

Bogna MRÓWCZYŃSKA, Tadeusz BURCZYŃSKI

ALGORYTMY OPTYMALIZACJI KOLEJOWYCH ZESTAWÓW KOŁOWYCH

Streszczenie. W pracy omówiono algorytmy stosowane do optymalizacji konstrukcji. Szczegółowo przedstawiono algorytm optymalizacji ewolucyjnej wybrany przez autorów do rozwiązania zagadnienia optymalizacji kolejowych zestawów kołowych. Jego zastosowanie przedstawiono na przykładzie optymalizacji wielkości wcisków na połączeniu koła z osią.

THE OPTIMIZATION ALGORITHMS OF RAILWAY WHEEL SET

Summary. In this paper the algorithms of construction's optimisation are presented. To solve the problem of minimization of the effort of the railway wheel set the evolutionary algorithm is selected and described in details. As an application of this algorithm the selection of the interference between wheel and axle in wheel set is solved.

1. WPROWADZENIE

Jednym z ważniejszych zespołów układu biegowego pojazdu szynowego jest zestaw kołowy. Ma on bezpośredni wpływ na bezpieczeństwo ruchu kolejowego. Zagadnienie wytrzymałości zestawu kołowego jest na tyle złożone, że w świetle wymagań stawianych współczesnym konstrukcjom pojazdów szynowych wskazane jest stosowanie w procesie projektowania najnowszych metod obliczeniowych [3, 4, 5]. O ile jednak stosowanie np. metody elementów skończonych (MES) do analizy wytrzymałościowej jest już dla konstruktora codziennością, to w projektowaniu kieruje się ciągle intuicją, którą mogą wspomóc algorytmy optymalizacji.

W poniższej pracy przedstawiono wybrane algorytmy stosowane w optymalizacji konstrukcji. Zaprezentowano wybrany algorytm na przykładzie optymalizacji wcisku.

2. METODY OPTYMALIZACJI NIELINIOWEJ

Jest wiele metod rozwiązania zadania optymalizacji konstrukcji [6]. Ze względu na nieliniowość funkcji celu $f(\mathbf{x})$ są to zadania programowania nieliniowego postaci:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

gdzie wektor zmiennych projektowych: $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$ (2.2)

przy ograniczeniach $x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max}$ $i = 1, \dots, n$. (2.3)

Do tego typu zadań wskazane jest zastosowanie metod optymalizacji nieliniowej. Większość ze stosowanych algorytmów to algorytmy iteracyjne. Poszukując minimum funkcji celu $f(\mathbf{x})$ wychodzi się z początkowego punktu \mathbf{x}_0 i w kolejnych krokach iteracji wyznacza rozwiązania \mathbf{x}_k takie, że $f(\mathbf{x}_k) < f(\mathbf{x}_{k-1})$. W każdym kroku prosta przechodząca przez punkty \mathbf{x}_{k-1} i \mathbf{x}_k wyznacza kierunek poszukiwań.

Metoda najszybszego spadku

W tej metodzie za kierunek poszukiwań przyjmuje się ujemny wektor gradientu minimalizowanej funkcji. Kolejne kierunki poszukiwań są do siebie ortogonalne. W każdym kroku optymalizacji wyszukiwane jest minimum funkcji w danym kierunku. Za wadę metody uważa się sztywność kierunków poszukiwań, co grozi ominięciem punktu minimum.

Metoda Newtona

Jest to metoda drugiego rzędu, tzn. w kolejnym kroku iteracji

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{H}^{-1}(f(\mathbf{x}_{k-1})) \cdot \nabla f(\mathbf{x}_{k-1}) \quad (2.4)$$

gdzie $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}_{k-1}))$ – hesjan funkcji celu, a $\nabla f(\mathbf{x}_{k-1})$ – gradient funkcji celu.

Metoda ta ma wiele modyfikacji polegających na poszukiwaniu w każdym kroku iteracji minimum kierunkowego funkcji $f(\mathbf{x})$. Częściej stosowane bywają metody quasi-newtonowskie, w których odwrotność hesjanu $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$ zastępowana jest macierzą przybliżoną, budowaną najczęściej na bazie gradientu funkcji celu. Z reguły są zbieżne, ale zły wybór punktu startowego może spowodować brak zbieżności zadania.

Metody gradientu sprzężonego

W zadaniu optymalizacji sformułowanym następująco: znaleźć

$$\min f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b}^T \mathbf{x} \quad (2.5)$$

gdzie macierz \mathbf{A} jest symetryczna i dodatnio określona,

kierunki poszukiwań

$$\mathbf{s}_k = -\nabla f(\mathbf{x}_k) \text{ dla } k=1, \dots, n$$

nazywa się wzajemnie sprzężonymi, gdy

$$\mathbf{s}_i^T \mathbf{A} \mathbf{s}_j = 0 \text{ dla } i \neq j.$$

Minimalizację przeprowadza się kolejno wzdłuż kierunków nawzajem sprzężonych.

W praktyce stosowane są różne algorytmy wychodzące z tej metody, a różniące się sposobami wyznaczania kierunków sprzężonych. W każdym kroku iteracji wymagają wyznaczania wartości funkcji celu i jej gradientu. Z reguły mogą być stosowane do funkcji dowolnej postaci, nie tylko do określonej wzorem (2.5). Metody te są wolno zbieżne.

Przedstawione powyżej metody optymalizacji w niesprzyjających warunkach mogą znaleźć najbliższe minimum lokalne, które nie musi być minimum globalnym. W przypadku zadań optymalizacji, w których wartość funkcji celu wyznaczana jest w każdym kroku iteracji na drodze analizy MES, wartości gradientu i hesjana funkcji celu wyznaczane są z wielomianu aproksymacyjnego, co może dwu- lub trzykrotnie wydłużyć proces optymalizacji.

Analiza wrażliwości

Ważnym krokiem wstępnym do optymalizacji, uzasadniającym matematycznie intuicyjny wybór poddawanych zmianom elementów konstrukcji, jest analiza wrażliwości. Bada ona wpływ małych zmian wybranych parametrów konstrukcji na wartości tensorów odkształceń, naprężeń i wektorów przemieszczeń w rozpatrywanej konstrukcji.

Metodami analizy wrażliwości można sformułować zadanie optymalizacji, określić kierunki zmian zmiennych projektowych, a nawet skonstruować algorytm optymalizacji, który w każdym kroku optymalizacji po przeprowadzeniu analizy wrażliwości znajduje kierunek kolejnego kroku.

Optymalizacja ewolucyjna

Ostatnio do matematycznych algorytmów optymalizacji dołączyły algorytmy genetyczne i ewolucyjne. Są to algorytmy stochastyczne, które w procesie optymalizacji naśladują pewne procesy doboru naturalnego na drodze ewolucji[1, 7]. Proces projektowania konstrukcji można porównać do naturalnego procesu ewolucji: projektant stawia sobie za cel zaprojektowanie i wykonanie konstrukcji realizującej konkretne zadanie i spełniającej przy tym pewne warunki. W trakcie realizacji projektu, a potem eksploatacji konstrukcja bywa ulepszana, poprawiana. Zmieniają się wymiary poszczególnych elementów konstrukcji, ich kształty i materiał, z którego są zrobione.

Zaletą algorytmów genetycznych i ewolucyjnych jest prostota ich zastosowania oraz globalność rozwiązania. Przy odpowiednim ustawieniu parametrów sterujących optymalizacją przeszukują cały obszar rozwiązań dopuszczalnych, a pod koniec obliczeń koncentrują się na poszukiwaniach w bliskim otoczeniu rozwiązania.

Do algorytmów genetycznych i ewolucyjnych stosuje się nazewnictwo zapożyczone głównie z genetyki. Do podstawowych terminów należą:

Gen - w algorytmie genetycznym oznacza najmniejszą składową chromosomu. W projektowaniu konstrukcji geny stają się cechami konstrukcyjnymi dobieranymi w procesie projektowania.

Chromosom - uszeregowany liniowo zbiór genów.

Populacja - zbiór chromosomów.

Funkcja dostosowania (przystosowania) - ocena pojedynczego osobnika. Odpowiada funkcji celu w języku optymalizacji matematycznej.

Nowe pokolenia otrzymuje się na drodze krzyżowania, mutacji i klonowania. W wybranym algorytmie ewolucyjnym zastosowano następujące operatory:

Krzyżowanie polega na wzajemnej wymianie odpowiednich genów dwóch rodziców wprost lub po odpowiedniej modyfikacji. Z rodziców postaci:

$$\mathbf{X}_1 = \langle x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \rangle \quad \text{i} \quad \mathbf{X}_2 = \langle x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \rangle$$

otrzymuje się dwoje dzieci postaci:

$$\mathbf{X}'_1 = \langle x'_{11}, x'_{12}, \dots, x'_{1n} \rangle \quad \text{i} \quad \mathbf{X}'_2 = \langle x'_{21}, x'_{22}, \dots, x'_{2n} \rangle$$

gdzie x'_{1j}, x'_{2j} to geny rodziców odpowiednio przekształcone.

Efektom krzyżowania prostego stosowanego w tym algorytmie są chromosomy, w których

$$x_{1j} = x_{1j} + \delta_j \quad \text{i} \quad x_{2j} = x_{2j} - \delta_j$$

$$\delta_j = \alpha_j \cdot (O_{2j} - O_{1j}) \cdot (1 - L / \max L)^{1/2}$$

gdzie $j = 1, 2, \dots, 7$, O_{1j} i O_{2j} - ograniczenia dolne i górne, α_j - liczba losowa, $\alpha_j \in [0, 1]$,

L - numer pokolenia, $\max L$ - maksymalna liczba pokoleń.

Działanie operatora krzyżowania polega na modyfikacji u wylosowanej pary rodziców j -tego genu chromosomu. Uwzględniony jest też współczynnik, który jest funkcją numeru pokolenia. Pod koniec obliczeń poszukiwania nowego osobnika odbywają się w bliskim otoczeniu osobnika z poprzedniego pokolenia.

Tak skonstruowane nowe geny mogą się znaleźć poza dziedziną. Wtedy można powtórzyć losowanie lub zastosować operator mutacji brzegowej:

$$x_{1j} < O_{1j} \Rightarrow x_{1j} = O_{1j} \quad \quad \quad x_{1j} > O_{2j} \Rightarrow x_{1j} = O_{2j}$$

$$x_{2j} < O_{1j} \Rightarrow x_{2j} = O_{1j} \quad \quad \quad x_{2j} > O_{2j} \Rightarrow x_{2j} = O_{2j}$$

W krzyżowaniu arytmetycznym geny dzieci są kombinacjami liniowymi odpowiednich genów swoich rodziców

$$x_{1j} = \alpha_j \cdot x_{1j} + (1 - \alpha_j) \cdot x_{2j} \quad x_{2j} = \alpha_j \cdot x_{2j} + (1 - \alpha_j) \cdot x_{1j}$$

gdzie α_j jest liczbą losową, $\alpha_j \in [0, 1]$, $j = 1, \dots, 7$.

W algorytmie stosowane jest też krzyżowanie heurystyczne. Nowe pokolenie otrzymuje się przez polepszenie cech rodzica, którego funkcja przystosowania jest bliższa optimum od wartości tej funkcji drugiego rodzica.

Dla każdego $j = 1, \dots, 7$:

jeżeli $f_{\text{dopasowania}}(x_{1j}) > f_{\text{dopasowania}}(x_{2j})$ to

$$x_{1j} = x_{1j} + 0,5 \cdot \alpha_j \cdot (x_{1j} - x_{2j}) \quad \text{i} \quad x_{2j} = x_{1j} + \alpha_j \cdot (x_{1j} - x_{2j})$$

a w przeciwnym przypadku

$$x_{1j} = x_{2j} + 0,5 \cdot \alpha_j \cdot (x_{2j} - x_{1j}) \quad \text{i} \quad x_{2j} = x_{2j} + \alpha_j \cdot (x_{2j} - x_{1j})$$

gdzie α_j jest liczbą losową, $\alpha_j \in [0, 1]$.

We wszystkich przedstawionych tu metodach krzyżowania zawsze otrzymuje się z rodziców spełniających ograniczenia (3.2) dzieci też spełniające te ograniczenia.

Operator **mutacji** modyfikuje w określony sposób wybrany gen w chromosomie. W programie EWOLWCIS.EXE zastosowano opisane poniżej operatory mutacji.

Mutacja równomierna zmienia wybrany gen chromosomu według następującego wzoru:

$$x_{1j} = O_{1j} + \alpha \cdot (O_{2j} - O_{1j})$$

gdzie $j \in \{1, 2, \dots, 7\}$ i został wybrany losowo, α jest liczbą losową, $\alpha \in [0, 1]$, a O_{1j} i O_{2j} – ograniczenia dolne i górne (wzór (3.2)). Taka konstrukcja operatora mutacji pozwala na wybór nowego osobnika z całej dziedziny.

Mutacja nierównomierna jest modyfikacją wylosowanego j -tego genu chromosomu rodzicielskiego. Uwzględniony jest też współczynnik, który jest funkcją numeru pokolenia. Pod koniec obliczeń poszukiwania nowego osobnika odbywają się w bliskim otoczeniu osobnika z poprzedniego pokolenia.

$$x_{1j} = \Delta_{1j} + \alpha \cdot (O_{2j} - O_{1j}) \cdot (1 - L/\max L)^{1/2} \quad \text{dla } \alpha > 0,5$$

$$x_{1j} = \Delta_{1j} - \alpha \cdot (O_{2j} - O_{1j}) \cdot (1 - L/\max L)^{1/2} \quad \text{dla } \alpha \leq 0,5$$

gdzie $j \in \{1, 2, \dots, 7\}$ i został wybrany losowo, O_{1j} i O_{2j} – ograniczenia dolne i górne, α jest liczbą losową, $\alpha \in [0, 1]$, L – numer pokolenia, $\max L$ – maksymalna liczba pokoleń.

Tak skonstruowane nowe geny mogą znaleźć się poza dziedziną. Wtedy można zastosować operator mutacji brzegowej:

$$x_{1j} < O_{1j} \Rightarrow x_{1j} = O_{1j}$$

$$x_{1j} > O_{2j} \Rightarrow x_{1j} = O_{2j}$$

Mutacja brzegowa jest przydatna, gdy rozwiązanie znajduje się blisko lub na brzegu obszaru dopuszczalnego rozwiązań. Operator mutacji brzegowej działa następująco:

$$x_{1j} = O_{2j} \quad \text{dla } \alpha \geq 0,5$$

$$x_{1j} = O_{1j} \quad \text{dla } \alpha < 0,5$$

gdzie $j \in \{1, 2, \dots, 7\}$ i został wybrany losowo, a O_{1j} i O_{2j} – ograniczenia dolne i górne.

Klonowanie powiela wybrane chromosomy bez zmian. Dla każdego nowego osobnika wyznaczana jest **funkcja dostosowania**. Funkcja dostosowania wyraża wartość przyjętego we wzorze (3.1) funkcjonu i jest wyliczana programem MONWCIEW.EXE. Kolejnym etapem w każdym kroku optymalizacji jest **selekcja**. Operatory stosowane w tym algorytmie nie wychodzą poza obszar dopuszczalny rozwiązań. Do selekcji stosuje się jedynie metodę selekcji rankingowej.

3. OPTIMALIZACJA

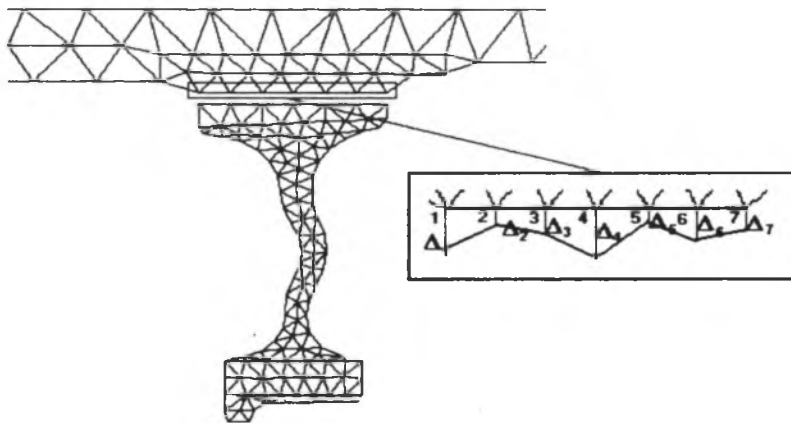
Do optymalizacji konstrukcji kolejowego zestawu kołowego wybrano jeden z algorytmów optymalizacji ewolucyjnej. Na przykład ilustrujący optymalizację wybrano następujące zagadnienie: połączenie wciskowe koła z osią powoduje powstanie naprężeń montażowych, które w dużym stopniu obniżają trwałość zmęczeniową zestawu. Całkowite wyeliminowanie skutków działania tego typu połączeń jest niemożliwe ze względu na wymaganą wytrzymałość połączenia, ale można znaleźć rozwiązanie powodujące ich złagodzenie.

Analizie numerycznej poddano zestaw kołowy ORE920 o kołach monoblokowych ze zmodyfikowanym kształtem tarczy koła. Jako materiał kół przyjęto stal P58. Jako obciążenia zestawu przyjęto obciążenia montażowe od wcisków.

Ze względu na geometrię zestawu kołowego, jak i sposób obciążenia zadanie jest rozwiązywane jako osiowosymetryczne. Analizę numeryczną zagadnienia przeprowadzono przy użyciu programu MON4EW metody elementów skończonych, służącego do wyznaczania naprężeń montażowych. Obliczenia przeprowadzono osobno dla osi i koła zestawu. Przyjęto, że obciążenia działają na styku koła z osią, a podparta jest odpowiednio oś lub obręcz koła. Numeryczny model osiowosymetryczny koła i osi przyjęto jak na rys.3.1.

W rozważanym modelu zakłada się wcisk nierównomierny, tj. dopuszcza się różne wartości wielkości Δ_i dla poszczególnych węzłów i (rys.3.1). Przyjęto, że:

$$0.0 \text{ mm} \leq \Delta_i \leq 0.3 \text{ mm} \quad \text{dla } i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$



Rys. 3.1. Osiowosymetryczny model kolejowego zestawu kołowego z rozkładem wcisków
 Fig. 3.1. Axisymmetric model of wheel set and exemplary distribution of interference

Wg normy [8] w kołach bezobrzęcowych wtlaczanych na zimno przy próbie trwałości połączenia nie powinno zachodzić przesunięcie przy sile wtlaczania:

$$P_w = 6 \text{ kN/mm} \cdot 200 \text{ mm} = 1200 \text{ kN} \quad (3.2)$$

Wynika z tego, że połączenie jest trwałe, gdy naciski spełniają następującą nierówność

$$\mu \sum_{i=1}^n X_i \geq P_w \quad (3.3)$$

gdzie X_i – nacisk w węźle i-tym, a współczynnik tarcia statycznego stali po stali $\mu = 0,15$.

Naprężenia redukowane wyznacza się według hipotezy energii odkształcenia postaciowego Hubera-Misesa-Hencky'ego.

Zadanie optymalizacji można rozwiązać znajdując minimum funkcjonału:

$$J = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \left[\frac{\sigma_{red}}{\sigma_0} \right]^N d\Omega \quad (3.4)$$

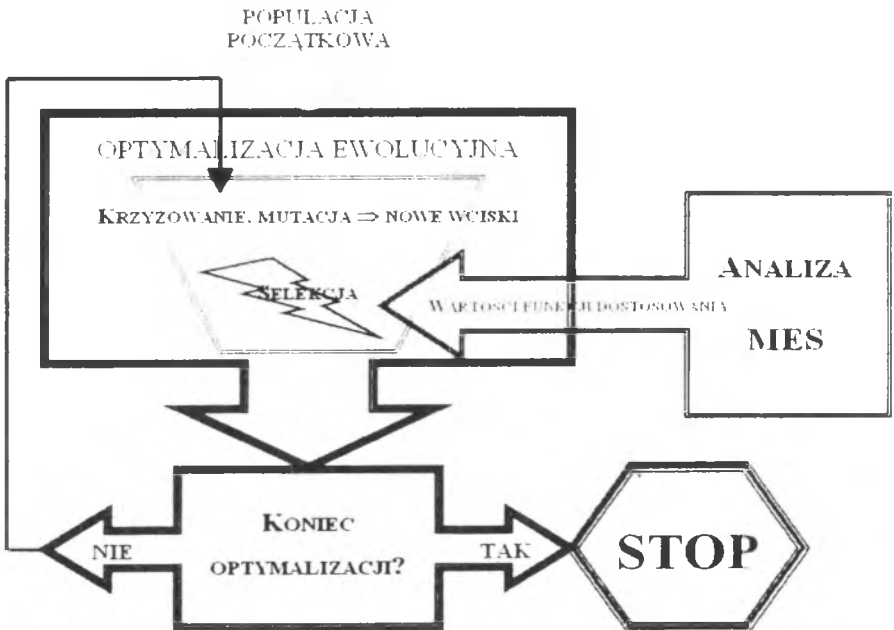
gdzie całkowanie odbywa się po całej objętości Ω kolejowego zestawu kołowego, a za σ_0 przyjmuje się granicę plastyczności dla materiału, z którego wykonano zestaw, przy ograniczeniach (3.1) oraz (3.3). Nierówności (3.3) wyznaczają zbiór wypukły rozwiązań dopuszczalnych.

Zastosowanie kryterium (3.4) dla N skończonych prowadzi do rozwiązania o możliwie wyrównanym w obszarze Ω rozkładzie naprężeń nie przekraczających granicy plastyczności. Warunek (3.3) można uwzględnić w formie funkcji kary:

$$J' = J + \begin{cases} w \cdot (T - 1200) & T < 1200kN \\ 0 & T \geq 1200kN \end{cases} \quad (3.5)$$

gdzie w – współczynnik wagi.

Schemat blokowy optymalizacji ewolucyjnej wciśku przedstawiono na rysunku 3.2.



Rys. 3.2. Schemat blokowy optymalizacji ewolucyjnej połączenia wciśkowego

Fig. 3.2. Block diagram of the evolutionary optimization

Chromosom reprezentujący przedstawione tu zagadnienie ma postać:

$$\Delta = \langle \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n \rangle$$

przy oznaczeniach i ograniczeniach przyjętych jak wyżej. Chromosom składa się z genów, których wartości odpowiadają wielkościom wcisków w kolejnych węzłach siatki elementów skończonych leżących na styku koła z osią.

Obliczenia przeprowadzono dla populacji składającej się z 500 chromosomów, a optymalizacja przebiegała w maksymalnie 100 krokach. Opisane powyżej operatory reprodukcji we wszystkich obliczeniach stosowano z następującym prawdopodobieństwem:

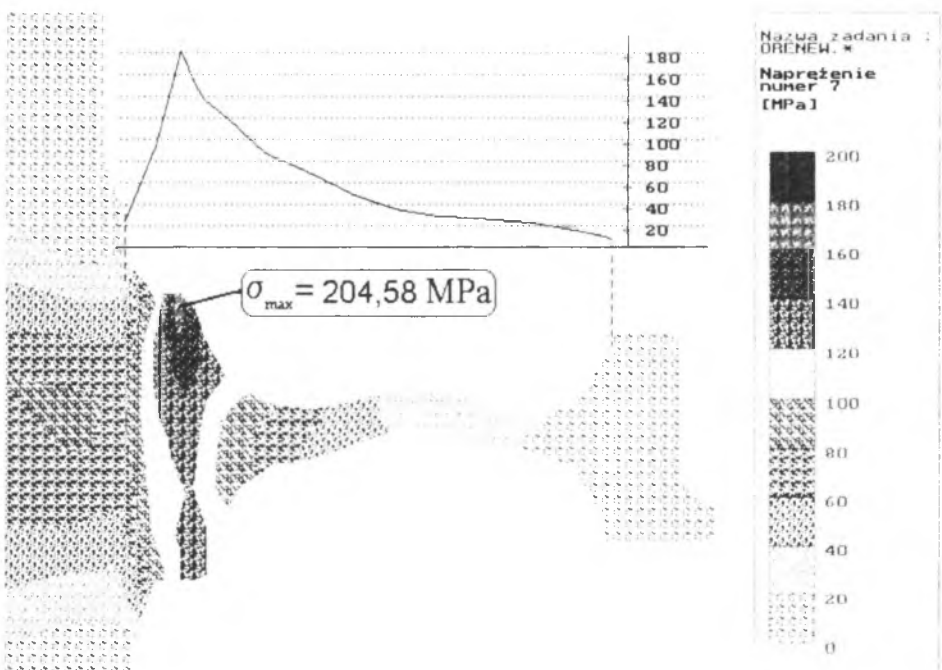
- krzyżowania prostego = 0,1
- krzyżowania heurystycznego = 0,25
- krzyżowania arytmetycznego = 0,25
- klonowania prostego = 0,1
- mutacji równomiernej = 0,05
- mutacji nierównomiernej = 0,05
- mutacji brzegowej = 0,05
- selekcji turniejowej = 0,5

Wyniki z przebiegu optymalizacji zestawiono w tablicy 1. Najlepsze uzyskane wyniki przedstawiono na rys.3.3.

Tablica 1

Optymalne wartości wcisków i siły tarcia

Wartość optymalna	Węzeł 1 [mm]	Węzeł 2 [mm]	Węzeł 3 [mm]	Węzeł 4 [mm]	Węzeł 5 [mm]	Węzeł 6 [mm]	Węzeł 7 [mm]	Tarcie [N]	Max σ_{red} [MPa]
0,0173458	.113333	.10673	.104400	.096022	.095659	.094373	.099625	1200000,0	204,58
0,0173914	.10038	.09259	.09258	.09321	.10307	.11243	.12136	1200031,0	205,92



Rys. 3.3. Naprężenia redukowane w zestawie kołowym z optymalnymi wciskami
 Fig. 3.3. Reduced assembly stresses in wheel set for optimal interference

WNIOSKI

W pracy przedstawiono zalety i wady wybranych algorytmów stosowanych do optymalizacji konstrukcji. Ze względu na oczekiwaną globalność rozwiązania oraz prostotę obliczeń do rozwiązania zagadnienia optymalizacji kolejowych zestawów kołowych autorzy wybrali algorytm optymalizacji ewolucyjnej. Jego działanie przedstawiono na przykładzie optymalizacji wielkości wcisków na połączeniu koła z osią. Szczegółowe wyniki i wnioski z takiej optymalizacji można znaleźć w pracy [2].

Literatura

1. Burczyński T.: Wprowadzenie do algorytmów genetycznych i obliczeń ewolucyjnych. W: Sieci Neuronowe. Algorytmy Genetyczne. Zbiory rozmyte (praca zbiorowa), Polskie Towarzystwo Metod Komputerowych Mechaniki, Rzeszów, 28-29 maja 1999, s.65-69.
2. Burczyński T., Mrówczyńska B.: Evolutionary optimization of interference joint in railway wheel set. In: Methods of Artificial Intelligence in Mechanics and Mechanical Engineering (T.Burczyński and W.Cholewa, eds.), Gliwice 2001, s. 155-158.
3. John A., Karwala K., Mrówczyńska B.: Wytężenie kolejowych zestawów kołowych z technologiczną warstwą wierzchnią i bez obróbki wstępnej dla różnych wartości wcisku. Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, z.15, Gliwice 2001.
4. John A., Karwala K., Mrówczyńska B.: Computer aided design of railway wheel set with hardening surface of axle. In: Proc. International Conference "Mechanika - 2001",Kaunas, Lithuania 2001,s.87-92.
5. John A., Karwala K., Mrówczyńska B.: Komputerowe wspomaganie projektowania kolejowych zestawów kołowych z technologiczną warstwą wierzchnią osi. Maszyny Dźwigowo-Transportowe, Kwartalnik Naukowo-Techniczny Nr 3, 2001, s.33-38.
6. Kleiber M.: Komputerowe metody mechaniki ciał stałych. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
7. Michalewicz Z.: Genetic Algorithms + data Structures = Evolutionary Programs. Springer-Verlag, Berlin 1996.
8. PN-92/K-91045.

Recenzent: Doc. dr inż. Roman Bąk

Abstract

The problem of minimization the effort of the railway wheel set is very important. The railway traffic safety depends on it. This problem can be solved by optimisation. In this paper the algorithms applied to the optimisation of the construction are presented. To solve the problem the evolutionary algorithm is selected and described in details.

The effort of railway wheel set depends on a lot of parameters, for instance the joint between wheel and axle in wheel set. The results of optimisation this problem by the evolutionary algorithm is presented.

Pracę zrealizowano w ramach pracy BW - 429/RM10/2001.