

Andrzej WILK

Bogusław ŁAZARZ

## WYZNACZANIE TRANSMITANCJI DRGAŃ KÓŁ ZĘBATYCH NA OBUDOWE NA POTRZEBY DIAGNOZOWANIA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

**Streszczenie.** W opracowaniu przedstawiono metodę oraz rezultaty eksperymentu polegającego na wyznaczeniu transmitancji drgań kół zębatach na obudowę na potrzeby diagnozowania przekładni zębatach. Wykazano, że zastosowana w tym przypadku metoda impulsowego wymuszania drgań nadaje się do wyznaczania funkcji transmitancji, przy założeniu odpowiedniego doboru punktu pomiaru.

### THE DETERMINATE OF THE SPUR WHEEL VIBRATIONS TRANSMITTANCE ON THE CASING FOR GEAR DIAGNOSTIC

**Summary.** In elaborate presented the method & results of experiment consists in appoint the spur whell vibration transmittance on the casing for necessity gear diagnostic. In work aut showed, that the impulse input method applyied in this way is usses for determinate of transmittances function, by the assumption suitable point of measurement.

### ОБОЗНАЧЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ КОЛЕБАНИЙ ШЕСТЕРЕН НА КАРТЕР ДЛЯ НУЖДИ ДИАГНОСТИКОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

**Резюме.** В работе представлены метод и результаты эксперимента в обозначении передаточной функции колебаний шестерен на картер в диагностировании зубчатых передач. Доказано, что примененный в этом случае метод импульсного воздействия колебаний прилащен для обозначения передаточной функции, при заданном соответственно подобранной точке замера.

## 1. Wprowadzenie

Najdokładniejszym sposobem diagnozowania przekładni, czyli określenia stanu zagrożenia awarią, jest pomiar naprężeń w podstawie zęba za pomocą odpowiednich tensometrów. Analiza wyników pozwala określić chwilowe wartości sił, współrzędne styku zębów oraz zmiany wartości wszystkich współczynników bezpieczeństwa. Zwykle najistotniejsza jest zmiana wartości współczynnika bezpieczeństwa na złamanie  $X_2$ , która sygnalizuje niebezpieczeństwo wyłamania zęba.

W praktyce przemysłowej bardzo rzadko przekładnie zębate są przystosowane do prowadzenia pomiarów tensometrycznych na kołach. W przypadku braku możliwości pomiarów tensometrycznych badania prowadzi się metodami wibroakustycznymi spełniającymi dobrze swoje zadanie, jeśli za pomocą badań statystycznych dla danego typu przekładni określono efektywne symptomy wibroakustyczne i ich krytyczne wartości [2]. Przekładnie przemysłowe dużej mocy nie pozwalają na prowadzenie tego typu badań z powodu jednostkowej produkcji, a równocześnie istnieje potrzeba efektywnego ich diagnozowania ze względu na kluczową rolę w procesie produkcyjnym.

W Instytucie Transportu opracowywana jest obecnie metoda wspomaganego komputerowo diagnozowania przekładni zębatych. Drogą symulacji komputerowej wyznaczono efektywne symptomy zużycia kół zębatych, którymi są: wartość skuteczna lub ekstremalna przyspieszeń drgań [8,9]. Pomiary tych parametrów drgań wirujących kół zębatych są możliwe na stanowisku badawczym, natomiast napotykają znaczne trudności w przypadku przekładni przemysłowych.

Wykorzystanie rozpatrywanej metody diagnostycznej w praktyce przemysłowej wiąże się z koniecznością ustalenia transmitancji drgań z wirujących kół zębatych na obudowę przekładni, gdzie dokonuje się ich pomiaru.

W artykule przedstawiono metodę wyznaczania transmitancji drgań za pomocą symulacji komputerowej oraz wyniki doświadczeń mających na celu wyznaczenie transmitancji drgań w przekładniach zębatych.

## 1. WYZNACZANIE TRANSMITANCJI METODĄ SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Do wyznaczenia transmitancji metodą symulacji komputerowej użyto programu O.K.MES, który pozwala dokonywać liniowej, statycznej i dynamicznej analizy konstrukcji mechanicznych metodą elementów skończonych. W zakresie analizy dynamicznej program umożliwia między innymi określenie drgań konstrukcji metodą Wilsona całkowania bezpośredniego równania ruchu układu drgającego będącego liniowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = R(t) \quad (1)$$

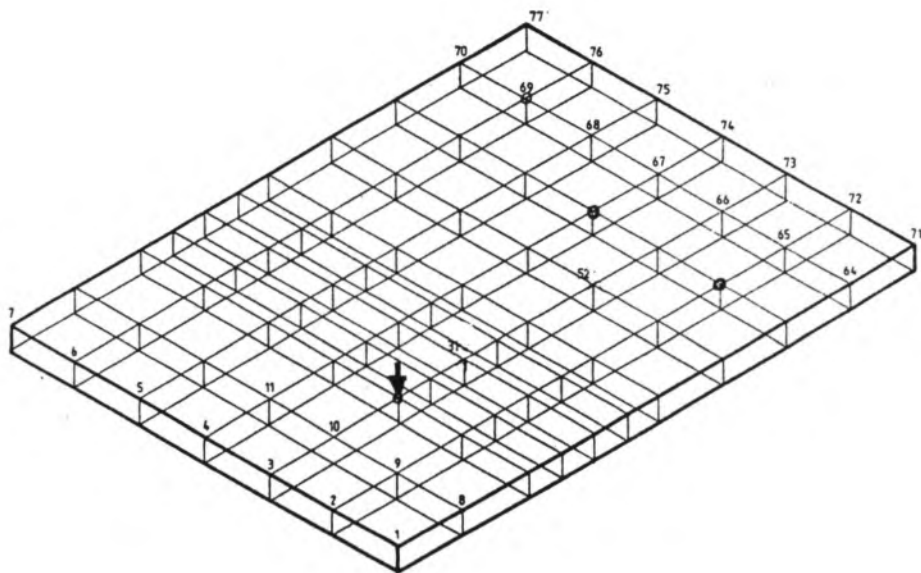
gdzie:

- M - macierz mas,
- C - macierz tłumienia,
- K - macierz sztywności elementu składowego,
- $\dot{u}$  - wektor przemieszczeń węzła,
- $\ddot{u}$  - wektor prędkości węzła,
- $\ddot{\ddot{u}}$  - wektor przyspieszeń węzła,
- R(t) - wektor obciążenia zależnego od czasu.

W niniejszej pracy przeprowadzono symulację drgań płyty o wymiarach 600x800x10 [mm], która składa się z 60 elementów skończonych powstałych w wyniku wyznaczenia 77 węzłów, z czego 32 węzły brzegowe zostały utwierdzone, pozostałe zaś 45, to węzły nieutwierdzone (rys. 1). Założono, że płyta jest wykonana ze stali o następujących parametrach:

- moduł Younga  $E = 2.1 \cdot 10^5$  [MPa],
- liczba Poissona  $\nu = 0.3$ ,
- gęstość  $\gamma = 7800$  [kg/m<sup>3</sup>].

Przykładowo w węźle 17 płytę obciążono jednostkowym impulsem wymuszającym o czasie trwania  $\Delta t = 0.00005$  [s], którego przebieg czasowy przedstawiono na rys. 2. W wybranych węzłach nieutwierdzonych wyznaczono przemieszczenia w przedziale czasu od 0 do 0.04 [s].



Rys. 1. Widok płyty podzielonej na 60 elementów skończonych.

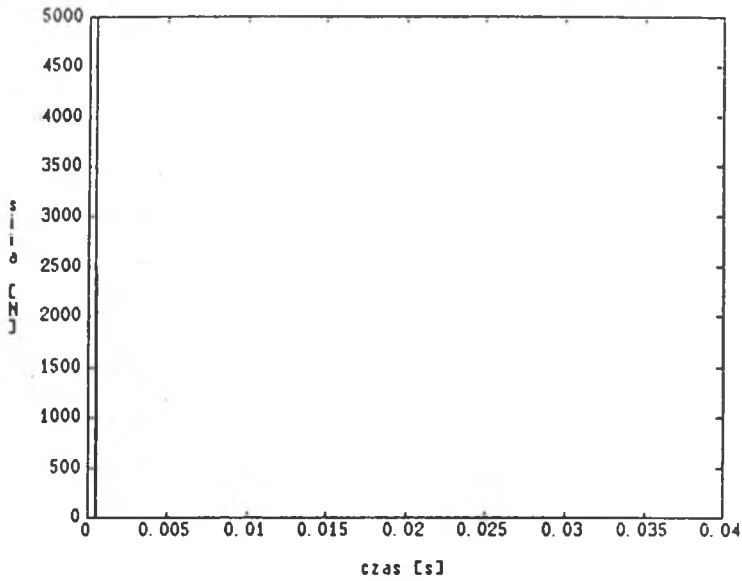
Strzałką oznaczono miejsce przyłożenia wymuszenia

Fig. 1. View of plate divide on 60 finitely elements.

The arrow schows place of input impulse

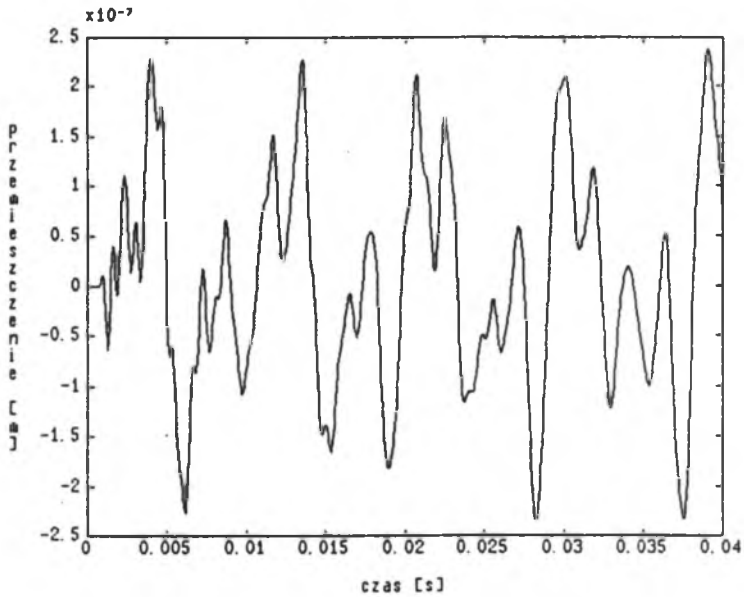
Przebieg czasowy przemieszczeń w węźle 58 uzyskany za pomocą programu O.K.MES pokazano na rys. 3. Po jego dwukrotnym zróżniczkowaniu metodą opartą na wzorze interpolacyjnym Lagrangea uzyskano przebieg przyspieszeń w wybranym węźle (rys. 4). Następnie używając programu "MATLAB", posługującego się algorytmem FFT, przetransformowano czasowy przebieg przyspieszeń w dziedzinę częstotliwości (rys. 5). Ponieważ wymuszenie było impulsem jednostkowym, to amplituda widma przyspieszeń drgań w wybranym węźle jest jednocześnie modulem wzmocnienia funkcji transmitancji pomiędzy siłą a przyspieszeniem w tych węzłach [1,5,7,11]. Na rys. 6 przedstawiono przykładową amplitudę widma przyspieszeń drgań w węźle 60 płyty. Jest to równocześnie modulem wzmocnienia funkcji transmitancji w tym węźle.

Jak wynika z rysunków 5 i 6, obrazy modułu wzmocnienia funkcji transmitancji znacznie różnią się od siebie w zależności od przyjętego miejsca pomiarów. Powyższy przykład wskazuje, że możliwe jest wyznaczenie funkcji transmitancji pomiędzy siłą wymuszającą a przyspieszeniem dowolnego punktu płyty modelującej obudowę przekładni.



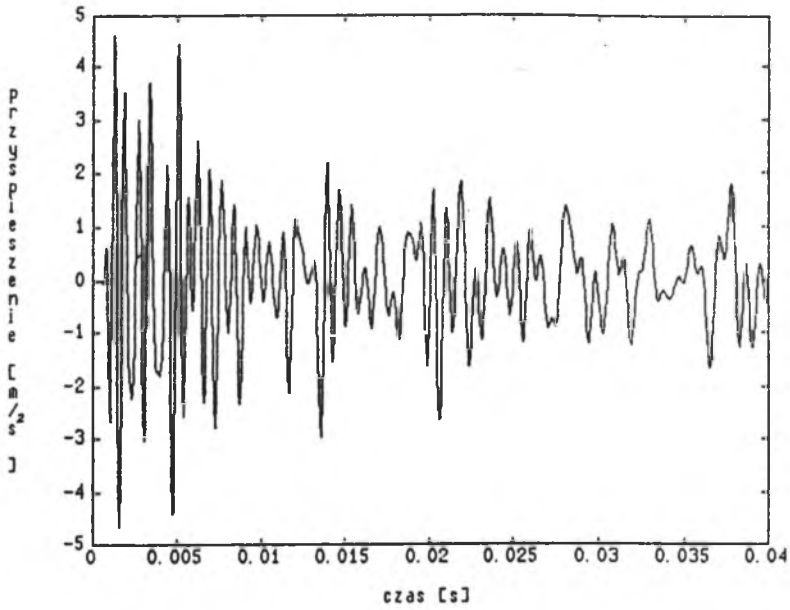
Rys. 2. Przebieg czasowy impulsu wymuszającego

Fig. 2. Time diagram of force impulses, as a function of Hammer tip



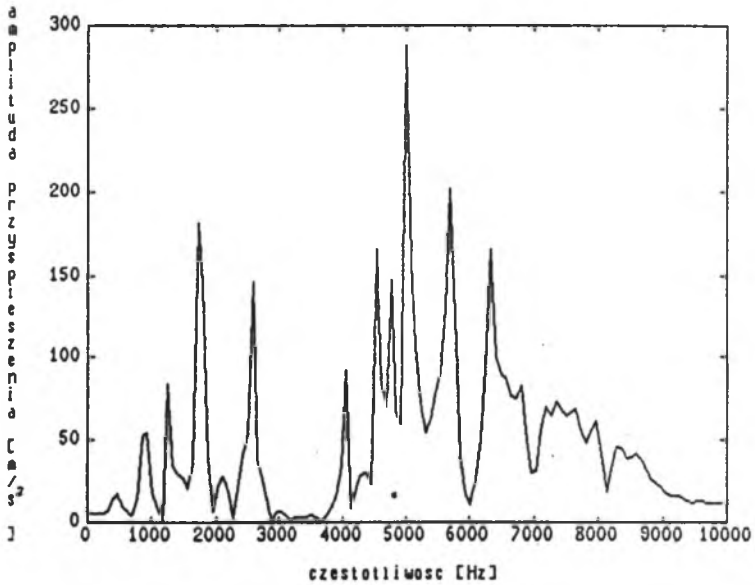
Rys. 3. Przebieg czasowy przemieszczeń - węzeł 58

Fig. 3. Displacements time diagram - node 58



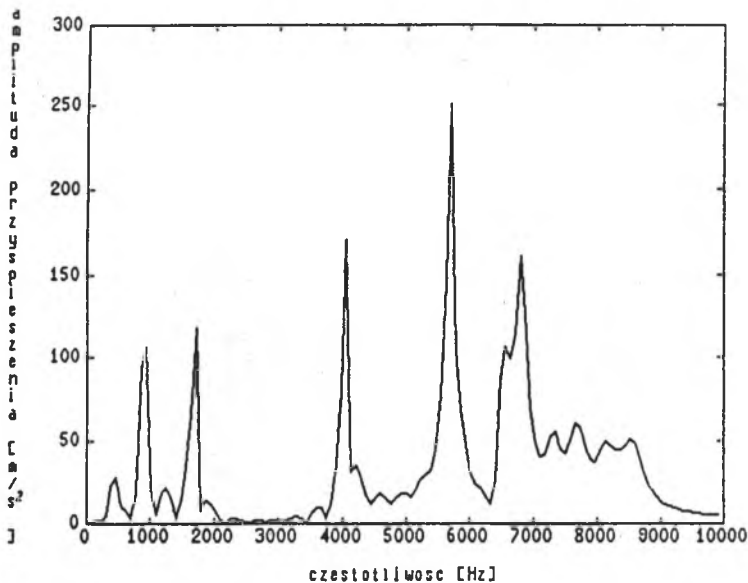
Rys. 4. Przebieg czasowy przyspieszeń - węzeł 58

Fig. 4. Acceleration time diagram - node 58



Rys. 5. Amplituda widma przyspieszeń drgań - węzeł 58

Fig. 5. Magnitude of vibration acceleration spectrum - node 58



Rys. 6. Amplituda widma przyspieszeń drgań - węzeł 60

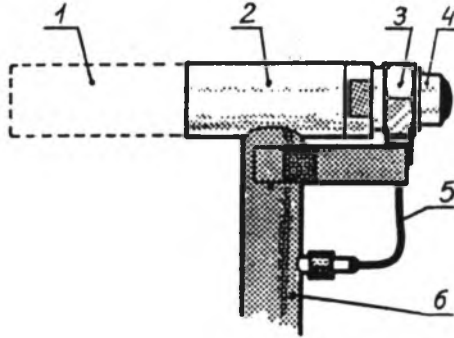
Fig. 6. Magnitude of vibration acceleration spectrum - node 60

### 3. DOŚWIADCZALNE WYZNACZANIE TRANSMITANCJI DRGAŃ

Z wielu metod wyznaczania transmitancji drgań wybrano metodę wymuszenia impulsowego, ponieważ jest ona łatwa do zastosowania w praktyce przemysłowej i czas analizy tą metodą jest krótki [4,6,12]. Wadą tej metody jest ograniczona górna częstotliwość analizy. Przykładowo dla młotka wzbudzeniowego firmy Brüel Kjaer z końcówką stalową górna częstotliwość analizy wynosi około 5 kHz [4].

W przypadku przekładni zębatach górna częstotliwość analizy nie przekracza częstotliwości dziesiątej harmonicznej częstotliwości zazębienia [10]. Dla przekładni przemysłowych, które pracują z średnimi prędkościami obrotowymi, użyteczny zakres częstotliwości metody wymuszenia impulsowego jest zwykle wystarczający. Na rysunku 7 przedstawiono młotek wzbudzeniowy firmy Bruel & Kjaer typu 8202. Sygnał siły przekazywany przez młotek do struktury zależy od typu końcówki młotka jego masy i charakterystyki dynamicznej badanej struktury. Ze wzrostem sztywności końcówki młotka i struktury maleje czas

trwania sygnału siły i rośnie użyteczny zakres częstotliwości. Dodatkowa masa zamocowana do młotka wpływa na wydłużenie w czasie sygnału siły i zmniejszenie użytecznego zakresu częstotliwości.

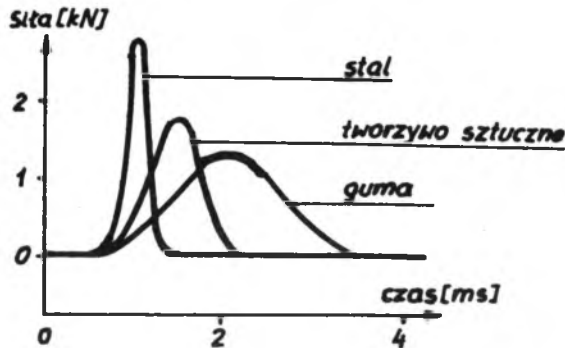


Rys. 7. Budowa młotka impulsowego firmy Brüel & Kjær typu 8202

1 - dodatkowa masa, 2 - młotek, 3 - czujnik siły, 4 - wymienna końcówka,  
5 - przewód łączący, 6 - trzonek młotka

Fig. 7. Structure of Impact Hammer (Brüel & Kjær Type 8202):

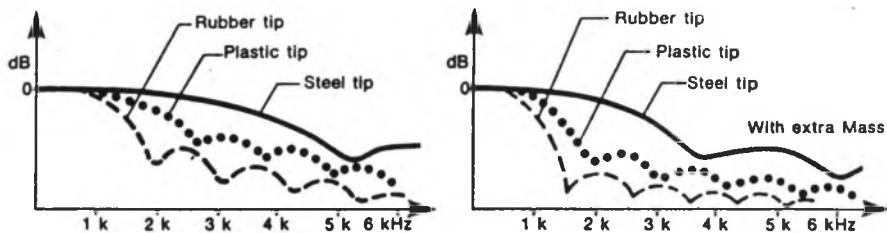
1 - extra mass, 2 - hammer, 3 - force transducer, 4 - exchange tip,  
5 - connect conduit, 6 - hammer handle



Rys. 8. Przebieg czasowy impulsu siły w zależności do końcówki młotka

Fig. 8. Time course of force pulses as a function of Hammer Tip





Rys. 9. Typowe widma impulsu siły dla różnych rodzajów końcówek młotka  
Fig. 9. Typical Autospectra for Impact Hammer force pulses for different tips

Siłę rzeczywistą  $F$  pobudzającą strukturę oblicza się z wzoru:

$$F = F_{zm} \frac{M + m}{M} \quad (2)$$

gdzie:

- $F_{zm}$  - siła zmierzona,
- $M$  - efektywna masa młotka,
- $m$  - masa wymiennej końcówki.

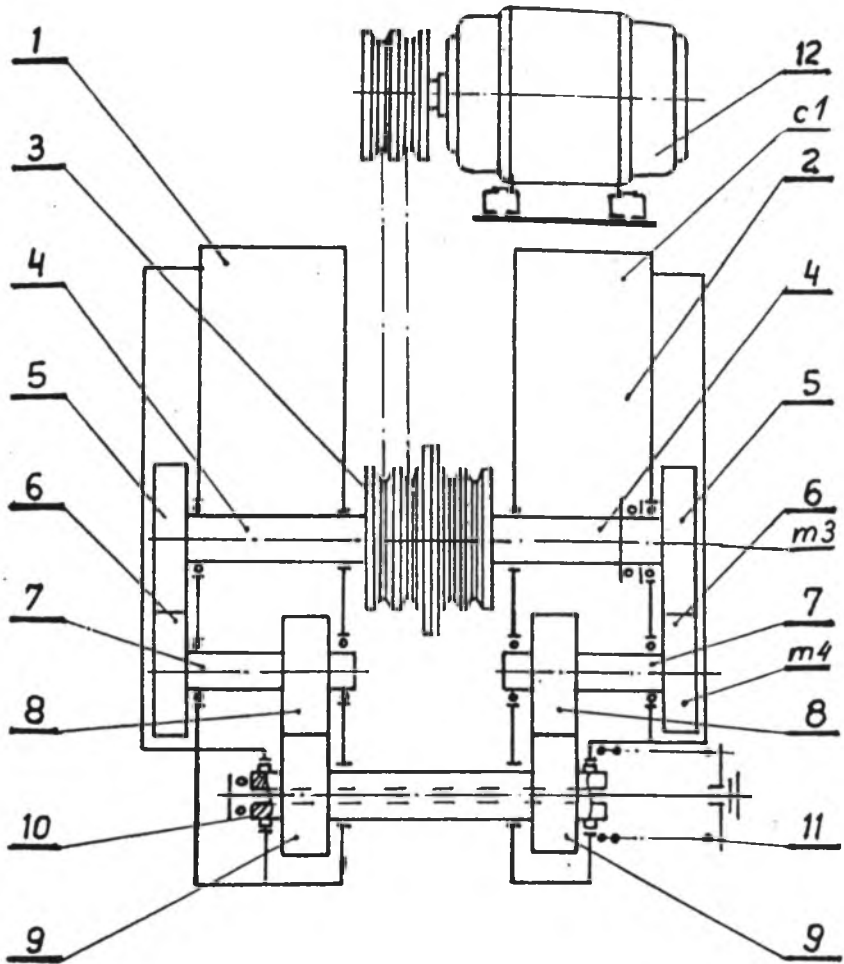
Na podstawie charakterystyk przedstawionych na rysunkach 8 i 9 do badań przekładni zębatach wybrano młotek bez dodatkowej masy z końcówką stalową.

### 3.1. Stanowiska badawcze

Pomiarów dokonywano na dwóch stanowiskach badawczych istniejących w Instytucie Transportu:

- na stanowisku do badań kół zębatach walcowych o zębatach śrubowych (rys. 10),
- na stanowisku FZG (rys. 11).

Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rysunku 12. Badania doświadczalne przeprowadzono uderzając młotkiem wzbudzeniowym w końcówkę wału w kierunku promieniowym lub w głowę zęba prostopadle do zarysu. Podczas eksperymentu układ mechaniczny był wstępnie napięty. Mierzono równocześnie siłę wymuszającą przetwornikiem umieszczonym w końcówce młotka wzbudzeniowego (kanał A - czułość 0.001 [V/N] oraz przyspieszenie drgań przetwornikiem przykręconym w wybranych punktach obudowy (kanał B - czułość 0.01 [V/g] zaznaczonych na rys. 10 i 11.

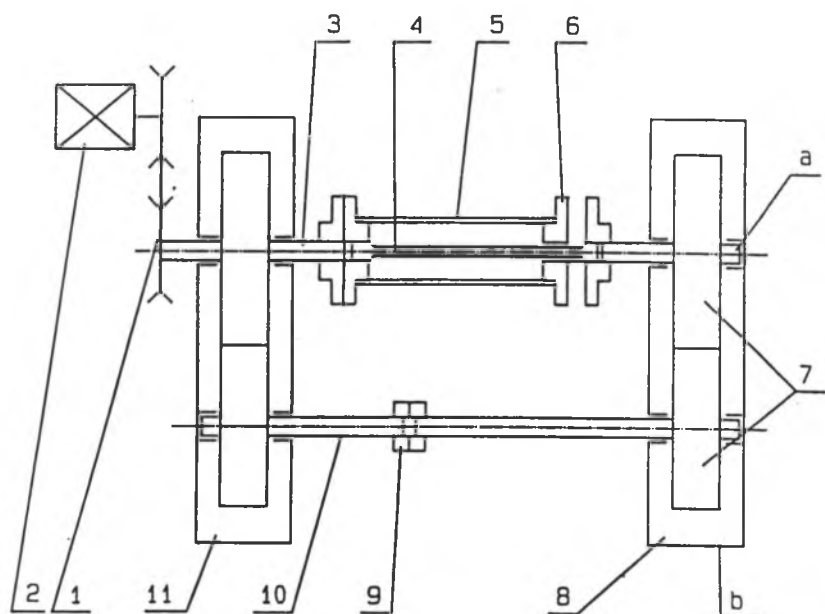


Rys. 10. Schemat stanowiska do badań kół zębatych o zębach skośnych z zaznaczonymi punktami pomiarowymi:

1 - przekładnia I, 2 - przekładnia II, 3 - koło pasowe ze sprzęgłem, 4 - wały główne przekładni I i II, 5,6 - koła badane, 7 - wały pośrednie przekładni I i II, 8,9 - koła zębate przekładni I i II, 10 - wałek łączący z łożyskiem osiowym i łożyskami promieniowymi, 11 - urządzenie napinające, 12 - silnik, m3,m4 - punkty przyłożenia wymuszenia, c1 - punkt pomiaru przyspieszenia drgań

Fig. 10. Scheme of stand for testing helical gear with schown a measuerements points

1 - transmission I, 2 - transmission II, 3 - pulley with clutch, 4 - Main shaft of transmission I & II, 5,6 - Testing spur wheel, 7 - lay shafts of transmission I and II, 8,9 - gear wheel of transmission I and II, 10 - connect shaft, 11 - stretch devise, 12 - engine, m3,m4 - inpact excitations points, c1 - measurement vibration acceleration point



Rys. 11. Schemat stanowiska FZG z oznaczonymi punktami pomiarowymi:

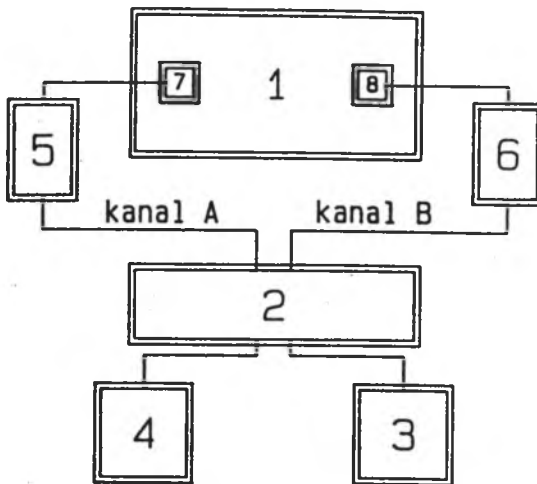
1 - przekładnia pasowa, 2 - silnik, 3 - wałek 2, 4 - wałek skrętny, 5 - osłona wałka skrętnego, 6 - sprzęgło pomiarowe momentu obrotowego, 7 - koła badane, 8 - korpus przekładni badanej, 9 - sprzęgło napinające, 10 - wałek 1, 11 - przekładnia zamykająca, a - punkt przyłożenia wymuszenia, b - punkt pomiaru przyspieszenia drgań

Fig. 11. Scheme of FZG stand with measurements points

1 - belt transmission, 2 - engine, 3 - shaft, 4 - flexible shaft, 5 - flexible shaft housing, 6 - measurement clutch of turing moment, 7 - spur wheel, 8 - gear housing, 9 - stretch clutch, 10 - shaft 1, 11 - shutting gear, a - input point, b - measurement point

Stwierdzono powtarzalność uzyskanych wyników, a zamieszczone wykresy są reprezentatywne dla zrealizowanych serii pomiarów. Przewiduje się, po uzupełnieniu oprogramowania analizatora sygnałów, uśrednianie wyników.

Na rys. 13 przedstawiono przebieg czasowy i amplitudę widma siły wymuszającej uzyskane podczas badań na stanowisku FZG, natomiast na rysunkach 14 i 15 - przebieg czasowy i amplitudę widma przyspieszeń (kanał B) oraz moduł wzmocnienia i fazę funkcji transmitancji.



Rys. 12. Schemat blokowy układu pomiarowego

1 - badana przekładnia, 2 - programowany analizator sygnałów GC-89, 3 - monitor, 4 - drukarka, 5 - wzmacniacz ładunku dla kanału A (B&K typ 2628), 6 - wzmacniacz ładunku dla kanału B (B&K typ 2626), 7 - młotek impulsowy (B&K typ 8202), 8 - przetwornik piezoelektryczny (typ 4352)

Fig. 12. Block diagram of meter circuit

1 - gear, 2 - programmable signal analyzer GC-89, 3 - display, 4 - printer, 5 - electrical charge amplifier for A - channel (B&K - 2628), 6 - electrical charge amplifier for A - channel (B&K - 2626), 7 - impulse Hammer (B&K - 8202), 8 - piezoelectric transducer

Firma Bruel & Kjaer dopuszcza stosowanie impulsowej metody wyznaczania transmitancji w przypadku, gdy spadek amplitudy widma impulsu wymuszającego w analizowanym zakresie częstotliwości jest mniejszy od 3 dB [4]. W opisywanym przypadku warunek ten został spełniony. W celu pełnego wykorzystania możliwości analizatora GC-89 i zwiększenia dokładności pomiarów w dalszych badaniach posłużono się funkcją transmitancji  $H$ , którą analizator pozwala wyznaczyć w czasie rzeczywistym dwoma sposobami:

$$a) \quad |H_1(f)| = \frac{|G_{ab}(f)|}{|G_a(f)|^2} \quad (3)$$

$$\phi H(f) = \arctg \frac{\text{im } G_{ab}(f)}{\text{re } G_{ab}(f)} \quad (4)$$

$$b) |H_2(f)| = \frac{|G_b(f)|^2}{|G_{ab}(f)|} \quad (5)$$

gdzie:

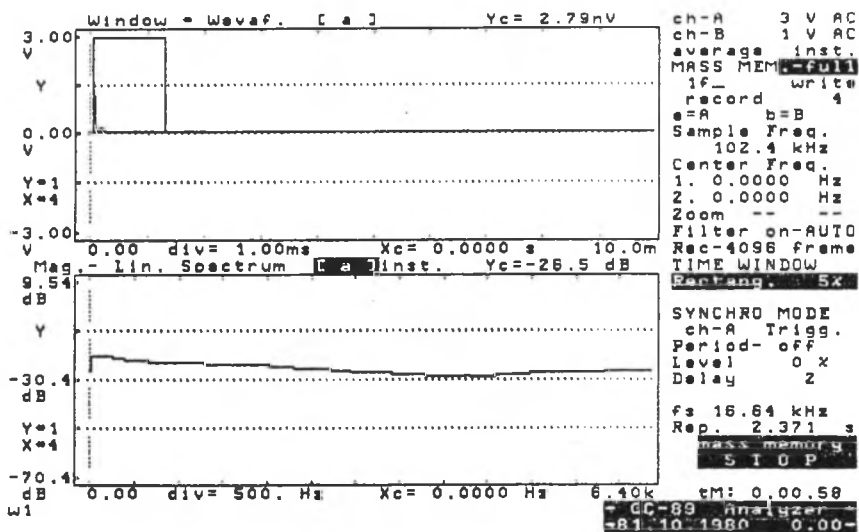
$G_a(f)$  - widmo wejściowe,

$G_b(f)$  - widmo wyjściowe,

$G_{ab}(f)$  - widmo wzajemne.

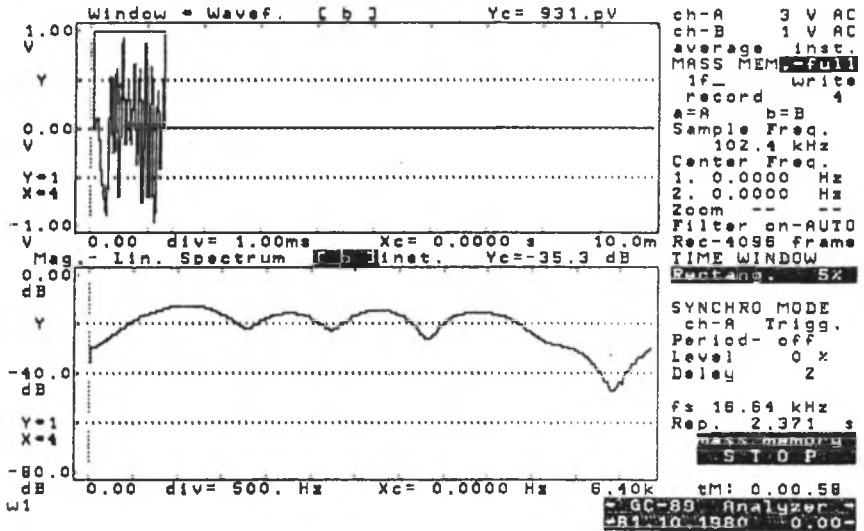
Transmitancje  $H_1$  i  $H_2$  dają dokładnie te same rezultaty dla małych sygnałów zakłócających na wyjściu układu. Przy wyższym poziomie sygnałów zakłócających należy stosować funkcję  $H_2$  [3].

Kolejne rysunki 16 i 17 przedstawiają funkcje transmitancji wyznaczone na stanowisku do badań kół zębatych o zębach skośnych.



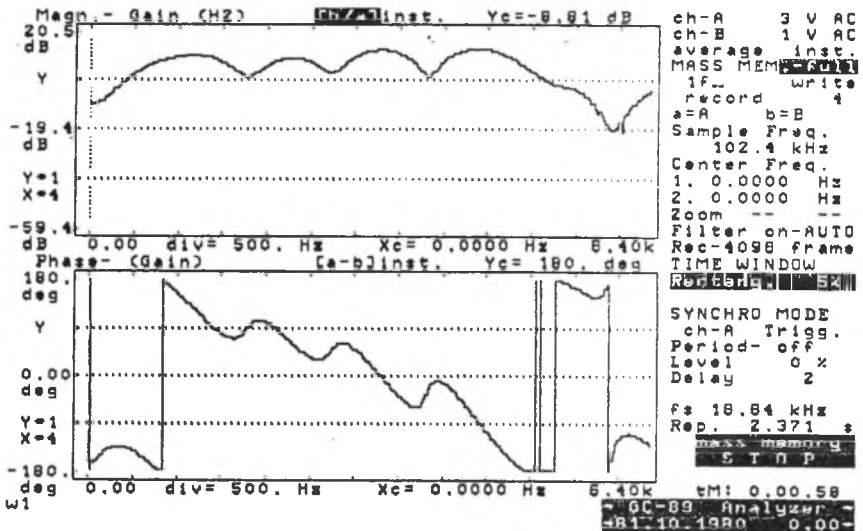
Rys. 13. Przebieg czasowy i amplituda widma siły wymuszającej - badania na stanowisku FZG

Fig. 13. Time course and magnitude of input force spectrum - measurement on FZG stand



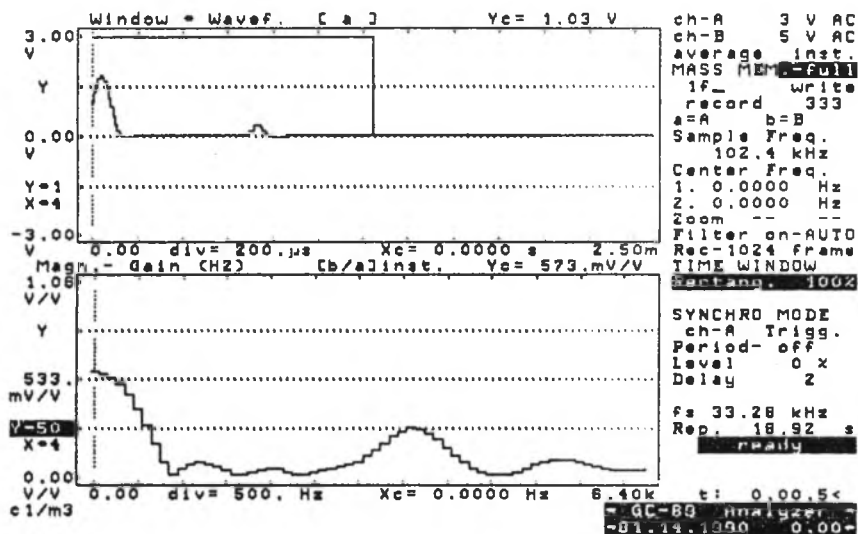
Rys. 14. Przebieg czasowy i amplituda widma przyspieszeń - badania na stanowisku FZG

Fig. 14. Time course and magnitude of acceleration spectrum - measurement on FZG stand



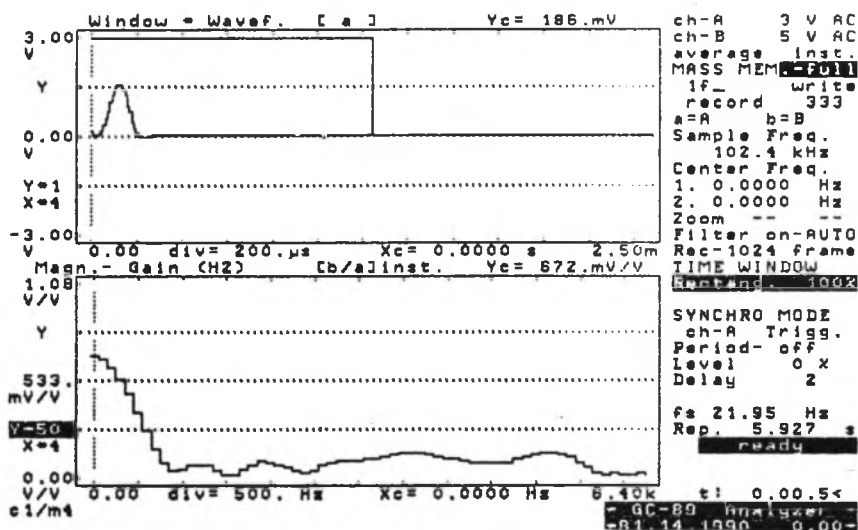
Rys. 15. Moduł wzmocnienia i faza funkcji transmitancji - badania na stanowisku FZG

Fig. 15. Magintude and phase of transmittance - measurement on FZG stand



Rys. 16. Przebieg czasowy impulsu siły wymuszającej w punkcie m3 i modułu wzmocnienia funkcji transmitancji na drodze m3 - c1

Fig. 16. Time course of input force pulses in point m3 and magnitude of transmittance on the way m3 - c1



Rys. 17. Przebieg czasowy impulsu siły wymuszającej w punkcie m4 i modułu wzmocnienia funkcji transmitancji na drodze m4 - c1

Fig. 17. Time course of input force pulses in point m3 and magnitude of transmittance on the way m4 - c1

#### 4. WNIOSKI

Zastosowana w pracy metoda impulsowego wymuszenia nadaje się do wyznaczania transmitancji drgań kół zębatych na obudowę przekładni.

Jak wynika z badań doświadczalnych [10], energia drgań wirujących kół zębatych skupiona jest w zakresie częstotliwości od  $f_z$  do  $10f_z$ , gdzie  $f_z$  - to częstotliwość zazębienia.

Wyniki obliczeń i pomiarów wskazują, że w celu prawidłowej oceny zmian wartości skutecznej przyspieszenia drgań wirujących kół zębatych, należy tak wybrać punkt pomiaru przyspieszeń na obudowie przekładni, aby nie były tłumione harmoniczne częstotliwości zazębienia w rozpatrywanym zakresie.

Optymalny dobór punktów pomiarowych na obudowie przekładni dla celów diagnostycznych będzie tematem dalszych badań.

#### LITERATURA

- [1] Bendat J.S., Piersol A.G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych. PWN, Warszawa 1976.
- [2] Cempel Cz.: Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn. WNT, Warszawa 1982.
- [3] Czajkowski G., Ilczuk J., Koperski K., Wądołowski A.: Programowany analizator sygnałów GC-89. IPE-PW. Warszawa 1991.
- [4] Dossing O.: Structural Testing. Bruel & Kjaer III, IV 1988.
- [5] Gabel R.A., Roberts R.A.: Sygnały i systemy liniowe. WNT, Warszawa 1978.
- [6] Herlutsen H.: Dual channel FFT Analysis (Part I). Technical Review No 1, 1984.
- [7] Marciniak A., Gregulec D., Kaczmarek J.: Numerical Procedures. Nakom, Poznań 1991.
- [8] Müller L.: Komputerowe wspomaganie procesu diagnozowania przekładni dużych mocy metodami analizy drgań. ZN Pol.Śl., Transport 18, Gliwice 1992.
- [9] Müller L.: Diagnostyka przekładni dużych mocy. ZN Pol.Śl., Transport z. 21, Gliwice 1992.
- [10] Müller L.: Przekładnie zębate - badania. WNT, Warszawa 1984.



- [11] Openheim A.V., Schafer R.W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. WKiŁ, Warszawa 1979.
- [12] Thrane N.: The Discrete Fourier Transform and FFT Analyzers, Technical Review No. 1, 1979.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. Walter Bartelmus

Wpłynęło do Redakcji 26.02.1993 r.

#### ABSTRACT

In elaborate presented the method & results of experiment consists in appoint the spur whell vibration transmittance on the casing for necessity gear diagnostic.

The investigations were complete of the results of computer symulations of plate modeling the gear. The plate diagram with the divide grid is on fig. 1, but on the fig. 2 - the input impulse time diagram. On the next fig. there are the movements in node 58 (fig.3), accelerations in this point (fig. 4), amplitude of acceleration the vibration in node 58 (fig. 5) and in node 60 (fig. 6). For the experimental assign of vibration transmittance from the spur whell to the gear was adapted impulse input method by the use of Bruel & Kjaer's Hammer (fig. 7). For whom power impulse time diagram & power impulse spectrum in the function of hammer tip showed on fig 8 & 9. The experimenn

ntal  
measurements made on the control stand for the spur whell (fig. 10,11) using meter system from fig.12. The results of tests were presented on fig.13 - 17.

As the experiments shows, the impulse input vibration method can be used for determinate transmittance function, by the apply of appropriate found of measurement points.