

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"
POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ
Beskid Śląski, 1990

Bogdan Wosiewicz, Zbigniew Sroka
Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego
Akademia Rolnicza w Poznaniu

DWUSTOPNIOWY, INTERAKCYJNY GENERATOR SIATKI TRÓJKĄTNEJ
DLA DYSKRETYCH MODELI ZJAWISK MECHANICZNYCH

Streszczenie. Przedstawiono prosty, interakcyjny program generacji trójkątnej siatki elementów. Zastosowano dwustopniowy algorytm. Najpierw generowane są węzły wzdłuż łamanej definiującej kontur obszaru, a następnie tworzona jest siatka wewnątrz konturu. Program zawiera procedury wygładzania siatki oraz przenieumerowywania węzłów i elementów.

1. Wstęp

Nie podlega już dzisiaj dyskusji stwierdzenie, że efektywne tworzenie dyskretnych modeli zjawisk mechanicznych wymaga stosowania automatycznej generacji danych. Budowa uniwersalnego programu generującego, a wymagającego minimalnego zbioru danych, nie jest zadaniem trywialnym [4]. Ograniczenie liczby danych ogranicza bowiem elastyczność algorytmu. Stąd też duża liczba różnych realizacji i brak ogólnie przyjętego standardu.

W pracy przedstawiono prosty, interakcyjny program triangulacji oparty na założeniu, że rozkład węzłów na konturze wystarcza do budowy siatki. Dwustopniowość algorytmu polega na

tym, że najpierw generowane są węzły wzdłuż konturu ograniczającego obszar, a następnie tworzona jest siatka wewnątrz konturu. Program zawiera procedury wygładzania siatki oraz optymalizację numeracji węzłów i elementów. Dołączone procedury graficzne umożliwiają wyprowadzenie rysunku siatki na ekran wraz z możliwością zmiany skali i przesuwania obrazu.

Program GENMESH zrealizowano w PASCAL-u 4.0. Przeznaczony jest w zasadzie do tworzenia zbioru danych dla metody elementów skończonych i współrzędne węzłów i połączenia elementów). Może być także wykorzystywany w metodzie różnic skończonych z siatką dowolną oraz w metodzie elementów brzegowych, gdy całkowanie po obszarze jest nieuniknione (funkcje źródłowe, obciążenia wewnętrzne).

2. Algorytm generacji siatki

Punktem wyjścia do budowy algorytmu było założenie, że rozkład węzłów na konturze obszaru powinien wystarczyć do budowy siatki trójkątów wewnątrz konturu, z możliwością modelowania stref zagęszczeń w otoczeniu pewnych węzłów na konturze. Potrzeba budowy tego typu siatek pojawia się w zastosowaniach dyskretnych modeli obliczeniowych w teorii filtracji.

Generacja siatki może zatem odbywać się dwustopniowo. Najpierw generowane są węzły wzdłuż konturu ograniczającego obszar, z wymaganą liczbą elementów na poszczególnych odcinkach i zadanymi strefami koncentracji węzłów, a następnie tworzona jest siatka wewnątrz konturu. Równoczesna generacja węzłów i elementów wewnątrz wielokąta aproksymującego kontur obszaru jest oparta na koncepcji Umanskiego [3] i doświadczeniach pracy [4].

Tak wygenerowana siatka elementów podlega jeszcze procesowi optymalizacji

2.1. Generacja konturu

Założono, że kontur triangularyzowanego obszaru można w sposób wystarczająco dokładny aproksymować za pomocą łamanej. Wzdłuż poszczególnych odcinków łamanej należy wygenerować żadaną liczbę węzłów o wymaganym zagęszczeniu. Generacja węzłów odbywa się w sposób elementarny. Wzdłuż odcinka o długości 1 wyznacza się rekurencyjnie n węzłów odkładając od punktu o numerze i odcinek d_i równy:

$$d_i = \alpha d_{i-1} = (1/s)^{1/n-2} d_{i-1}, \quad (1)$$

gdzie

$$s = d_1/d_{n-1}, \quad (2)$$

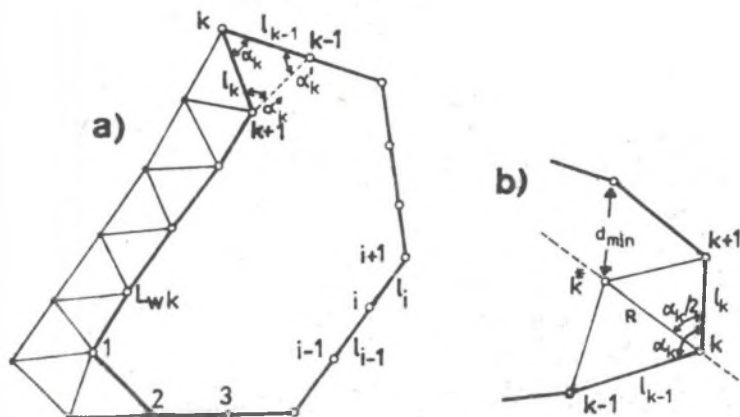
$$d_1 = 1 / \sum_{i=0}^{n-2} \alpha^i. \quad (3)$$

Analogiczne wzory obowiązują dla przyrostów Δx_i i Δy_i . Zmieniając s możemy zagęszczać ($s > 1$), rozrzedzać ($s < 1$) lub rozmieszczać węzły równomiernie ($s = 1$).

Aproksymacja konturu łamaną podyktowana została wygodą użytkownika. Podobna generacja węzłów wzdłuż krzywych stopnia wyższego nie przedstawia bowiem trudności.

2.2. Generacja siatki

Podstawową funkcją generatora jest triangulizacja obszaru jednospójnego, określonego przez współrzędne węzłów konturu i listę ich kolejności zapisaną w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Siatka budowana jest od konturu do wnętrza poprzez eliminację niektórych węzłów z konturu, tworzenie nowych elementów i ewentualne uzupełnianie aktualnej listy węzłów konturu o węzły tworzone w trakcie generacji. Mamy więc do czynienia z ciągle aktualizowaną listą węzłów konturu, który oddziela podzieloną już część obszaru od części niepodzielonej (rys.1a).



Rys.1. Generacja siatki wewnątrz aktualnego konturu: a) utworzenie elementu i usunięcie węzła, b) utworzenie dwóch elementów i zamiana węzłów

Algorytm generacji wykorzystujący doświadczenia z prac [3,4] ma przebieg następujący:

(1) Wyznaczany jest taki węzeł konturu, dla którego (rys. 1a)

$$\alpha_k \left[\frac{l_{k-1} + l_k}{2} \right]^{\lambda_1} = \min, \quad (4)$$

gdzie λ_1 jest wczytywanym parametrem. Dla $\lambda_1 = 0$ wyznaczany jest po prostu węzeł o najmniejszym kącie wewnętrznym.

(2) Jeśli spełniony jest warunek

$$\alpha_k < 60^\circ \vee (60^\circ < \alpha_k < 90^\circ \wedge \alpha'_k > 30^\circ \wedge \alpha''_k > 30^\circ) \quad (5)$$

to do listy elementów dopisywany jest element o węzłach $k-1, k, k+1$, z listy węzłów konturu eliminowany jest k -ty węzeł i następuje powrót do punktu (1).

(3) Jeśli dla węzła k nie jest spełniony warunek (5) wówczas tworzony jest nowy węzeł k^* (o kolejnym numerze), leżący na dwusiecznej kąta α_k w odległości $R = (l_{k-1} + l_k)/2$ od węzła k . Jeżeli najmniejsza odległość węzła k^* od wszystkich węzłów konturu (za wyjątkiem węzłów $k-1, k, k+1$) jest mniejsza od dopuszczalnej wielkości, czyli

$$d_{\min} < \lambda_2 R \quad (6)$$

gdzie λ_2 jest wczytywanym parametrem, wówczas odległość R redukowana jest o 10%, obliczane jest nowe położenie węzła k^* i ponownie sprawdzana jest nierówność (6), aż do jej spełnienia.

Następnie tworzone są dwa nowe elementy o węzłach k, k^* , $k-1$ oraz $k, k+1, k^*$ a na liście węzłów konturu węzeł k^* zastępuje węzeł k .

(4) Jeżeli w wyniku redukcji liczby węzłów na konturze zostały tylko trzy węzły to do listy elementów dołączany jest element o tych węzłach i generowanie siatki jest zakończone. W przeciwnym razie następuje powrót do punktu (1).

Przez sensowne zagęszczanie węzłów konturu i dobór parametrów λ_1 i λ_2 mamy możliwość kształtowania generowanej siatki. Rozległość strefy zagęszczenia siatki zależy od wartości parametru λ_1 . Parametr λ_2 wpływa natomiast na wzrost liczby węzłów i elementów, szczególnie dla konturów o bardzo złożonym kształcie (np. końcowa faza generacji). Zwykle dobre rezultaty daje przyjęcie $\lambda_1 = 0,125$ i $\lambda_2 = 0,5$.

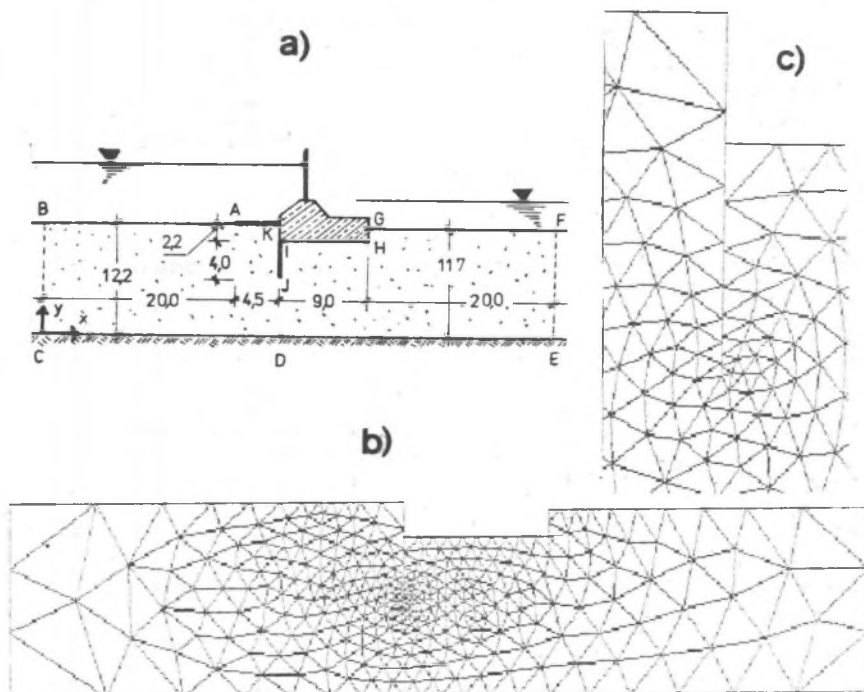
2.3. Optymalizacja siatki

Zasada wygładzania siatki oparta jest na metodzie Cavendisha [2]. Każdy węzeł wewnętrzny przesuwany jest do środka ciężkości najmniejszego wielokąta, w którego wnętrzu się znajduje. Proces przesuwania powtarzany jest pięciokrotnie.

Powstające w trakcie generacji siatki węzły i elementy otrzymują numery kolejne, zgodnie z porządkiem tworzenia. Przenumerowanie węzłów oparto na algorytmie Collinsa [1]. Algorytm jest szybki, a w obszarach jednorodnych daje zawsze wąskie pasmo. Zmiana numeracji elementów odbywa się zgodnie z algorytmem z pracy Kurowskiego [3].

3. Przykład zastosowania

Przepływ odbywa się pod jazem spoczywającym na przepuszczalnym podłożu o ograniczonej miąższości (rys. 2a). Drogę filtracji wydłużają ścianka szczelna i fartuch włówy, usytuowane od strony wody górnej. Dla wygenerowania siatki elementów na łamanej zamkniętej ograniczającej obszar filtracji wyróżniono 12 punktów (A,B,...,K). Współrzędne wyróżnionych punktów, liczby elementów na kolejnych odcinkach łamanej między wierzchołkami (od odcinka AB do KA równe kolejno: 8, 3, 8, 12, 3, 10, 2, 10, 2, 10, 8, 8, 4)



Rys. 2. Jaz ze ścianką szczelną i fartuchem włówym: a) wymiary analizowanego obszaru filtracji, b) wygenerowana siatka elementów, c) siatka przy ostrzu ścianki szczelnej

oraz zagęszczenia elementów na tychże odcinkach (0,15; 1; 5; 0,25; 1; 6; 1; 1; 6; 0,15; 2) stanowią komplet danych potrzebnych do wygenerowania węzłów na konturze. Wyznaczone w sposób opisany uprzednio współrzędne 76 węzłów (ze strefami zagęszczeń w punktach A,D i J), zapisane w kolejności, pojawiania się przy obiegu konturu przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (począwszy

od węzła w punkcie A) oraz parametry $\lambda_1 = 0.125$ i $\lambda_2 = 0$ stanowiły komplet danych do generacji siatki.

Wygenerowaną siatkę o 342 węzłach, 606 elementach i maksymalnej różnicy w numeracji sąsiednich węzłów równej 21 przedstawiono na rys. 2b. Powiększony fragment siatki w pobliżu ostrza ścianki przedstawia rys. 2c.

LITERATURA

- [1] Collins R.J.: Bandwidth Reduction by Automatic Renumbering. Int. J. Num. Meth. Eng., 6, (1973), 3 - 21.
- [2] Kurowski Z.: Automataczne tworzenie siatek trójkątnych w obszarach dwuwymiarowych. Mech. i Komp., 1, (1978), 379-387.
- [3] Umanskiy S.E.: Algoritmy i programma triangulacji dwuchmiernij oblasti proizwolnoj formy. Probl. Prochnosti, 6, (1978), 83-87.
- [4] Zmijewski K.H., Krzesiński G., Gajl O.: Nowe algorytmy automatycznej triangularyzacji. Mat. IX Konf. Metody Komputerowe w Mechanice. Rytro, 1989, t.III, 1199-1206.

ДУВУСТЕПЕННИЙ ДИАЛОГОВЫЙ ГЕНЕРАТОР ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКИ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИКИ

Резюме

Представлена простая программа генерации треугольной сетки элементов. Применен двухступенный алгоритм. Вперва генерированы узлы вдоль ломаной ограничивающей область. Затем образована сетка внутри области. Программа содержит процедуры выравнивания сетки и пронумерации узлов и элементов.

TWO-STAGE INTERACTIVE GENERATOR OF TRIANGULAR MESH FOR DISCRETE MODELS OF MECHANICAL PHENOMENA

Summary

A simple interactive computer program for generation of triangular finite element meshes is presented. A two-stage algorithm is used. First, nodes along a broken line which defines the contour of analysed domain are generated. Then a finite element mesh within the domain is automatically created. Procedures for smoothing the shape of elements and renumbering nodes and elements are included into the program.