

Tomasz KUMINEK

WPLYW DYSKRETYZACJI MES NA BŁĄD OBLICZEŃ NAPRĘŻEŃ KONTAKTOWYCH W PROGRAMIE MSC.MARC

Streszczenie. W artykule przedstawiono porównanie naprężeń kontaktowych policzonych metodą analityczną wg teorii Hertza oraz za pomocą MES wykorzystując program MSC.MARC.

THE IMPACT OF THE FEM DISCRETIZATION ON THE DEVIATION OF CONTACT STRESSES CALCULATION IN THE MSC MARC PROGRAMME

Summary. The paper presents contact stresses analysed by the help of Herz Theory by comparison with the stresses, calculated numerically using FEM in MSC.MARC.

1. WSTĘP

W modelowaniu przy użyciu metody elementów skończonych istotnym elementem jest odpowiednie dobranie gęstości siatki, ponieważ jej gęstość ma znaczący wpływ na dokładność obliczeń.

Oszacowanie błędu obliczeń numerycznych naprężeń kontaktowych dla nieskomplikowanych przypadków, takich jak np. dwa dociskane walce, jest stosunkowo proste, gdyż można porównać wyniki otrzymane w MES z obliczeniami analitycznymi. Jednak gdy mamy do czynienia z bardzo skomplikowanym modelem, jakim jest np. kontakt koła z szyną, wyznaczenie błędu obliczeń numerycznych jest praktycznie niemożliwe.

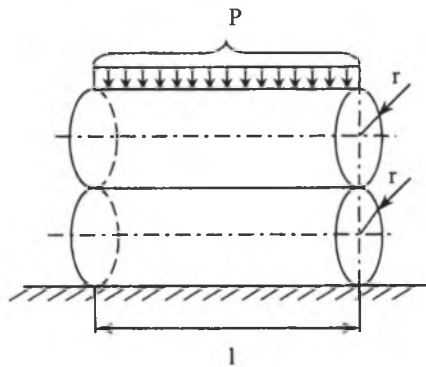
W celu rozwiązania zagadnienia kontaktowego pomiędzy kołem a szyną w pierwszym etapie pracy zbudowano model testowy w postaci dwóch dociskanych walców, na przykładzie którego została dobrana gęstość siatki i wzajemne położenie węzłów w kontakcie.

W artykule przedstawiono porównanie naprężeń kontaktowych policzonych metodą analityczną wg teorii Hertza i policzonych za pomocą MES wykorzystując program MSC.MARC.

2. OBLICZENIA ANALITYCZNE WG TEORII HERTZA

Obliczenia analityczne wykonano dla dwóch dociskanych walców o następujących parametrach (rys. 1): $r = 0,5$ [m], długości $l = 10$ [m]; siła docisku $P = 1e^8$ [N]; materiał stal; moduł Younga $E = 2e^{11}$ [Pa]; stała Poissona 0,32.

Walce wykonane są z takich samych materiałów i pomiędzy nimi nie występuje siła tarcia.



Rys. 1. Model analityczny

Fig. 1. Analytical model

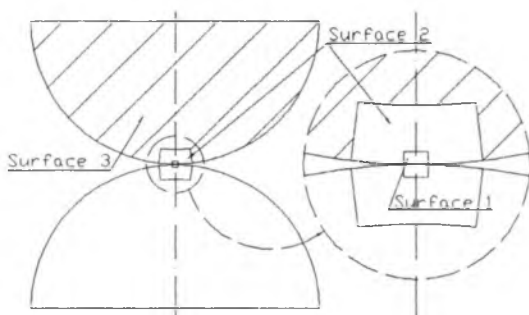
Naprężenia dociskowe wg teorii Hertza, dla przypadku dwóch stykających się walców o jednakowych promieniach oraz wykonanych z tych samych materiałów, obliczono wg wzoru [1]:

$$\sigma_{\max} = 0,5642 \sqrt{\frac{PE}{lr(1-\nu^2)}} \quad (1)$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy maksymalne naprężenie kontaktowe $\sigma_{\max} = 1,191 e^{10}$ [Pa].

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE

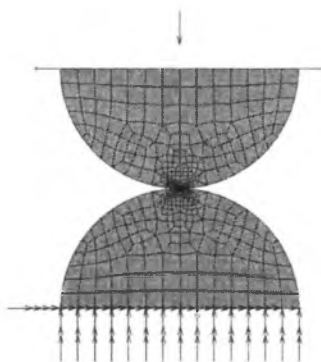
Do wykonania numerycznego modelu dwóch dociskanych walców wykorzystano program MSC.visualNASTRAN for Windows, w którym założono płaski stan naprężeń „plan strain”, oraz wykonano siatkę elementów skończonych. Dla uproszczenia modelu rozpatrywano dwa identyczne półwalce, które podzielono na trzy strefy w celu możliwości zagęszczania siatki elementów skończonych w określonym miejscu modelu (rys. 2).



Rys. 2. Podział elementu na strefy

Fig. 2. Zonation of the element

Następnie tak przygotowany model wyeksportowano do programu MSC.MARC, gdzie zadano warunki brzegowe oraz wykonano obliczenia naprężeń kontaktowych. Na rys. 3 przedstawiono model zbudowany w MSC.MARC.



Rys. 3. Model w MSC. MARC

Fig. 3. Model generated in MSC. MARC

Badania testowe naprężeń kontaktowych wykonano dla czterech modeli walców o różnej liczbie par węzłów (od 5 do 9) w kontakcie po obciążeniu. Początkowo założono, że węzły w kontakcie pomiędzy górnym i dolnym walcem pokrywają się (numer testu 1,3), a następnie policzono te same modele dokonując modyfikacji siatki w dolnym walcu zwiększając ilość elementów tak, że węzły w kontakcie nie pokrywały się (numer testu 2,4). Wyniki tych obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wyniki obliczeń dla różnych gęstości siatek oraz różnego położenia węzłów w kontakcie

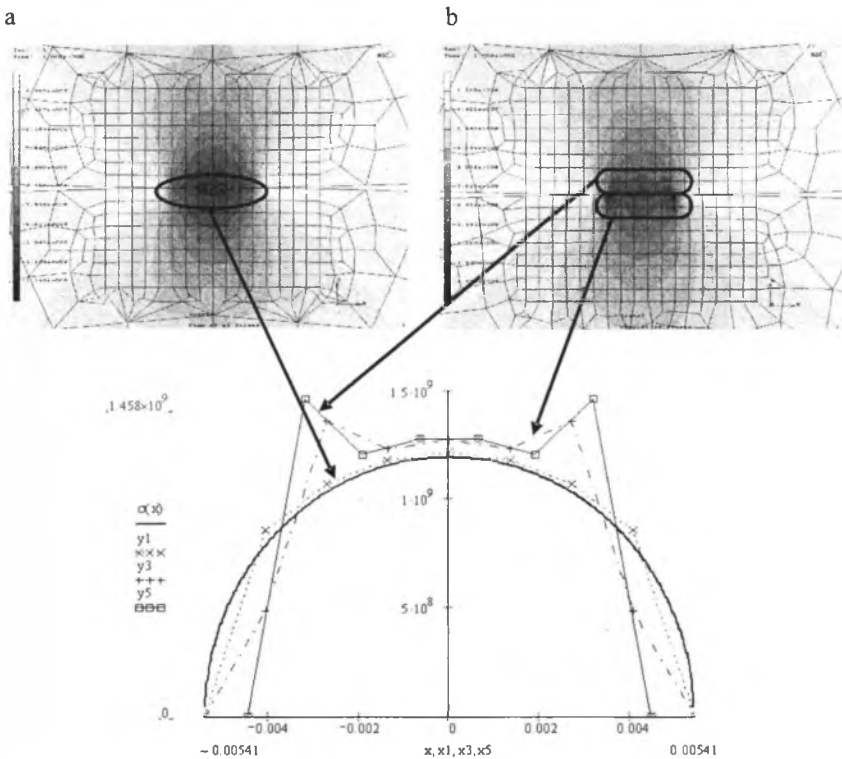
Numer testu	Liczba elementów w strefie I	Liczba węzłów w kontakcie po obciążeniu	Odległość węzła od środka [m]	Węzłowa siła kontaktowa [N]	Maksymalne naprężenie σ_{yy} [Pa]	Błąd obliczeń [%]
1	128	7	0	1,639e7	1,214e9	5,13
			0,00135	1,588e7	1,176e9	
			0,0027	1,442e7	1,068e9	
			0,00405	1,150e7	8,519e8	
			0,0054	0	0	
2	128	7	0	1,7152e7	1,2705e9	19,025
			0,00135	1,6604e7	1,2299e9	
			0,0027	1,8273e7	1,3536e9	
			0,00405	6,5353e6	4,8410e8	
			0,0054	0	0	
	153	6	0,000635	1,6198e7	1,2754e9	26,543
			0,001905	1,5267e7	1,2021e9	
			0,003175	1,8522e7	1,4584e9	
			0,004445	0	0	
			0	0	0	
3	200	9	0	1,304e7	1,207e9	3,57
			0,00108	1,277e7	1,182e9	
			0,00216	1,196e7	1,107e9	
			0,00324	1,056e7	9,778e8	
			0,00432	8,182e6	7,576e8	
			0,0054	0	0	
4	200	9	0	1,3368e7	1,2378e9	15,414
			0,00108	1,3640e7	1,2630e9	
			0,00216	1,2404e7	1,1485e9	
			0,00324	1,3285e7	1,2301e9	
			0,00432	4,4492e6	4,1196e8	
			0,0054	0	0	
	231	8	0,000515	1,2753e7	1,2382e9	19,182
			0,001545	1,2402e7	1,2041e9	
			0,002575	1,1448e7	1,1115e9	
			0,003605	1,3379e7	1,2989e9	
			0,004635	0	0	
			0	0	0	
			0	0	0	

Błąd obliczeń oszacowano na podstawie różnicy pól powierzchni rozkładów naprężeń według wzoru [2]

$$\delta = \frac{\int_{-b}^{2b} [\sigma_{yy}(x) - y(x)] dx}{\int_{-b}^b \sigma_{yy}(x) dx} \times 100\% \quad (2)$$

gdzie: σ_{yy} – naprężenie normalne [Pa], $y(x)$ – odległość [m].

Obliczenia tych błędów wykonano w programie MathCAD, gdzie narysowano rozkłady naprężeń dla poszczególnych eksperymentów. Na rysunku 4 przedstawiono rozkład naprężeń dla modelu 1 ze zgodnymi siatkami oraz dla modelu 2 z siatkami niezgodnymi, tzn. przesuniętymi względem siebie.



Rys. 4. Rozkład naprężeń kontaktowych dla policzonych modeli w porównaniu z rozkładem Hertza:

- a) rozkład dla siatek uzgodnionych,
- b) rozkład dla siatek niezgodnionych

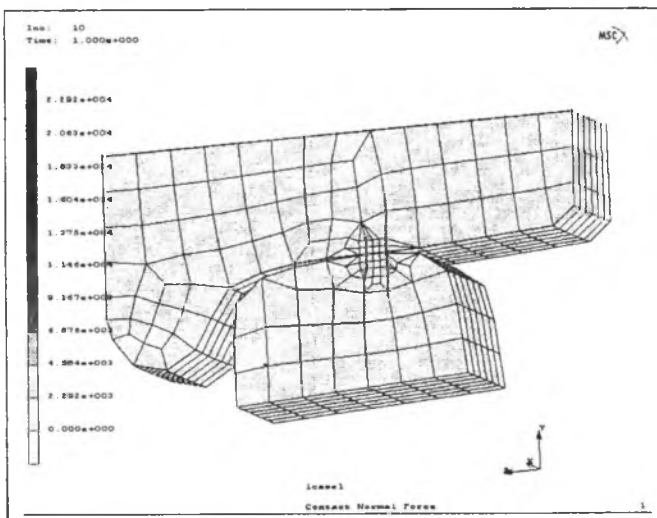
Fig. 4. Distribution of contact stresses for calculated models, in comparison with Herz Theory:

- a) distribution towards compatible mesh,
- b) distribution towards non-compatible mesh

Z przeprowadzonego eksperymentu można wywnioskować, że błąd obliczeń zmniejsza się ze wzrostem liczby elementów w strefie kontaktu. Błąd obliczeń naprężeń kontaktowych dla MES w porównaniu do obliczeń analitycznych wyniósł dla badanych modeli przy siatkach zgodnych 5,13% dla modelu z pięcioma parami węzłów w kontakcie po obciążeniu oraz 3,57 % dla modelu z siedzioma parami węzłów w kontakcie po obciążeniu, natomiast dla siatek przesuniętych błąd ten wynosił odpowiednio 15,414% i 26,543%.

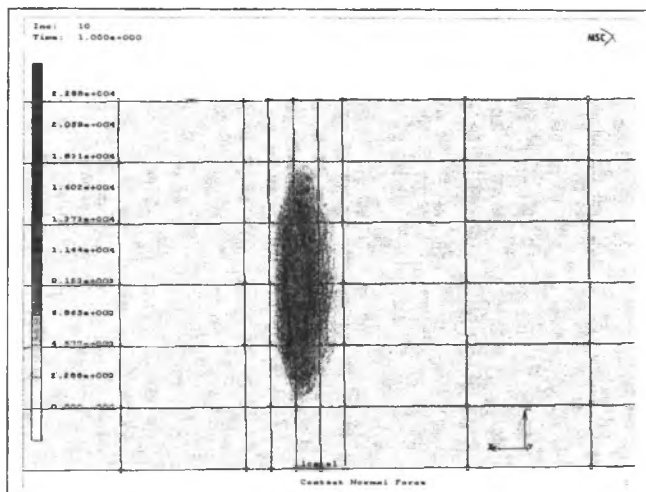
Należy jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że rozkład naprężeń dla górnego i dolnego walca przy siatkach nieuzgodnionych nie jest jednakowy. W przypadku badanych modeli maksymalne naprężenia nie występują w środku strefy kontaktu, tak jak to wynika z teorii Hertza. Dlatego w ocenie stanu naprężeń nie można rozpatrywać wyłącznie naprężeń maksymalnych, lecz trzeba również zwrócić uwagę na rozkład tych naprężeń. Wyniki tego eksperymentu pozwoliły na opracowanie metodyki doboru siatki MES przy modelowaniu kontaktu pomiędzy kołem a szyną oraz oszacowanie błędu obliczeń numerycznych.

Na rysunku 5 przedstawiono model numeryczny kontaktu nowego koła lokomotywy elektrycznej EU07 o profilu tocznym 28UIC140 z nową szyną typu S49 w środkowym położeniu zestawu kołowego na torze. Natomiast na rysunku 6 przedstawiono rozkład normalnych sił kontaktowych dla koła.



Rys. 5. Model numeryczny kontaktu koła i szyny

Fig. 5. Numerical model of wheel – rail contact



Rys. 6. Rozkład normalnych sił kontaktowych dla koła

Fig. 6. Distribution of normal forces of the wheel

Liczba par węzłów w kontakcie po obciążeniu wyniosła 8, a maksymalne naprężenie dla badanego modelu wyniosło $1,695e^8$ [Pa], zatem z przeprowadzonych wcześniej obliczeń na modelach testowych można wywnioskować, że błąd obliczeń naprężeń kontaktowych dla tego przypadku jest w granicy 5% (tabela 1).

4. WNIOSKI

Ogólnie z przeprowadzonych badań można wywnioskować, że na błąd obliczeń naprężeń kontaktowych ma wpływ wiele czynników, takich jak: liczba elementów w strefie kontaktu, liczba węzłów w kontakcie po obciążeniu, wzajemne położenie węzłów w kontakcie po obciążeniu stykających się ciał.

Dobór wielkości siatki elementów skończonych ma istotny wpływ na dokładność obliczeń. Rozważając ten problem pod względem liczby węzłów w kontakcie koło – szyna, można zauważyć, że im większa liczba tych węzłów, tym dokładniejszy wynik obliczeń naprężeń kontaktowych. Jednak najistotniejszą rzeczą przy modelowaniu zagadnień kontaktowych jest wzajemne położenie węzłów stykających się ciał. Jeżeli węzły w tych ciałach będą przesunięte, to wartości naprężeń kontaktowych będą obciążone znacznym błędem.

Literatura

1. Niezgodziński M. A., Niezgodziński T.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1979.
2. Yessaulov V., Kozlovsky A., Sladkovsky A., etc.: Studies into Contact Interactions of Elastic Bodies for Improvement of Wheels and Rails // Contact Mechanics IV.- Southampton, Boston: WIT Press, 1999. - P.463-472.
3. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., etc.: Расчеты на прочность в машиностроении. Машгиз, Москва 1958. – Т.2. – 974 с.

Recenzent: Dr hab. inż. Stanisław Dzuła
Profesor Politechniki Krakowskiej

Abstract

Accuracy of the calculation in FEM programmes is depended upon different factor, for instance: mesh density and mutual position of nodes in the contact of two elements.

The paper presents contact stresses analysed by the help of Herz Theory by comparison with the stresses, calculated numerically using FEM in MSC.MARC.