lotnię traktowano jako układ nieodkształcalny, natomiast pilota człowieka jako układ o zmiennym rozkładzie mas, uzależnionym od konfiguracji ciała związanej z fazą lotu i sterowaniem.

Układy odniesienia i quasi-współrzędne przyjęto zgodnie z [4], stosując klasyczne układy i oznaczenia stosowane w technice lotniczej rys.1 [1, 4, 5, 6, 8].

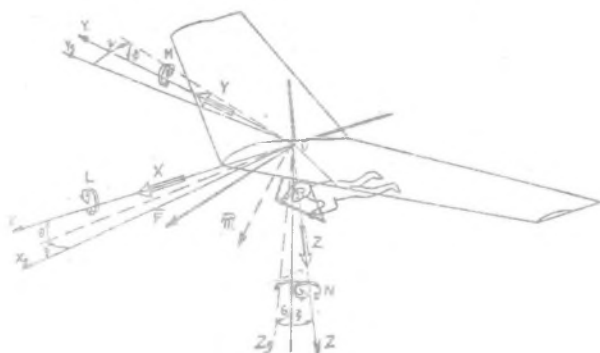
Początek układu przyjęto w punkcie "0" podwieszenia pilota-człowieka do lotni (rys.1 i rys.2).

Na rys.1 przedstawiono przyjęte zależności kinematyczne ruchu, wektory prędkości liniowej i katowej oraz ich składowe [1, 4, 5, 6, 8], a na rys.2 wektory sił i momentów sił działających na układ w locie oraz ich składowe [1, 4, 5, 6, 8]. Układy odniesienia związane z pilotem-człowiekiem rys.3 i



Rys. 1

rys. 4 [1, 7, 8] umożliwiają obliczenia zmian położenia środka masy człowika-pilota oraz momentów bezwładności w zależności od konfiguracji ciała rys. 5 [7].

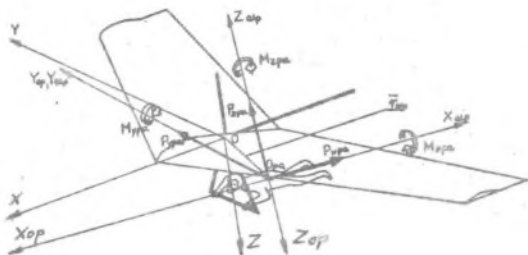


Rys. 2

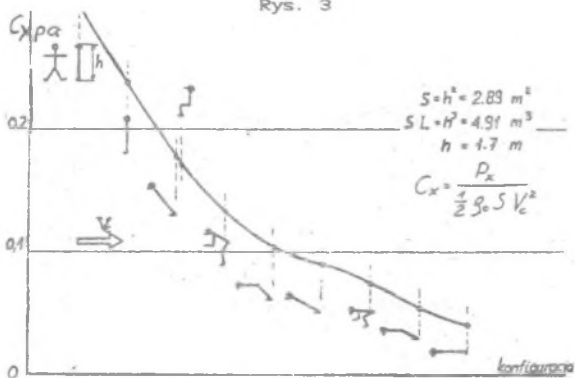
Rozkłady mas człowika-pilota oraz obliczenia momentów bezwładności wykonano na podstawie [1, 7, 8, 9].

Siły i momenty sił aerodynamicznych dla lotni [1, 2, 3] i pilota-człowika [7] uzyskano na podstawie tunelowych badań aerodynamicznych (rys. 3a)

przeprowadzonych na modelach w wagowym tunelu aerodynamicznym Zakładu Aerodynamiki Instytutu Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej.



Rys. 3



Rys. 3a

Stosując podstawowe równania mechaniki klasycznej w względnym układzie odniesienia, sztywno związanym z lotnią, rys.1, rys.2 i rys.3 [4, 5, 6], o pochodnej pędu względem czasu i pochodnej krętu względem czasu, wyprowadzono równania ruchu systemu lotnia + człowiek, które po przekształceniu i uwzględnieniu sił grawitacyjnych [1, 4, 5, 6, 8], aerodynamicznych (rys.1, rys.2, rys.3) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 8] i rys.3a [7] oraz zmian konfiguracji człowieka-pilota (rys.4 i rys.5 [1, 6, 7, 8]) i sterowania (rys.6 [1, 8]) mają następującą postać [1,8]:

- równanie ruchów przechylających:

$$\begin{aligned}
 & J_x \ddot{P} - (J_y - J_z) \ddot{Q} R - J_{xz} (\ddot{R} + P\dot{Q}) - S_x (V - PW + UR) = \\
 & = -m_l g z_c \cos \theta \sin \phi + m_p g (y_p \cos \theta_p \cos \phi_p - z_p \cos \theta_p \sin \phi_p) + \\
 & - \frac{1}{2} S \rho V_o^2 [z_A (-C_{xa} \sin \beta - C_{ya} \cos \beta + C_A C_{mxa} \cos \beta \cos \alpha) + \\
 & + C_{mya} \sin \beta \cos \alpha - C_{mza} \sin \alpha] + \frac{1}{2} \rho S V_o^2 [-y_{op} (C_{xpa} \cos \beta \sin \alpha_p + C_{ypa} \sin \beta \sin \alpha_p + C_{zpa} \cos \alpha_p) + z_{op} (C_{xpa} \sin \beta_p - C_{ypa} \cos \beta_p) - h (C_{m_xpa} \cos \beta_p \cos \alpha_p + C_{mypa} \sin \beta_p \cos \alpha_p - C_{mzpa} \sin \alpha_p)] + L_P P + L_R R + L_{\rho V} \rho_v, \tag{4}
 \end{aligned}$$

- równanie ruchów pochylających:

$$\begin{aligned}
 & J_x \ddot{Q} - (J_z - J_x) \ddot{R} P - J_{xz} (\ddot{R}^2 - P^2) - S_x (W + VP - UQ) + S_x (U - VR + QW) = \\
 & = -m_l g (z_c \sin \theta + x_c \cos \theta \cos \phi) - m_p g (z_p \sin \theta_p + x_p \cos \theta_p \cos \phi_p) + \\
 & \cos \phi_p) + \frac{1}{2} \rho S V_o^2 [-z_A (C_{xa} \cos \beta \cos \alpha + C_{ya} \sin \beta \cos \alpha) + \\
 & - C_{za} \sin \alpha] + x_A (C_{xa} \cos \beta \sin \alpha_p + C_{ya} \sin \beta \sin \alpha + C_{za} \cos \alpha) + \\
 & + C_A (-C_{mxa} \sin \beta + C_{mya} \cos \beta)] + \frac{1}{2} \rho S V_o^2 [-z_{op} (C_{xpa} \cos \beta \cos \alpha_p + C_{ypa} \sin \beta \cos \alpha_p - C_{zpa} \sin \alpha_p) + x_{op} (C_{xpa} \cos \beta_p \sin \alpha_p + C_{ypa} \sin \beta_p \sin \alpha_p + C_{zpa} \cos \alpha_p) + h (-C_{m_xpa} \cos \beta_p \sin \alpha_p + C_{mypa} \cos \beta_p)] + M_W W + M_Q Q + M_{\rho V} \rho_v, \tag{5}
 \end{aligned}$$

- równanie ruchów odchylających;

$$\begin{aligned}
 & J_z \ddot{R} - (J_x - J_y) \ddot{P} Q - J_{zx} (\ddot{P} - R\dot{Q}) + S_x (V - WP + RU) = \\
 & = -m_l g x_c \cos \theta \sin \phi + m_p g (x_p \cos \theta_p \cos \phi_p + y_p \sin \theta_p + \\
 & + \frac{1}{2} \rho S V_o^2 [x_A (-C_{xa} \sin \beta + C_{ya} \cos \beta) - C_A (C_{mxa} \cos \beta \sin \alpha + \\
 & + C_{mza} \cos \beta + C_{mya} \sin \beta)] + \frac{1}{2} \rho S V_o^2 [x_{op} (C_{xpa} \cos \beta_p \cos \alpha_p + C_{ypa} \cos \beta_p) + \\
 & + y_{op} (C_{xpa} \cos \beta_p \cos \alpha_p + C_{ypa} \sin \beta_p \cos \alpha_p - C_{zpa} \sin \alpha_p) - h (C_{m_xpa} \cos \beta_p \sin \alpha_p + \\
 & + C_{mypa} \sin \beta_p \sin \alpha_p + C_{mzpa} \cos \alpha_p)] + N_P P + N_R R + N_{\rho V} \rho_v, \tag{6}
 \end{aligned}$$

- związki kinematyczne prędkości kątowych 1, 4, 5, 6, 8:

$$\dot{\phi} = P + Q \sin \phi \operatorname{tg} \theta + R \cos \phi \operatorname{tg} \theta, \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \phi - R \sin \phi, \quad (8)$$

$$\dot{\psi} = (Q \sin \phi + R \cos \phi) \sec \theta, \quad (9)$$

- związki kinematyczne prędkości liniowych 1, 4, 5, 6, 8:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & U \cos \theta \cos \psi + V(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + \\ & + W(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = & U \cos \theta \sin \psi + V(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + \\ & + W(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{z}_1 = -U \sin \theta + V \sin \phi \cos \theta + W \cos \phi \cos \theta, \quad (12)$$

- wysokość lotu [4, 5, 6]:

$$h = -z_1, \quad (13)$$

- prędkość lotu lotni [4, 5, 6, 8]:

$$V_0^2 = U^2 + V^2 + W^2, \quad (14)$$

- kąt natarcia lotni [1, 4, 5, 6, 8]:

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{W}{U}, \quad (15)$$

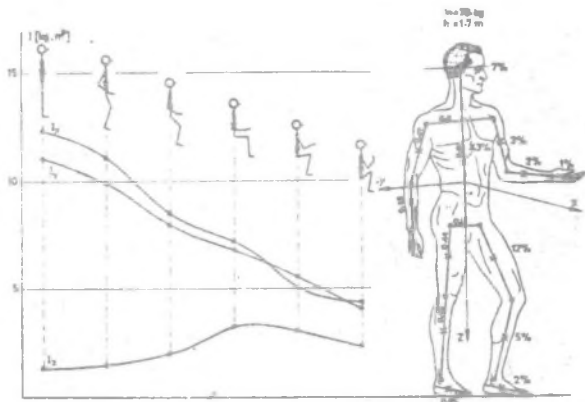
- kąt ślizgu lotni [1, 4, 5, 6, 8]:

$$\beta = \operatorname{arc} \operatorname{sin} \frac{V}{V_0}, \quad (16)$$

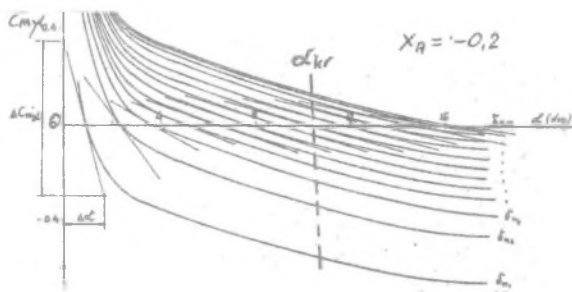
- gęstość powietrza dla wysokości $h \leq 11000$ m [4, 8, 6]:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{z}{44300}\right)^{4,256} \quad (17)$$

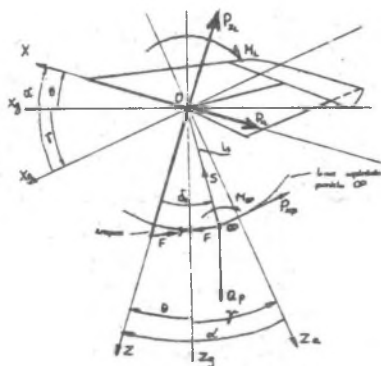
Układ równań (1) - (17) stanowi model matematyczny sterowanej lotni symetrycznej z podwieszonym pilotem-człowiekiem w dowolnym locie przestrzennym. Przedstawiony model matematyczny po identyfikacji parametrycznej ściśle określonego obiektu latającego z odkrytym człowiekiem, umożliwia pełną analizę własności dynamicznych obiektu w locie takich, jak: równowaga, stateczność statyczna, stateczność dynamiczna, sterowność, wyznaczenie podstawowych osiągow, obliczenie trajektorii lotu oraz określenie niezbędnych sił rozwijanych przez pilota przy sterowaniu lotnią.



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

Przedstawiony model matematyczny pozwala również na zbadanie wpływu poszczególnych parametrów geometrycznych i aerodynamicznych, jak również konfiguracji systemu na właściwości lotne i osiągi. Przykładowo dla lotni klasy FLEDGE-2 przedstawiono obliczenia równowagi momentów pochylających - równowaga podłużna (rys. 6 [1, 8]) i zapasu stateczności statycznej podłużnej z utrzymanym sterem - trapezem sterownicy (rys. 10 [1]) w zależności od punktu podwieszenia pilota-człowieka do lotni $x_A = OA$ (rys. 7 [1, 8]) oraz możliwości sterowania lotnią przez pilota ze względu na ograniczenia kąta wychylenia trapezu sterownicy δ_H (rys. 7 i rys. 8) jak również ze względu na siłę F_p jaką dysponuje pilot (rys. 7 i rys. 9).

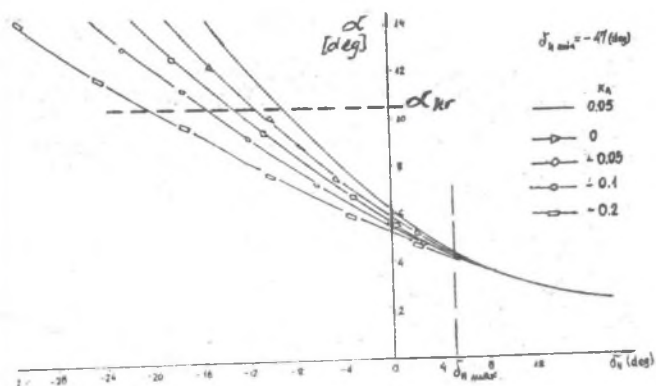
Na rys. 6 naniesiono zmiany współczynnika momentu pochylającego C_{myl} w funkcji kąta natarcia lotni α dla różnych położeni trapezu sterownicy δ_H . Równowaga podłużna jest możliwa w warunkach, gdy moment pochylający równy jest zero tj. $C_{myl} = 0$.

Na rys. 6 widoczne jest, że pochodne współczynnika momentu pochylającego C_{myl} względem kąta natarcia α są ujemne tj. $dC_{myl} < 0$, to znaczy, że w całym zakresie eksploatacyjnym sterowana lotnia jest stateczna statycznie, co przedstawiono na rys. 10.

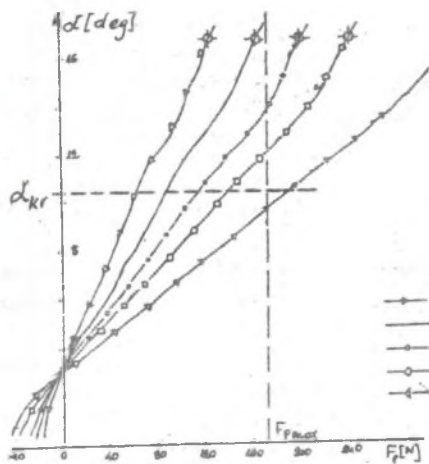
Na rys. 8 pokazano wyniki obliczeń z naniesionymi ograniczeniami: aerodynamicznymi α_{kr} i sterowania δ_{Hmax} możliwy ze względu na długość rąk pilota kąt wychylenia trapezu sterownicy.

Widzimy, że przykładowa lotnia w pełnym zakresie podwieszeń pilota-człowieka jest sterowalna - wystarcza rąk.

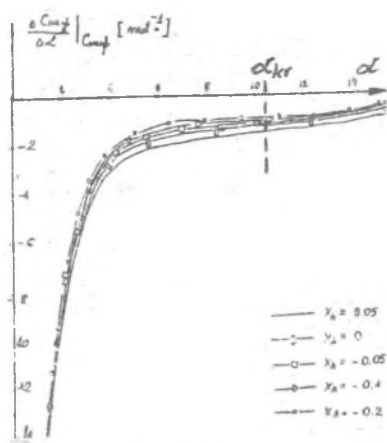
Na rys. 9 przedstawiono zmianę siły niezbędnej do sterowania z naniesionymi ograniczeniami aerodynamicznymi α_{kr} oraz maksymalnej siły F_{pmax} dopuszczalnej przepisami budowy sprzętu latającego. Widzimy, że przez odpowiednie usytuowanie podwieszenia pilota do lotni możemy uzyskać takie właściwości lotne systemu, które uniemożliwiają przeciągnięcie, co stanowi



Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10

ważne zagadnienie w fazie szkolenia pilotów.

Przedstawiony model matematyczny jest uniwersalny i może mieć zastosowanie przy analizie właściwości dynamicznych różnych rodzajów lotni.

LITERATURA

- [1] Goszczyński J.: Analiza aerodynamiczna i mechanika lotu lotni klasy FLEDGE-2. Praca dyplomowa magisterska, ITLiMS Wydz. MEiL Politechnika Warszawska 1986 (niepublikowana).
- [2] La Burthe C., Walden S.: Etude de securite sur des planeurs ultr-legers de formule Rogallo. Aerodynamique du vol. ONERA 1979.
- [3] La Burthe C.: Experimental study of the flight envelope and research of safety requirements for hang-gliders. ONERA 1979.
- [4] Maryniak J.: Dynamiczna teoria obiektów ruchomych. W, Mechanika nr 32, Warszawa 1975.
- [5] Maryniak J.: Modelowanie fizyczne i matematyczne w dynamice obiektów ruchomych. Referat plenarny. Zbiór referatów XXVI Sympozjon "Modelowanie w Mechanice. Gliwice-Kudowa 1987.
- [6] Maryniak J.: System symulacji trzażera lotu, naprowadzania, walki i dowodzenia. MTiS T XXV Z 1-2. PWN, Warszawa 1987.
- [7] Maryniak J.: Static and dynamic investigations of human motion. Mechanics of Biological Solids. Euromech Colloquium Varna 1975. Bulgarian Academy of Sciences. Sofia 1977.
- [8] Maryniak J., Goszczyński J.: Modelowanie zespołu człowiek + lotnia. VIII Szkoła Biomechaniki. Warszawa 1989.
- [9] Morecki A., Ekiel J., Idelus K.: Bionika ruchu. PWN, Warszawa 1971.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕЛЬТАПЛАНА ВО ВРЕМЯ ПОЛЕТА

Резюме

В статье представлено физическое и математическое моделирование системы состоящей из дельтаплана и человека. При моделировании учтены как аэродинамические свойства дельтаплана и человека-пилота.

MATHEMATICAL MODEL OF HANG GLIDER DURING FLIGHT

Summary

The paper presents physical and mathematical modeling of the system composed of the hang glider and the man. The modeling accounted for aerodynamic characteristics of both the hang glider and the suspended pilot-man.