

Jerzy ZABOROWSKI

MATEMATYCZNE MODELOWANIE SAMOWZBUDNYCH DRGAŃ W UKŁADZIE NAPĘDOWYM LOKOMOTYWY

Streszczenie. W artykule został zaprezentowany matematyczny model asymetrycznego układu napędowego lokomotywy uwzględniający zjawiska towarzyszące toczeniu się sztywnych kół po wzdłużnie sprężyste odkształcalnym podłożu. Takie sformułowanie opisu matematycznego układu napędowego pozwala na badanie drgań obrotowych koła spowodowanych siłą tarcia powstającą w obszarze styku koła z szyną. W rozpatrywanym układzie koło – szyna przyjęto, że wykres związku między współczynnikiem tarcia a prędkością poślizgu ma charakter opadający co, oznacza, że siła tarcia maleje wraz z prędkością poślizgu.

MATHEMATICAL MODELLING OF SELF-EXCITED VIBRATION IN LOKOMOTIVE POWER TRANSMISSION SYSTEM

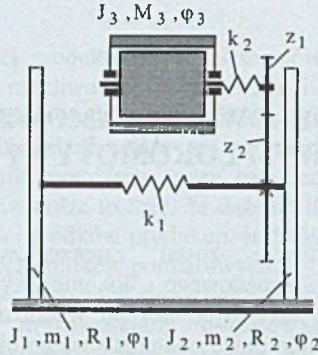
Summary. This paper presents simple mathematical model asymmetrical lokomotive power transmission system, which are destined for describing of self-excited, rotational vibrations during power transmission to elastically, torsionally deformable wheelset. Additionally is presented simple mathematical model describing non – stationary development of the traction force between rigid wheel and tangential deformable substrate, with falling friction force characteristics.

1. WSTĘP

W niniejszym artykule zostanie przedstawiony matematyczny model asymetrycznej struktury układu napędowego lokomotywy, służący zbadaniu samowzbudnych drgań skrętnych zestawu kół towarzyszących toczeniu się kół po sprężyste, wzdłużnie odkształcalnym podłożu. Jako model napędu przyjęto układ mechaniczny w postaci umożliwiającej uwydatnienie istoty rozpatrywanych zjawisk. W modelu matematycznym przyjęto szereg założeń upraszczających, z których najistotniejsze są założenie o wzdłużnej sprężystej odkształcalności podłoża (szyny) i o poruszaniu się kół jezdnych ruchem prostoliniowym w jednej płaszczyźnie.

2. MATEMATYCZNY MODEL UKŁADU NAPĘDOWEGO LOKOMOTYWY

Struktura mechaniczna obiektu reprezentowana jest przez dyskretny model obliczeniowy o czterech stopniach swobody. Elementy składowe oraz współrzędne uogólnione modelu pokazano na rys.1.



Rys. 1. Schemat asymetrycznego układu napędowego
Fig.1. Schema of asymmetrical power transmission system

Do opisu ruchu przyjęto następujący zestaw współrzędnych:

$$X = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, x]^T \quad (1)$$

gdzie: φ_1 – kąt obrotu lewego koła zestawu kół,
 φ_2 – kąt obrotu prawego koła zestawu kół,
 φ_3 – kąt obrotu wirnika silnika,
 x – przemieszczenie środka masy zestawu kół.

Równania ruchu układu opisuje układ czterech równań różniczkowych zwyczajnych 2 rzędu:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + k_1 \varphi_1 - k_2 \varphi_2 = -T_1 R_1 \quad (2)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 - k_1 \varphi_1 + \left(k_1 + \frac{k_2}{i^2} \right) \varphi_2 - \frac{k_2}{i} \varphi_3 = -T_2 R_2 \quad (3)$$

$$J_3 \ddot{\varphi}_3 - \frac{k_2}{i} \varphi_2 + k_2 \varphi_3 = M_3(t) \quad (4)$$

$$m \ddot{x} = T_1 + T_2 - F_{op}(\dot{x}) \quad (5)$$

gdzie: k_1, k_2 – odpowiednio sztywności skrętnic zestawu kół i sprzęgła,
 R_1, R_2 – promienie toczenia odpowiednio 1 i 2 koła w zestawie kół,
 $M_3(t)$ – moment napędowy silnika elektrycznego,
 F_{op}, T_1, T_2 – odpowiednio siła oporów ruchu oraz siły tarcia suchego odpowiednio na 1 i 2 kole w zestawie kół.

Układ równań (2) - (5) jest rozwiązywalny pod warunkiem uzupełnienia go opisem sił tarcia suchego T_1 i T_2 . Opis sił tarcia stanowi oddzielne zagadnienie, które zostanie przedstawione w rozdziale 3.

W ogólności przedstawione równania w zapisie macierzowym mają postać:

$$M\ddot{X} + KX + HT = F \tag{6}$$

gdzie:

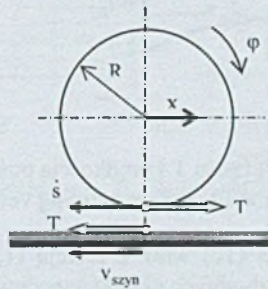
$$X = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, x]^T, \quad M = \text{diag}(J_1, J_2, J_3, m) \tag{7}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + \frac{k_2}{i^2} & -\frac{k_2}{i} & 0 \\ 0 & -\frac{k_2}{i} & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$T = [T_1, T_2]^T, \quad F = [0, 0, M_3(t), -F_{op}(\dot{x})]^T \tag{9}$$

3. MODEL CIERNEJ WSPÓŁPRACY KOŁA Z PODŁOŻEM

W celu wyznaczenia sił tarcia zostanie rozpatrzony model koła toczącego się po szynie przedstawiony w pracach [1], [3]. Istotną cechą tego modelu jest punktowy styk koła z szyną oraz wzdłużna odkształcalność szyny. Na rysunku 3 przedstawione zostało koło toczące się po odkształcalnym wraz z zaznaczonymi charakterystycznymi prędkościami punktów koła i szyny.



Rys. 2. Sztywne koło toczące się po wzdłużnie sprężyste odkształcalnym podłożu i prędkości w sąsiedztwie punktu styku koła z podłożem

Fig.2. Rigid wheel rolling on tangential deformable substrate and velocities in contiguity of contact point

gdzie: $\dot{s} := R\dot{\varphi} - \dot{x}$ - prędkość ślizgania punktu należącego do koła,
 v_{szyn} - prędkość punktu związanego z odkształcalnym podłożem (szyną).

Prędkość punktu podłoża zgodnie z założeniem o jego wzdłużnej sprężystej odkształcalności wyrażona jest w zależności od siły tarcia i pochodnej siły tarcia [1], [3], [4].

$$v_{szyn} = \alpha |\dot{x}| T + \beta \dot{T} \tag{10}$$

gdzie: α, β - parametry charakteryzujące odkształcalność szyny.

Dla określenia siły tarcia skorzystamy z bilansu prędkości sztywnego koła po odkształcalnym podłożu oraz zależności między siłą tarcia a prędkością ślizgania.

$$v_{\text{poś}} = \dot{s} - v_{\text{szyn}} \quad (11)$$

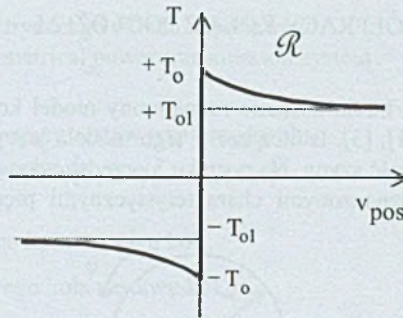
Prędkość poślizgu koła po szynie jest równa różnicy prędkości punktów koła i szyny, tzn. (11). Po uwzględnieniu tego związku we wzorze (10) otrzymujemy równanie (12)

$$\beta \dot{T} + \alpha |\dot{x}| T + v_{\text{poś}} = \dot{s} \quad (12)$$

i

$$(v_{\text{poś}}, T) \in \mathcal{R} \quad (13)$$

Pomiędzy siłą tarcia T a prędkością poślizgu $v_{\text{poś}}$ występuje związek [2], który jest określony wykresem pokazanym na rys. 3. Wartości T_0 i T_{01} zaznaczone na wykresie wyznaczają graniczne wartości siły tarcia. W niniejszych rozważaniach siła tarcia zależy od prędkości poślizgu i ma charakter opadający, co oznacza, że jej wartość zmniejsza się wraz ze wzrostem prędkości poślizgu.

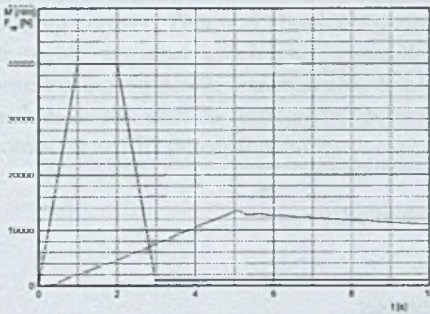


Rys. 3. Związek pomiędzy siłą tarcia T i prędkością poślizgu $v_{\text{poś}}$

Fig. 3. Relation between friction force T and sliding velocity $v_{\text{poś}}$

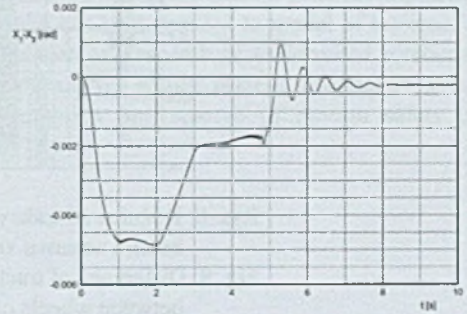
Równania (2), (3), (4), (5) oraz (12) wraz z relacją (13) stanowią pełny opis modelu, służącego do badania drgań samowzbudnych układu napędowego lokomotywy.

4. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ UZYSKANE DLA PREZENTOWANEGO MODELU



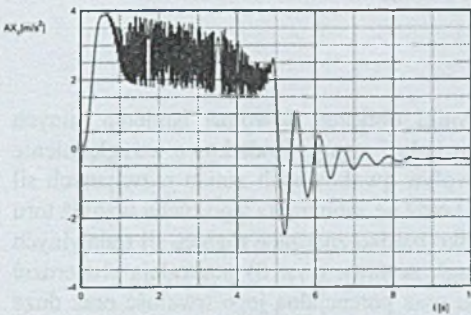
Rys. 4. Przebieg momentu silnika i sił oporów ruchu

Fig. 4. Engine torque and resistive force



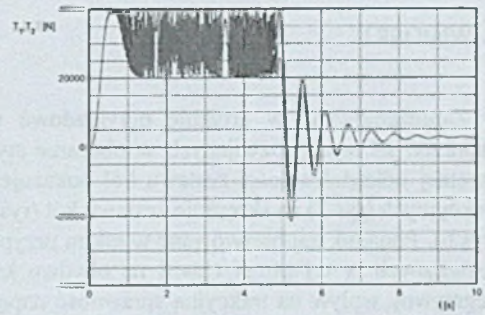
Rys. 5. Kąt skręcania osi zestawu kół oporów ruchu

Fig. 5. Torsional angle of wheelset axle



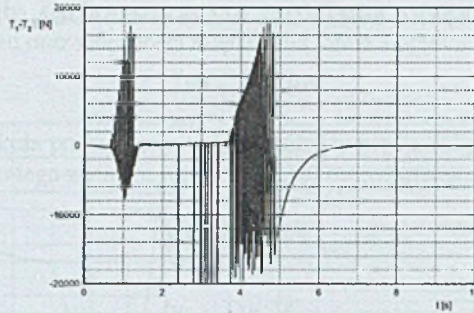
Rys. 6. Przyspieszenie postępowe środka masy zestawu

Fig. 6. Linear acceleration of wheelset



Rys. 7. Siły trakcyjne na poszczególnych kołach zestawu kół

Fig. 7. Traction forces on both wheels



Rys. 8. Różnica sił trakcyjnych między kołami zestawu kół

Fig. 8. Difference of traction forces between wheels of wheelset

5. WNIOSKI

Zaprezentowane w artykule przykładowe wyniki obliczeń dowodzą istnienia silnych zaburzeń sił tarcia rozwijanych w obszarze styku koła i szyny. Dodatkowo uwzględnienie skrętnego odkształcalności zestawu kół pokazuje wpływ gwałtownych zmian rozwijanych sił trakcyjnych (rys.7) na skręcanie zestawu kół (rys.5) oraz na zaburzenia jego ruchu wzdłuż toru (rys.6). Ponadto, zaobserwowane w takim przypadku bardzo znaczące różnice sił trakcyjnych rozwijanych w tej samej chwili na obydwu kołach zestawu (rys. 8) pozwalają stwierdzić negatywny wpływ na trakcyjną sprawność napędu oraz potencjalną jego trwałość oraz duże prawdopodobieństwo zmniejszenia zapasu bezpieczeństwa ruchu pojazdu jako takiego.

Literatura

1. Grzesikiewicz W., Piotrowski J.: On the development of the traction force between wheel and substrate. A selection of simple mathematical models. Warsaw, Machine Dynamics Problems, Vol. 17, 1997, 37-52.
2. Grzesikiewicz W.: Modelowanie samowzbudnych drgań koła pojazdu. Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, Sympozjon Modelowanie w Mechanice, Wisła 2004.
3. Grzesikiewicz W.: Hamulce pojazdów szynowych. Wydawnictwa PW, Warszawa 1982.
4. Johnson K.L., Vermuelen P.J.: Contact of non-spherical bodies transmitting tangential force, 1964, Journal of Applied Mechanics, 6, 338 – 340.
5. Kalker J.J.: Three – Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht/Boston/London 1990.

Abstract

This paper presents simple mathematical model asymmetrical lokomotive power transmission system, which are destined for describing of self-excited, rotational vibrations

during power transmission to elastically, torsionally deformable wheelset. Additionally is presented simple mathematical model describing non – stationary development of the traction force between rigid wheel and tangential deformable substrate, with falling friction force characteristics. Such a model allows on analysis of the creep phenomenon which is appearing in rolling contact. This non classical friction model has been applied to model of torsionally deformable wheelset which cause more deep mechanical research of self-excited rotational vibrations during power transmission. Example calculation results present information about possible lower traction efficiency, potential durability and reserve of motion safety of locomotive and its power transmission system.