

Renata ŻOCHOWSKA¹

WYZNACZANIE MACIERZY ZWIĄZKÓW RUCHOWYCH W ZŁOŻONYCH SIECIACH DROGOWYCH NA PODSTAWIE ZNAJOMOŚCI NATĘŻEŃ NA ODCINKACH MIĘDZYWĘZŁOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono oryginalną metodę wyznaczania macierzy związków ruchowych opartą na minimalizacji sumy odchyłeń pomiędzy wartościami potoków zaobserwowanych, a uzyskanych w trakcie obliczeń na poszczególnych odcinkach międzywęzłowych przy założeniu minimalizacji czasu podróży dla użytkowników pojazdów indywidualnych.

ESTIMATION OF TRAFFIC RELATION MATRIX FROM LINK TRAFFIC COUNTS ON COMPLEX ROADNETS

Summary. The original method of traffic relation matrix estimation has been presented in the article. The optimisation concerns minimization of the sum of deviation between measured flows and the estimated ones at particular road links. The minimization of travel time for individual vehicles users is an assumption of the problem.

1. WPROWADZENIE

Efektywne planowanie zmian organizacji ruchu w złożonych sieciach drogowych polega na umiejętnym wykorzystaniu informacji o związkach ruchowych pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi tych sieci. Na podstawie tych danych można ocenić, w jakim stopniu zmniejszenie lub zwiększenie ruchu na jednej drodze może wpłynąć na zmianę obciążenia innych dróg.

2. POJĘCIE MACIERZY ZWIĄZKÓW RUCHOWYCH

Do opisu struktury ruchu można wykorzystać macierz związków ruchowych $Z = [z_{ij}]$ określoną dla wszystkich odcinków międzywęzłowych analizowanej sieci. Element z_{ij} wyraża wielkość wspólnego obciążenia i -tego oraz j -tego odcinka w określonej jednostce czasu. Macierz związków ruchowych Z jest symetryczna, tzn. $z_{ij} = z_{ji}$, a elementy głównej przekątnej

¹ Zakład Inżynierii Ruchu, Wydział Transportu, Politechnika Śląska, ul. Krasińskiego 8, 40 – 019 Katowice, tel. 603 41 21, mail: renzoc@polsl.katowice.pl.

z_{ij} – wyrażają obciążenie i -tego odcinka międzywęzłowego. Dla danego i prawdziwe jest ograniczenie: $z_{ij} \leq z_{ii}$. Dla wielu odcinków odległych od siebie związki ruchowe nie istnieją, tzn. $z_{ij} = 0$.

Ze względu na rozmiar macierzy Z ($n \times n$, gdzie n jest liczbą połączeń w sieci) strukturę sieci można rozłożyć na szereg mniejszych sieci o możliwych do przyjęcia rozmiarach. Przy dekompozycji należy rozwiązać niezależnie określoną liczbę zadań przy odpowiadających im zbiorach warunków ograniczających. W przypadku sieci drogowych najczęściej wykorzystuje się dwa sposoby podziału [8]: geograficzny, polegający na rozdzieleniu badanego obszaru na szereg jednostek przestrzennych, oraz hierarchiczny, opierający się na klasyfikacji drogi.

Macierze Z można budować niezależnie dla różnych grup użytkowników drogi. Tworzenie macierzy związków dla pojazdów komunikacji zbiorowej ze względu na zdeterminowany charakter rozkładu jazdy jest analogiczne do budowy macierzy Z dla ruchu kolejowego [11]. W przypadku analizy ruchu pojazdów wartości macierzy Z mają charakter przybliżony, a czynnikiem niezbędnym do ich utworzenia jest znajomość rozkładu potoków ruchu na sieci oraz macierzy podróży.

W proponowanym modelu, który jest rozwinięciem metody przedstawionej w artykule [14], macierz związków ruchowych Z określono w oparciu o następujące dane:

- struktura sieci, określona grafem skierowanym: $G(N, L)$, gdzie N jest zbiorem wierzchołków (węzłów), a L – zbiorem łuków (odcinków międzywęzłowych),
- określone pary $(a, b) \in OD$, gdzie OD jest zbiorem wszystkich relacji w analizowanej sieci,
- $f_u^{(0)}$ – zaobserwowane wartości natężeń na odcinkach międzywęzłowych $u \in L$.

Elementy macierzy $Z = [z_{ij}]$ pomiędzy dowolną parą odcinków (i, j) można określić na podstawie wzoru:

$$z_{ij} = \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{k=1}^{K_{ab}} (h_{ab})_i^{(k)} \cdot (h_{ab})_j^{(k)} \cdot p_{ab}^{(k)} \quad (1)$$

gdzie:

- K_{ab} – liczba wyznaczonych ścieżek dla pary $(a, b) \in OD$,
- $(h_{ab})_i^{(k)}, (h_{ab})_j^{(k)}$ – elementy macierzy ścieżek H ,
- $p_{ab}^{(k)}$ – element macierzy podróży P .

Wartości elementów macierzy ścieżek H wyznacza się z zależności:

$$(h_{ab})_u^{(k)} = \begin{cases} 1, & \text{gdy odcinek } u \in \text{ścieżki w } k\text{-tej iteracji dla relacji } (a, b) \in W^{(k)} \\ 0, & \text{gdy odcinek } u \notin \text{ścieżki w } k\text{-tej iteracji dla relacji } (a, b) \in W^{(k)} \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

- $W^{(k)}$ – zbiór relacji (a, b) w k -tym kroku iteracyjnym.

3. WYZNACZANIE MACIERZY PODRÓŻY

Klasyczne metody wyznaczania macierzy podróży [2, 4] oraz ich modyfikacje znalazły zastosowanie w wielu aplikacjach komputerowych służących do prognozowania oraz

kompleksowych analiz ruchu drogowego. Część z nich opiera się na czterofazowej procedurze modelowania ruchu (generacja, rozkład przestrzenny podróży, podział podróży na środki transportu, rozkład ruchu na sieć drogową) [1]. Wśród najczęściej stosowanych w Polsce pakietów komputerowych należy wymienić EMME/2, PTV VISION, SATURN i TRIPS [3].

Metody klasyczne wymagają znajomości szeregu parametrów charakteryzujących atrakcyjność komunikacyjną danego rejonu oraz szczegółowych danych, które często są trudne do określenia [7]. Dlatego w latach osiemdziesiątych obok metod klasycznych nastąpił rozwój metod wyznaczania macierzy podróży w oparciu o znajomość natężeń na poszczególnych odcinkach międzywęzłowych analizowanej sieci drogowej [5, 6, 10, 12, 13]. W modelach tych do wyznaczania czasu podróży na odcinku międzywęzłowym najczęściej wykorzystuje się funkcję BPR [9], która uwzględnia wpływ stopnia wykorzystania przepustowości tego odcinka.

W proponowanym modelu macierz podróży P wyznaczana jest przez rozwiązanie problemu optymalizacyjnego polegającego na minimalizacji funkcji celu F , wyrażającej sumę odchyień pomiędzy wartościami potoków zaobserwowanych a uzyskanych w trakcie obliczeń na poszczególnych odcinkach międzywęzłowych przy założeniu minimalizacji czasu podróży dla użytkowników pojazdów indywidualnych. Funkcja celu F ma postać:

$$F = \sum_{u \in L} \left[f_u^{(0)} - \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{k=1}^{K_{ab}} (h_{ab})_u^{(k)} \cdot P_{ab}^{(k)} \right] \quad (3)$$

przy spełnieniu warunków:

$$f_u^{(0)} \geq 0, \quad \forall u \in L \quad (4)$$

$$P_{ab}^{(k)} \geq 0, \quad \forall (a,b) \in OD \quad (5)$$

$$\sum_{(a,b) \in OD} \sum_{k=1}^{K_{ab}} (h_{ab})_u^{(k)} \cdot P_{ab}^{(k)} \leq f_u^{(0)}, \quad \forall u \in L \quad (6)$$

Kryterium minimalizacji czasu podróży dla użytkowników pojazdów indywidualnych realizowane jest w sposób iteracyjny przez analizę i wybór optymalnych dróg dla każdej z relacji $(a, b) \in N^{(k)}$ w kolejnych krokach. Czas przejazdu odcinka międzywęzłowego wyznaczono w zależności od obciążenia tego odcinka, wykorzystując szeroko stosowaną funkcję opracowaną przez BPR [9] określoną wzorem:

$$t_u^{BPR}(f_u^{(0)}) = t_u(0) \cdot \left[1,0 + 0,15 \cdot \left(\frac{f_u^{(0)}}{C_u} \right)^4 \right] \quad [s] \quad (7)$$

gdzie:

$t_u(0)$ - czas przejazdu odcinka międzywęzłowego u przy ruchu swobodnym,

C_u - przepustowość odcinka międzywęzłowego u .

Wielkości potoków dla każdej relacji (a, b) mogą być różne w poszczególnych przedziałach czasowych. Przy określaniu związków ruchowych należy brać pod uwagę te interwały, w których związki te są najsilniejsze. Dlatego zazwyczaj bada się sieć biorąc pod uwagę natężenia w godzinie szczytowej [4].

Opracowana metoda ma charakter iteracyjny i uwzględnia optymalny rozkład potoków ruchu w każdym kroku iteracyjnym. Ze względu na trudności związane z weryfikacją modelu w warunkach rzeczywistych, należy podkreślić, że metoda ma charakter przybliżony, a ostateczna wartość funkcji celu zależy od wyboru relacji (a, b) przyjętych do analizy w kolejnych krokach iteracyjnych. Metoda zakłada znajomość obciążeń wszystkich odcinków międzywęzłowych analizowanego fragmentu sieci.

Procedury obliczeniowe opierają się częściowo na metodzie ograniczonych przepustowości, przy czym ograniczeniem nie są przepustowości, ale zaobserwowane obciążenia odcinków międzywęzłowych $f_u^{(0)}$. Schemat metody przedstawiono na rys.1.

Bezpośrednio po wprowadzeniu danych można wyznaczyć wartość funkcji celu $F^{(0)}$ na podstawie zależności:

$$F^{(0)} = \sum_{u \in L} f_u^{(0)} \quad (8)$$

Jest to górne ograniczenie wartości funkcji F .

W pierwszym kroku iteracyjnym wyznaczane są najkrótsze ścieżki pomiędzy wszystkimi założonymi relacjami $(a, b) \in OD$. Funkcją charakterystyczną dla każdego odcinka międzywęzłowego jest czas podróży $t_u^{BPR}(f_u^{(0)})$.

Przez $W^{(k)}$ ($W^{(k)} \subset OD$) oznaczono zbiór relacji (a, b) , dla których określono najkrótsze ścieżki w k -tej iteracji, natomiast $w^{(k)}$ oznacza liczbę wyznaczonych ścieżek w k -tej iteracji. W pierwszym kroku iteracji $w^{(0)}$ jest równa założonej liczbie relacji (a, b) w zbiorze OD . W kolejnych krokach ze względu na zmianę struktury sieci zbiór $W^{(k)}$ oraz liczba wyznaczanych ścieżek $w^{(k)}$ mogą się zmniejszać. Gdy $w^{(k)}$ osiąga wartość 0, oznacza to, że zbiór $W^{(k)}$ jest pusty i algorytm zostaje zakończony.

Najkrótsze czasowo ścieżki wyznaczone w k -tym kroku iteracji zostają zapisane w postaci macierzy ścieżek $H^{(k)}$ zgodnie z zależnością (2). W każdym k -tym kroku iteracji następuje analiza wykorzystania wyznaczonych najkrótszych czasowo ścieżek dla relacji $(a, b) \in W^{(k)}$ na podstawie czasu podróży. Dla każdej relacji (a, b) przyjęto współczynnik $\beta_{ab}^{(k)}$ określający dopuszczalny stopień wzrostu czasu podróży ścieżką w k -tej iteracji w stosunku do czasu podróży ścieżką globalnie najkrótszą dla tej relacji na podstawie wzoru:

$$\beta_{ab}^{(k)} = \frac{t_{ab}^{(k)}}{t_{ab}^{(0)}} \quad (9)$$

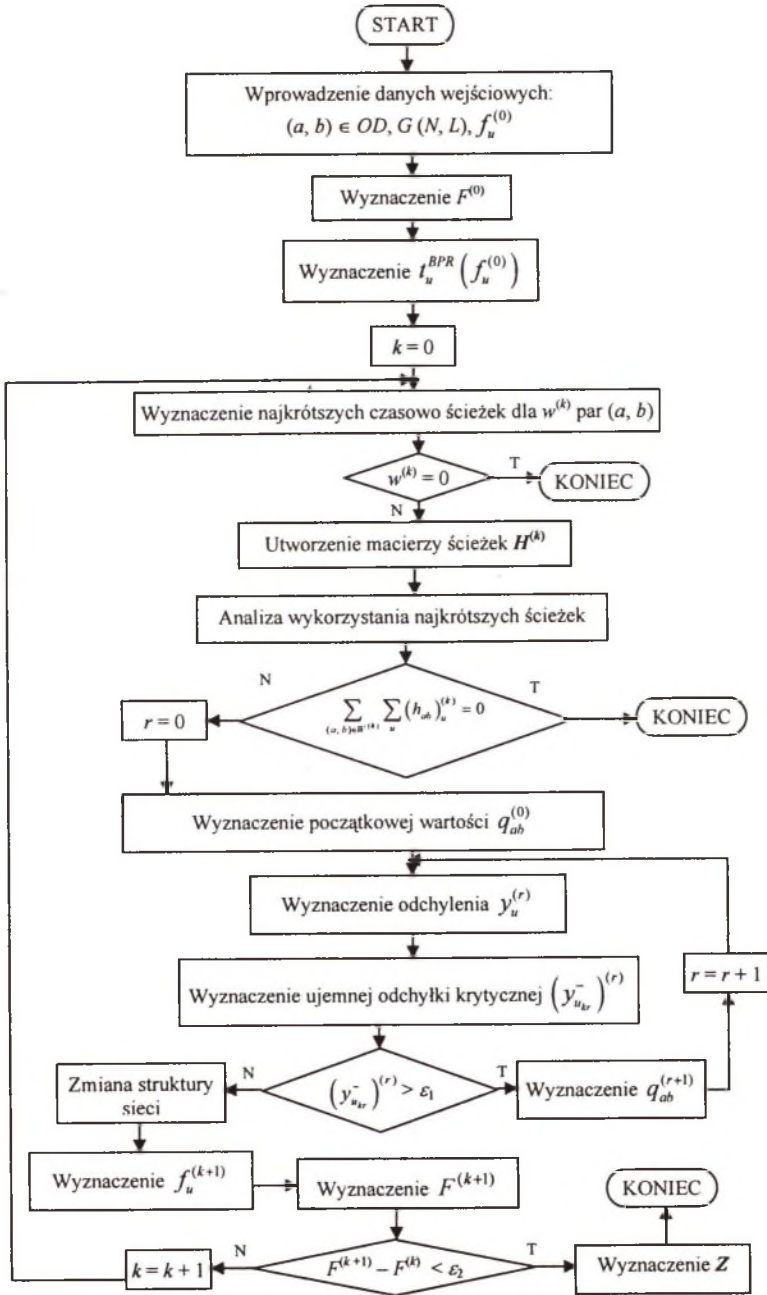
gdzie:

$$t_{ab}^{(k)} = \sum_u (h_{ab})_u^{(k)} \cdot t_u^{BPR}(f_u^{(0)}) \quad \forall (a, b) \in W^{(k)} \quad [s] \quad (10)$$

Prawdopodobieństwo wyboru przez użytkowników sieci wyznaczonej ścieżki maleje wraz ze wzrostem wartości współczynnika $\beta_{ab}^{(k)}$. Przyjmując pewną wartość graniczną β_{gr} , można określić warunek wykorzystania danej ścieżki jako:

$$\beta_{ab}^{(k)} < \beta_{gr} \quad (11)$$

Jeżeli dla wyznaczonej ścieżki warunek (11) nie jest spełniony, następuje jej usunięcie z macierzy $H^{(k)}$.



Rys.1. Schemat metody wyznaczania macierzy związków ruchowych Z
 Fig.1. The scheme of traffic relation matrix Z estimation

W przypadku gdy:

$$\sum_{u \in L} (h_{ab})_u^{(k)} = 0 \quad (12)$$

następuje zakończenie pracy algorytmu.

W analizie sieci transportowej potoki określają liczbę osób lub pojazdów przemieszczających się z punktu źródłowego do miejsca przeznaczenia [8]. Opisana metoda zakłada, że maksymalna wielkość potoku $q_{ab}^{(r)}$ dla każdej relacji $(a, b) \in W^{(k)}$ na wyznaczonej ścieżce jest równa minimalnej wartości natężeń na jej odcinkach składowych. Zgodnie z tym wielkość początkową potoku $q_{ab}^{(0)}$ wyznaczono z zależności:

$$q_{ab}^{(0)} = \min_u \left[(h_{ab})_u^{(k)} \cdot f_u^{(k)} \right] \quad \forall (a, b) \in W^{(k)} \quad (13)$$

Spełnienie założenia (6) realizowane jest iteracyjnie przez odpowiednią modyfikację wielkości potoku $q_{ab}^{(r)}$ dla relacji (a, b) . W kolejnych r -tych iteracjach dla wszystkich odcinków międzywęzłowych u należy wyznaczyć odchylenia $y_u^{(r)}$ od wartości pomiarowych według wzoru:

$$y_u^{(r)} = f_u^{(k)} - \sum_{(a,b) \in W^{(k)}} (h_{ab})_u^{(k)} \cdot q_{ab}^{(r)} \quad (14)$$

Maksymalną wartość odchylenia ujemnego od wartości pomiarowych można określić jako **ujemną odchyłkę krytyczną** $(y_{u_{kr}}^-)^{(r)}$:

$$(y_{u_{kr}}^-)^{(r)} = \max_u |y_u^{(r)}| \quad (15)$$

przy założeniu:

$$f_u^{(k)} < \sum_{(a,b) \in W^{(k)}} (h_{ab})_u^{(k)} \cdot q_{ab}^{(r)} \quad (16)$$

Odcinek, dla którego odchylenie obciążenia od wartości pomiarowej jest ujemną odchyłką krytyczną $(y_{u_{kr}}^-)^{(r)}$, nazwano **odcinkiem krytycznym** u_{kr} . W przypadku gdy ujemna odchyłka krytyczna $(y_{u_{kr}}^-)^{(r)}$ jest większa od pewnej założonej dokładności ε_1 , należy odpowiednio zmniejszyć wartości potoków przejeżdżających przez odcinek krytyczny u_{kr} . Wprowadzając stałą dla r -tej iteracji parametr $\alpha^{(r)}$ równy:

$$\alpha^{(r)} = \frac{\sum_{(a,b) \in W^{(k)}} (h_{ab})_{u_{kr}}^{(k)} \cdot q_{ab}^{(r)}}{f_{u_{kr}}^{(k)}} \quad (17)$$

gdzie:

$f_{u_{kr}}^{(k)}$ - ustalona wartość natężenia na odcinku krytycznym u_{kr} w k -tym kroku iteracyjnym;

dla $k = 0$ wartość ta odpowiada zaobserwowanej wielkości pomiarowej,

należy dla każdej relacji $(a, b) \in W^{(k)}$, dla której $(h_{ab})_{u_{kr}}^{(k)} = 1$, wyznaczyć nowe wartości potoków według wzoru:

$$q_{ab}^{(r+1)} = \frac{q_{ab}^{(r)}}{\alpha^{(r)}} \quad (18)$$

Gdy wielkości potoków zostały zmodyfikowane w ten sposób, że żadna ujemna odchyłka krytyczna $(y_{uv}^-)^{(r)}$ nie jest większa od pewnej założonej dokładności ε_1 , należy przyjąć wyznaczone w ostatniej r -tej iteracji potoki $q_{ab}^{(r)}$ jako elementy wyjściowej macierzy podróży P , tzn.:

$$p_{ab}^{(k)} = q_{ab}^{(r)} \quad \forall (a, b) \in W^{(k)} \quad (19)$$

oraz zmodyfikować strukturę sieci wyjściowej przez usunięcie odcinków, dla których spełniony jest warunek:

$$|y_u^{(r)}| < \varepsilon_1 \quad (20)$$

Modyfikacji ulegają również wartości natężeń na odcinkach międzywęzłowych. Ponieważ żadne odchylenie $y_u^{(r)}$ wyznaczone w ostatnim r -tym kroku iteracji nie jest ujemne, można przyjąć:

$$f_u^{(k+1)} = y_u^{(r)} \quad (21)$$

a nową wartość funkcji celu $F^{(k+1)}$ wyznaczyć jako:

$$F^{(k+1)} = \sum_u f_u^{(k+1)} \quad (22)$$

W przypadku gdy wartość nowo obliczonej funkcji celu nie różni się od wartości wyznaczonej w poprzedniej iteracji o pewną założoną dokładność ε_2 :

$$F^{(k+1)} - F^{(k)} < \varepsilon_2 \quad (23)$$

następuje zakończenie algorytmu. W przeciwniej sytuacji należy przy zmienionej strukturze sieci przejść do kolejnej iteracji.

Ostatnim etapem jest wyznaczenie macierzy Z zgodnie z zależnością (1). Należy jednak pamiętać, że najsilniejsze związki ruchowe występują pomiędzy sąsiednimi odcinkami sieci. W opisanej metodzie wspólne natężenie pary sąsiadujących odcinków (i, j) określane jest na podstawie analizy natężenia w węzle łączącym te odcinki.

4. PODSUMOWANIE

Poprzednia wersja metody [14] uwzględniała tylko jedną ścieżkę pomiędzy parą relacji $(a, b) \in OD$, zakładała stały udział składowych potoku na odcinku międzywęzłowym oraz nie badała wartości odchylen między obliczonymi wartościami potoków a wartościami pomiarowymi. Przedstawiony w artykule model analizuje dowolną liczbę ścieżek pomiędzy parą węzłów $(a, b) \in OD$ (przy czym liczba ta może być różna dla każdej relacji), a optymalizacja polega na minimalizacji odchylen między wartościami potoków zaobserwowanych a uzyskanych w trakcie obliczeń.

Otrzymana na podstawie przedstawionej metody macierz związków ruchowych Z określa wspólne obciążenie dwóch odcinków zarówno na podstawie macierzy podróży, jak i związków pomiędzy sąsiednimi odcinkami.

Literatura

1. Jastrzębski W., Marganiec M., Suchorzewski W.: Modelowanie ruchu w wycinku sieci ulic przy zastosowaniu pakietu programów QRS. Modelowanie procesów ruchu. Praca zb. pod red. M. Tracza, Zeszyt Naukowy Politechniki Krakowskiej, Kraków 1990.
2. Komar Z., Wolek Cz.: Inżynieria ruchu drogowego – wybrane zagadnienia. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994.
3. Krystek R.: Węzły drogowe i autostradowe. WKiŁ, Warszawa 1998.
4. Podoski J.: Transport w miastach. WKiŁ, Warszawa 1985.
5. Sherali H.D., Narayanan A., Sivanandan R.: Estimation of origin-destination trip-tables based on partial set of traffic link volumes. *Transportation Research*, 37B, 2003, pp. 815-836.
6. Sherali H.D., Sivanandan R., Hobeika A.G.: A linear programming approach for synthesizing origin destination (O-D) trip-tables from link traffic volumes. *Transportation Research*, 28B, 1994, pp. 213-233.
7. Starowicz W., Rudnicki A., Janecki R.: Kompleksowe badania ruchu w Katowicach i Siemianowicach Śląskich. Synteza wyników. Praca zbiorowa. Zeszyty Naukowo-Techniczne Oddziału SITK w Krakowie, Zeszyt 73, Kraków 1999.
8. Steenbrink P.: Optymalizacja sieci transportowych. WKiŁ, Warszawa 1978.
9. *Traffic Assignment Manual*. Bureau of Public Road. U.S. Dept. of Commerce. Urban Planning Division, Washington, D.C. 1964.
10. Van Zuylen H.J., Willumsen L.G.: The most likely trip matrix estimated from traffic-counts. *Transportation Research*, 14B, 1980, pp. 291-293.
11. Woch J., Heinrich L., Baron K.: Temat nr 3144/16. Metody i narzędzia informatyczne planowania i organizacji zamknięć torowych. Prace naukowo-badawcze i rozwojowe Centralnego Ośrodka Badań i Rozwoju Techniki Kolejnictwa. Katowice 1984.
12. Yang H.: Heuristic algorithms for the bilevel origin-destination matrix estimation problem. *Transportation Research*, 29B, 1995, pp. 231-242.
13. Yang H., Sasaki T., Iida Y.: Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts in congested networks. *Transportation Research*, 26B, 1992, pp. 417-434.
14. Żochowska R.: Wyznaczanie macierzy związków ruchowych w gęstych sieciach drogowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, Zeszyt nr 44, Gliwice 2002.

Abstract

The structure of roadnet may be described by traffic relation matrix that determines common traffic volume of two sections. The original method estimates the matrix based on link traffic volume analysis. Minimization of the deviations between measured flows and estimated ones is the criterion of optimisation problem. Building the model traffic relations between adjacent links has been also taken into account.