

Piotr FOŁĘGA, Andrzej WILK

METODA DOBORU CECH KONSTRUKCYJNYCH TULEI PODATNEJ PRZEKŁADNI FALOWEJ

Streszczenie. Celem pracy było opracowanie metody doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej przekładni falowej. Zakres pracy obejmuje jednostopniowe przekładnie falowe z tulejami podatnymi współpracującymi z mechanicznym generatorem. W analizie stanu naprężeń tulei podatnej zastosowano metodę elementów skończonych [MES] oraz metodę elementów brzegowych [MEB]. Wyniki tej analizy umożliwiły opracowanie zaleceń dla konstruktorów.

THE METHOD OF SELECTION CONSTRUCTION FEATURE OF HARMONIC GEAR DRIVE FLEXSPLINE

Summary. The purpose of this study was develop the method of selection construction feature of harmonic gear drive flexspline. The scope of this study comprised the single-stage harmonic drive with flexspline the co-operate of mechanical generator. Application of the Finite Elements Method (FEM) and of the Boundary Elements Method (BEM) has been presented in the paper. The results of analysis of the flexspline can help the flexspline construction.

1. WPROWADZENIE

Zębata przekładnia falowa (rys. 1) w klasycznym wykonaniu stanowi mechanizm zębata, na który składa się: koło zębate wewnątrznie uzębione, tuleja podatna oraz odkształcający ją generator fali.

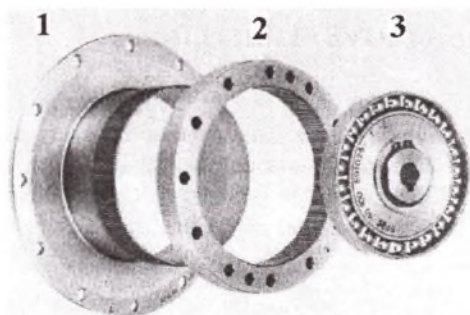
Ważnym problemem w procesie projektowania przekładni falowej jest racjonalny dobór cech geometrycznych tulei podatnej. Dobór cech konstrukcyjnych powinien zapewnić minimalizację naprężeń w przekrojach niebezpiecznych oraz ich równomierny rozkład w tulei. Proces projektowy wymaga więc od konstruktora starannej analizy przyjętych założeń, a w szczególności weryfikacji ustalonych wstępnie wymiarów geometrycznych tulei podatnej, które decydują o wytrzymałości całej konstrukcji.

Stosowane obecnie analityczne metody obliczeń wytrzymałościowych tulei podatnej dają konstruktorowi podstawowe informacje potrzebne do jej poprawnego zaprojektowania. Liczne współczynniki, które należy przyjąć lub wyznaczyć doświadczalnie, mają istotny wpływ na wyniki obliczeń. Dlatego wartości naprężeń wyznaczone metodami analitycznymi należy traktować jako orientacyjne. Wzrost obciążeń przenoszonych przez przekładnie falowe wpływa również na zwiększenie wartości sił działających na zęby jej wieńca zębatego. Ważnym

elementem obliczeń wytrzymałościowych przekładni falowych jest także ocena wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca. Częstość zjawiskiem poprzedzającym zniszczenie tulei jest jej pęknięcie w miejscach lokalnego wzrostu naprężeń w wieńcu zębatym.

Wymagania stawiane obecnie przekładniom falowym zmuszają konstruktorów do poszukiwania coraz bardziej doskonałych modeli oraz metod obliczeniowych. Na podstawie wstępnych badań własnych stwierdzono [1, 2, 3], że konieczne staje się zastosowanie innych metod obliczeń niż obecnie stosowane metody analityczne, które w dużym stopniu oparte są na wynikach badań doświadczalnych danych typów (konstrukcji) przekładni, przy jednoczesnym założeniu licznych uproszczeń. Celowe jest stosowanie komputerowych metod numerycznych, takich jak metoda elementów skończonych (MES) i metoda elementów brzegowych (MEB). Pierwsza może posłużyć do racjonalnego doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej, druga do analizy stanu naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca.

Celem pracy było opracowanie metody racjonalnego doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej przekładni falowej [4]. Przeprowadzone obliczenia doprowadziły do uściślenia stosowanych obecnie metod analitycznych oraz do opracowania wytycznych dla konstruktorów, poprzez zaproponowanie dokładniejszych i doskonalszych modeli tulei podatnej. Poddano również analizie wpływ cech konstrukcyjnych tulei na stan naprężenia w wrębach międzyzębnych jej wieńca. Zakres badań podjętych w pracy obejmował jednostopniowe przekładnie dwufalowe ogólnego stosowania z tulejami podatnymi współpracującymi z mechanicznym generatorem krzywkowym o dowolnym zarysie.



Rys. 1. Elementy przekładni falowej: 1 – tuleja podatna, 2 – koło sztywne, 3 – generator fali

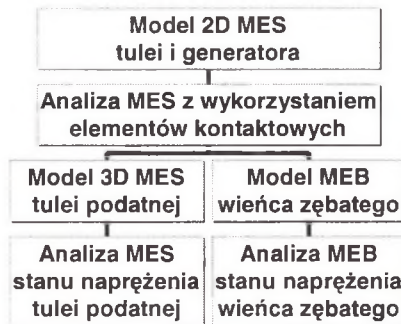
Fig. 1. The harmonic gear drive elements: 1 – the flexspline, 2 – the internal gear, 3 – the wave generator

2. ANALIZA STANU NAPRĘŻEŃ TULEI PODATNEJ Z WYKORZYSTANIEM METOD ANALITYCZNYCH I NUMERYCZNYCH

Podstawą obecnie stosowanych metod projektowania tulei podatnej przekładni falowej są zależności analityczne przedstawione w literaturze [5]. Obliczenia wytrzymałościowe dotyczą tulei podatnej z wieńcem zębatym o ewolwentowym zarysie zębów, odkształcanej generatorem dwufalowym i obciążonej znanym momentem obrotowym. Wartości współczynników występujących w poszczególnych wzorach należy w pierwszym przybliżeniu przyjąć na podstawie danych literaturowych, korzystając przy tym z wyników badań przekładni o identycznych schematach konstrukcyjnych oraz zbliżonych wymiarach geometrycznych. Gdy zachodzi potrzeba wyznaczenia dokładnych wartości naprężeń w tulei, należy przeprowadzić bada-

nia doświadczalne, które pozwolą wyznaczyć rzeczywiste wartości współczynników obliczeniowych dla projektowanej przekładni falowej. W szczególności na podstawie badań należy wyznaczyć wartość: współczynnika bezwymiarowego we wzorze na naprężenia główne w dnie wrębu tulei odkształconej generatorem fali, współczynnika nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku, współczynnika uwzględniającego liczbę zębów jednocześnie przenoszących obciążenie oraz współczynnika kształtu zębów. Natomiast na podstawie literatury należy przyjąć wartości współczynników karbu, stanu powierzchni oraz wielkości części. Przyjęcie do obliczeń wartości współczynników określonych doświadczalnie dla przekładni o danych cechach konstrukcyjnych i wymiarach geometrycznych powoduje, że konstruktor staje przed problemem ich prawidłowego doboru.

W pracy zaproponowano oryginalną metodę doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej przy wykorzystaniu metod numerycznych MES i MEB [4] (rys. 2).



Rys. 2. Numeryczna metoda doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej

Fig. 2. The numerical method of selection construction feature of harmonic gear drive flexspline

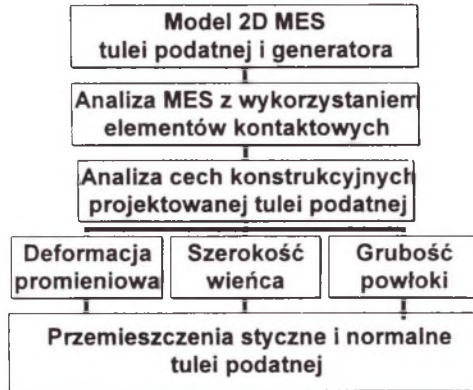
Po przyjęciu danych wejściowych projektowanej przekładni falowej i wykonaniu obliczeń wstępnych wymiarów geometrycznych tulei podatnej dobiera się zarys zębów wieńca zębatego oraz zarys generatora fali. Określając stan odkształcenia tulei za pomocą opracowanego płaskiego modelu MES tulei i generatora fali z wykorzystaniem elementów kontaktowych, możliwe jest wyznaczenie przemieszczeń stycznych oraz normalnych powierzchni wewnętrznej tulei spowodowanych oddziaływaniem generatora i sił międzyzębnych. Przemieszczenia te można z kolei przenieść do przestrzennego modelu 3D MES tulei podatnej oraz wykorzystać w modelu MEB, służącym do wyznaczenia stanu naprężeń w wieńcu zębatym tulei. Zastosowanie tych modeli numerycznych w obliczeniach pozwala na przeprowadzenie analizy wpływu cech konstrukcyjnych tulei podatnej na naprężenia. Wyniki obliczeń numerycznych można wykorzystać do racjonalnego doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej.

3. ANALIZA TULEI PODATNEJ Z WYKORZYSTANIEM ELEMENTÓW KONTAKTOWYCH MES

Tworząc model parametryczny, opisujący geometrię tulei podatnej, należy określić warunki brzegowe. Wiąże się to z problemem określenia rozkładu obciążeń w zazębieniu i strefie kontaktu z generatorem, w zależności od wartości przenoszonego momentu przez przekładnię. Zagadnienie to mimo licznych prac teoretycznych i doświadczalnych nie zostało do chwili obecnej w pełni rozwiązane. Opracowany płaski model tulei podatnej i generatora fali z wy-

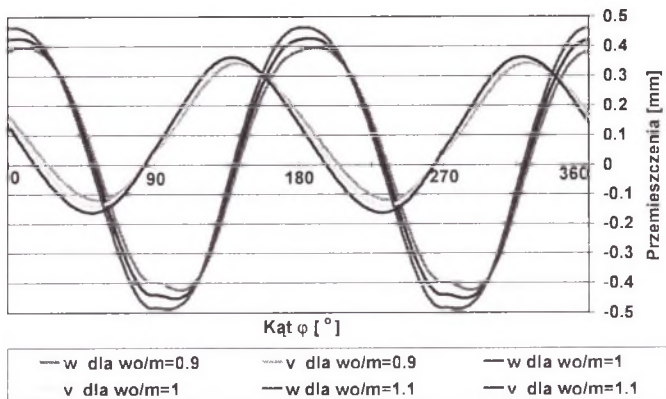
korzystaniem elementów kontaktowych MES przedstawiono w [6]. Pozwala on na wyznaczenie rozkładu obciążeń w ząbieniu i strefie kontaktu z generatorem. Przyjętą metodykę obliczeń uwzględniającą modelowanie zagadnień kontaktowych oraz przyjęte założenia podano w [4].

Schemat obliczeń z wykorzystaniem opracowanego modelu tulei podatnej z wykorzystaniem elementów kontaktowych pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Schemat obliczeń w analizie 2D tulei podatnej
Fig. 3. The scheme of calculation in the 2D analysis of flexspline

Wyznaczone w modelu płaskim przemieszczenia, których wartości zależą od rozpatrywanych cech konstrukcyjnych, wykorzystano do pełnej analizy stanu naprężenia tulei podatnej przy zastosowaniu modelu przestrzennego MES oraz w analizie stanu naprężeń w wrębach międzyzębnymi wieńca z wykorzystaniem MEB. Przykładowe wyniki obliczeń przemieszczeń normalnych i stycznych powierzchni wewnętrznej tulei podatnej przedstawiono na rysunku 4. Dotyczą one wpływu na przemieszczenia względnej deformacji promieniowej w_0/m przy obciążeniu nominalnym [4]. Większe wartości deformacji promieniowej powodują odpowiednie zwiększenie wartości przemieszczeń stycznych i normalnych.



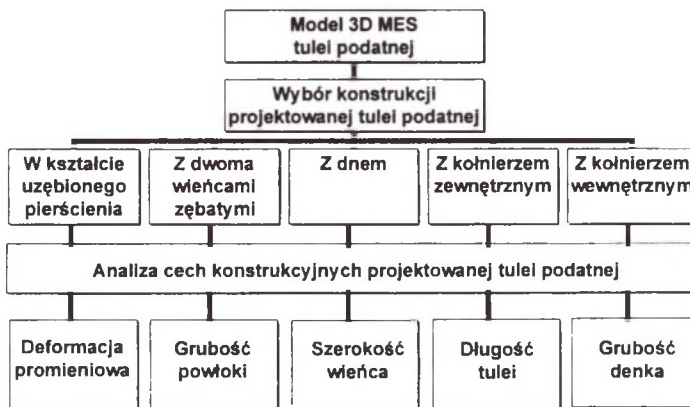
Rys. 4. Przemieszczenia normalne (w) i styczne (v) w funkcji kąta (φ) odmierzanego od dużej osi generatora

Fig. 4. The diagram of radial (w) and tangential (v) displacements

4. ANALIZA KONSTRUKCJI I CECH GEOMETRYCZNYCH TULEI PODATNEJ Z WYKORZYSTANIEM PRZESTRZENNEGO MODELU MES

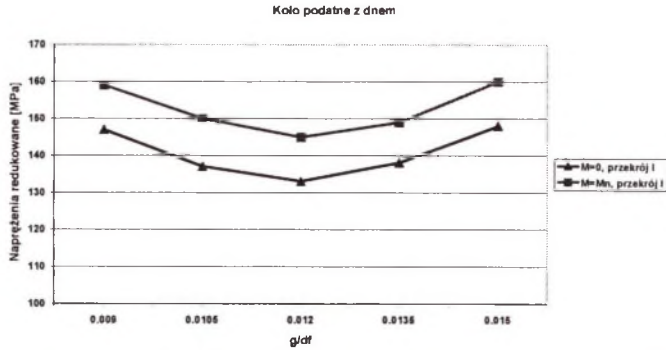
Obliczenia wytrzymałościowe tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MES pozwalają na całościową analizę stanu naprężenia członu podatnego oraz dobór jego cech konstrukcyjnych [7]. Wykonanie pełnej analizy stanu naprężenia i odkształcenia wymaga stosowania złożonego trójwymiarowego modelu tulei podatnej. Wiąże się to z dużymi kosztami przygotowania danych oraz obliczeń. Opracowany model obliczeniowy tulei podatnej oraz przyjęte w analizie numerycznej założenia przedstawiono w [7]. W modelu przestrzennym obciążenie członu podatnego zostało zadane w postaci przemieszczeń wyznaczonych uprzednio w modelu płaskim z wykorzystaniem elementów kontaktowych MES. W celu usprawnienia procesu przygotowania danych potrzebnych do analizy stanu naprężenia geometria modelu została zapisana w postaci makropoleczeń preprocesora systemu COSMOS/M, dzięki czemu zmieniając parametry modelu można wygenerować automatycznie siatki elementów skończonych dla tulei podatnych o różnych cechach geometrycznych i konstrukcyjnych. Schemat analizy konstrukcji i cech geometrycznych tulei podatnej z wykorzystaniem przestrzennego modelu MES podano na rysunku 5. Przed przystąpieniem do właściwej analizy stanu naprężenia tulei podatnej należy wybrać jej konstrukcję, biorąc pod uwagę przyjęte założenia dotyczące pracy przekładni falowej.

Przykładowe wyniki obliczeń tulei podatnej z wykorzystaniem modelu 3D przedstawiono na rysunku 6. Dotyczą one wpływu na naprężenia względnej grubości powłoki g/d_f [4]. Badając zmiany naprężeń redukowanych w zależności od względnej grubości powłoki (rys. 6), stwierdzono, że grubość ścianki tulei podatnej pod użębieniem należy przyjmować w zakresie: $0.0105 < g/d_f < 0.0135$. W tym przedziale naprężenia redukowane osiągają wartości minimalne.



Rys. 5. Schemat obliczeń w analizie 3D tulei podatnej

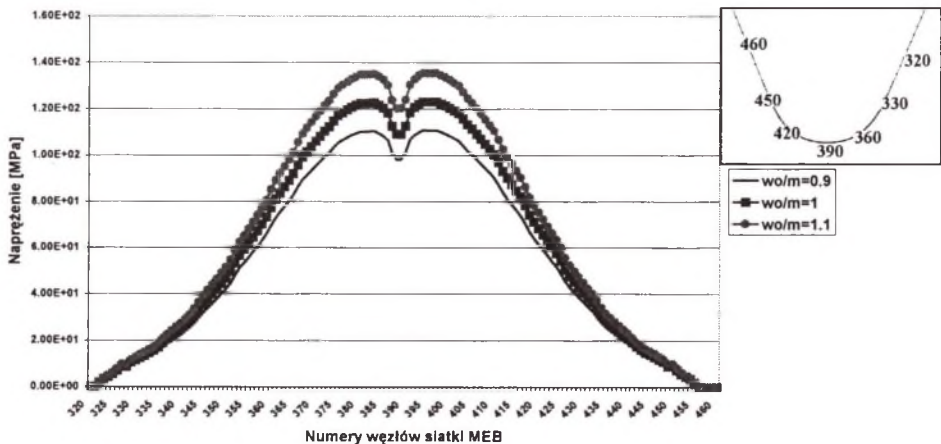
Fig. 5. The scheme of calculation in the 3D analysis of flexspline



Rys. 6. Maksymalne napężenia redukowane w funkcji względnej grubości powłoki g/d_f
 Fig. 6. The diagram of maximum stress $\sigma_{red}=f(g/d_f)$

5. ANALIZA STANU NAPRĘŻEŃ W DNACH WRĘBÓW MIĘDZYZĘBNYCH WIEŃCA TULEI PODATNEJ Z WYKORZYSTANIEM MEB

W pracy wykorzystano MEB do wyznaczania naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego tulei podatnej. Opracowany model numeryczny wieńca oraz przyjęte założenia przedstawiono w [8]. Celem przeprowadzonych obliczeń numerycznych była analiza wpływu cech konstrukcyjnych tulei podatnej na wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca przy ustalonych parametrach zarysu odniesienia. Na rysunku 7 przedstawiono dno wrębu międzyzębnego z zaznaczoną numeracją węzłów siatki MEB oraz przykładowe wyniki obliczeń. Dotyczą one wpływu na naprężenia względnej deformacji promieniowej w_r/m . Analizując wyniki obliczeń stwierdzono, że wzrost względnej deformacji promieniowej (rys. 7) powoduje zwiększenie wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca. Miejscem narażonym na znaczny wzrost wartości naprężeń, a co za tym idzie - o obniżonej wytrzymałości są dna wrębów międzyzębnych wieńców zębatych (węzeł 390 siatki MEB, rys. 7). Wartości naprężeń w stopie zęba (węzeł 415 siatki MEB, rys. 7) są odpowiednio mniejsze od naprężeń występujących w pobliżu dna wrębu.



Rys. 7. Rozkłady naprężeń w dnie wrębu międzyzębnego
 Fig. 7. The diagram of stress of base a tooth

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Analityczna metoda obliczeń wytrzymałościowych tulei podatnej pozwala jedynie określić miejsca niebezpieczne występujące w tulei. Liczne współczynniki, które należy przyjąć lub wyznaczyć doświadczalnie, mają istotny wpływ na wartości otrzymanych naprężeń. Wyniki obliczeń wytrzymałościowych wyznaczone metodą analityczną należy traktować jedynie jako orientacyjne. Również podane w literaturze analityczne zależności służące do wyznaczenia rozkładu obciążenia działającego na tuleję podatną zostały opracowane na podstawie badań doświadczalnych oraz po przyjęciu upraszczających założeń. Uwzględniając powyższe, celowe jest zastosowanie metod numerycznych, takich jak MES i MEB, które umożliwiają przeprowadzenie dokładnej analizy stanu naprężeń tulei podatnej oraz racjonalny dobór jej cech konstrukcyjnych.

Na podstawie przeprowadzonych w pracy analiz i eksperymentów numerycznych sformułowano następujące wnioski:

1. Zaproponowana w pracy metoda doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej zapewnia większą dokładność obliczeń w stosunku do metod analitycznych poprzez uwzględnienie dowolnych rozwiązań konstrukcyjnych oraz rzeczywistej geometrii tulei podatnej i generatora fali. Przeprowadzona analiza wytrzymałościowa z wykorzystaniem opracowanych modeli numerycznych MES i MEB potwierdziła przydatność tych modeli do określenia wpływu zmian cech konstrukcyjnych tulei podatnej na maksymalne naprężenia zredukowane. Zgodność uzyskanych rezultatów obliczeń numerycznych z wynikami badań doświadczalnych potwierdza przydatność opracowanej metodyki obliczeń oraz poprawność zastosowanych modeli numerycznych w racjonalnym doborze cech konstrukcyjnych tulei podatnej przekładni falowej.
2. Ze względów wytrzymałościowych parametry konstrukcyjne tulei podatnej zaleca się przyjmować w granicach:
 - grubości ścianki tulei podatnej pod uzębieniem: $0.009 < g/d_r < 0.015$,
 - szerokości wieńca zębatego: $0.1 < b_w/d_r < 0.2$,
 - długości tulei: $0.875 < L/d_r < 1.125$,
 - grubości denka: $b_d/d_r \leq 3 \cdot g$.

Literatura

1. Fołęga P., Wilk A.: The Analysis of Stress State of the Flexspline of Harmonic Gear. Proceed. of 3rd International Conference on Engineering Sciences and Application ICESA 98, VSB-TU Ostrava 1998, p. 19-22.
2. Fołęga P., Wilk A.: Analiza wytrzymałości tulei podatnej przekładni falowej. ZN Pol. Śl., s. Transport, z. 30, Gliwice 1998, s. 129-136.
3. Fołęga P., Wilk A.: Optymalizacja grubości ścianki tulei podatnej przekładni falowej. Materiały III Ogólnopolskiego Seminarium nt. Przekładnie mechaniczne - specjalne, modelowanie, rozwój konstrukcji i perspektywy zastosowań. Zbiór referatów, Warszawa 08-09.10.1998, s. 26-33.
4. Fołęga P.: Metoda doboru cech konstrukcyjnych tulei podatnej przekładni falowej. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Katowice 2001.
5. Nalepa A.: Stan naprężeń w tulejach podatnych zębatych przekładni falowych, Przegląd Mechaniczny, Nr. 11, 1976, s. 376-378.

6. Fołęga P., Wilk A.: Analiza numeryczna tulei podatnej z wykorzystaniem elementów kontaktowych MES, ZN Pol. Śl., s. Transport, Z. 41, Gliwice 2000.
7. Fołęga P., Wilk A.: Analiza wytrzymałości tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MES. Materiały Sympozjonu PKM, Polanica Zdrój 2001.
8. Fołęga P., Wilk A.: Analiza stanu naprężeń wieńca zębatego tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MEB. Materiały XIII Konferencji Metody i Środki Projektowania Wspomagane Komputrowo, Politechnika Warszawska, 2001.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Abstract

Application of the Finite Elements Method (FEM) and of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The presented a method of selection construction feature of the flexspline can help the designer to determine accurately the maximum stress on the flexspline, which can then be used for optimisation of the flexspline construction. The scope of this study comprised the single-stage harmonic drive with flexspline the co-operate of mechanical generator.