

Bogusław ŁAZARZ, Grzegorz PERUŃ

MINIMALIZACJA NADWYŻEK DYNAMICZNYCH W UKŁADACH NAPĘDOWYCH Z PRZEKŁADNIĄ ZĘBATĄ

Streszczenie. W niniejszym opracowaniu dokonano analizy wpływu czynników zewnętrznych i wewnętrznych na wartość nadwyżek dynamicznych w przekładni zębatej pracującej w układzie napędowym.

Badania wykonane z użyciem komputerowego programu symulacyjnego pozwoliły na weryfikację kilku możliwych sposobów redukcji nadwyżek dynamicznych, którym z różnych względów nie poświęcono do tej pory w literaturze większej uwagi. Podjęto m.in. próbę wyznaczenia charakterystyk zmian współczynnika nadwyżek dynamicznych w funkcji prędkości obrotowej przy różnych wartościach sztywności łożysk i sprzęgła wejściowego. Najwięcej miejsca poświęcono jednak na zbadanie wpływu przebiegu momentu hamującego (stałego, sinusoidalnego, prostokątnego) i częstotliwości jego zmian na obciążenia dynamiczne w zazębieniu.

MINIMIZATION OF DYNAMIC LOADS IN POWER TRANSMISSION SYSTEMS WITH TOOTHED GEAR

Summary. The paper presents results of numerical computations of influence external and internal factors on value of dynamic surpluses in toothed gear working in power transmission system. Research executed with use computer simulator program, permitted on verification several of possible manners of reduction of dynamic surpluses, to, which from different regards, one did not sacrifice to this times in literature greater attentions.

1. WPROWADZENIE

Przekładnie zębate pracujące w układach napędowych, poza przenoszoną mocą ruchu ustalonego, narażone są na przeciążenia. Źródłem powstających nadwyżek dynamicznych jest zarówno sama przekładnia zębata (głównie z powodu niedokładności wykonania uzębień, sprężystych odkształceń zębów a także ich uszkodzeń), jak również silnik napędowy i maszyna robocza. Ze względu na szczególnie niekorzystny wpływ nadwyżek dynamicznych na trwałość i niezawodność układu napędowego w praktyce konieczna staje się minimalizacja generowanych przeciążeń.

Układ napędowy z przekładnią zębatą, ze względu na właściwości jego elementów jest układem nieliniowym. Występują w nim sprzężenia zwrotne, co utrudnia określenie przyczyn zwiększonego obciążenia zębów. Istotne staje się nie tylko określenie wpływu konstrukcji przekładni na wielkość nadwyżek, lecz również uwzględnienie charakteru pracy układu napędowego. Często zdarza się bowiem, że fazy rozruchu i hamowania stanowią istotną część całkowitego czasu pracy. Występujące wtedy obciążenia decydują o całkowitej trwałości układu [1].

Minimalizacja nadwyżek dynamicznych nie jest więc łatwym zagadnieniem. Badania istniejących rozwiązań konstrukcyjnych układów napędowych pozwalają wprawdzie określić wpływ wielu czynników na wielkość obciążenia zębów, a więc i na generowanie drgań oraz hałasu, jednakże przekładnie zębate i układy napędowe powinny być optymalizowane już na etapie projektu. W tym celu budowane i udoskonalane są komputerowe programy symulacyjne, oparte na modelu matematycznym, o właściwym z punktu widzenia badanego czynnika stopniu skomplikowania.

Celem przeprowadzonych badań była ocena wpływu wybranych czynników na wielkość generowanych przeciążeń w układzie napędowym, złożonym z elektrycznego silnika asynchronicznego, jednostopniowej walcowej przekładni zębatej, maszyny roboczej oraz sprzęgła łączącego wał wejściowy przekładni z wirnikiem silnika.

2. OKREŚLENIE WSPÓLCZYNNIKA NADWYŻEK DYNAMICZNYCH

Współczynnik nadwyżek dynamicznych K_{di} dla każdej pary zębów będącej w zazębieniu określa zależność [2]:

$$K_{di} = \max \left(\frac{F_{dyn}(t)}{F_{stat}} \right)_i,$$

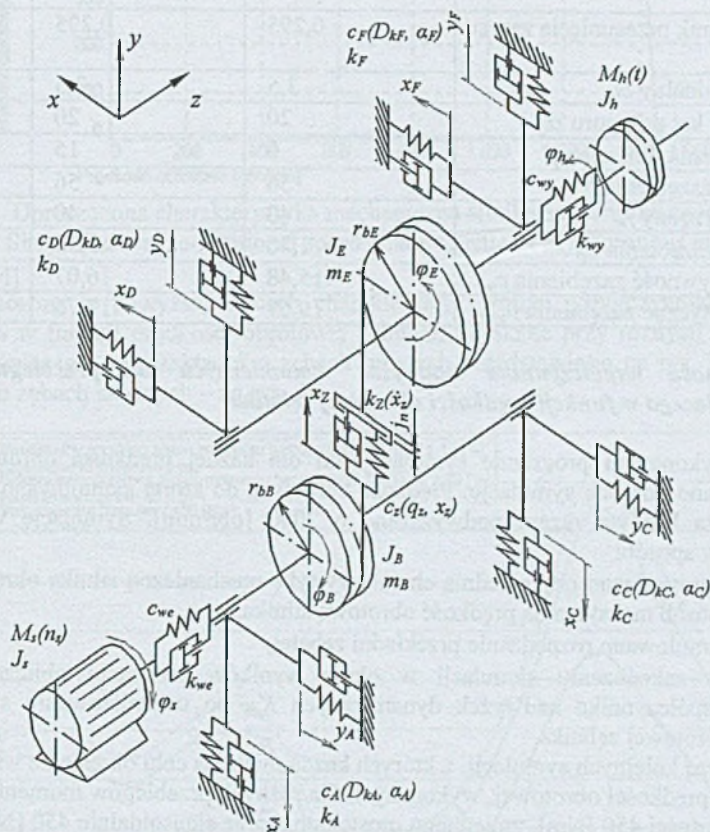
gdzie:

- $F_{dyn}(t)$ – siła międzyzębna dynamiczna,
- F_{stat} – siła międzyzębna statyczna,
- i – kolejny numer pary zębów, $i = 1 \div N$,
- t – czas współpracy i -tej pary zębów, $t = 0 \div T$,
- T – przedział czasu, w którym ma miejsce współpraca i -tej pary zębów.

Powyższa definicja współczynnika K_d jest zgodna ze stosowaną przez L. Müllera w przypadku obliczeń z wykorzystaniem wyizolowanego modelu przekładni zębatej. W przypadku zastosowanego w programie modelu dynamicznego układu napędowego obliczane wartości współczynnika oznaczonego jako K_{ds} uwzględniają zarówno nadwyżki dynamiczne generowane przez przekładnię, jak również wpływ obciążeń zewnętrznych na zmiany sił dynamicznych. Wynika to z uwzględnienia w modelu oprócz zmiennej liczby zębów w zazębieniu, zmiennej sztywności zębów oraz modyfikacji zarysu zębów również zmiennej charakterystyki silnika i obciążenia pochodzącego od maszyny roboczej, przemieszczeń w łożyskach (co m.in. pozwala na symulację nierównoległości i wichrowatości wałów przekładni), modyfikacji linii zębów, a także nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku. Uzyskana wartość jest więc iloczynem powiązanych ze sobą współczynników, wyznaczanych dotąd oddzielnie, co mogło prowadzić do istotnych niedokładności [1].

3. MODEL DYNAMICZNY UKŁADU NAPĘDOWEGO

Model dynamiczny układu napędowego zastosowany w programie symulacyjnym i wykorzystany w badaniach zaczerpnięty został z [1], a jego schemat przedstawiono na rys. 1. Łączy on w sobie cechy różnych sposobów modelowania – dokładnie opisuje zjawiska zachodzące w zazębieniu zgodnie z ideą L. Müllera i jednocześnie uwzględnia wpływ pozostałych elementów układu napędowego. Model, poza jednostopniową, walcową przekładnią zębatą, zawiera silnik elektryczny asynchroniczny, maszynę roboczą, sprzęgło oraz wały i łożyska. Uwzględnionych zostało w nim 12 stopni swobody.



Rys. 1. Model dynamiczny układu napędowego z przekładnią zębatą [1]

Fig. 1. Dynamic model of power transmission system with toothed gear [1]

4. WYNIKI BADAŃ

Badania przeprowadzono z użyciem programu symulacyjnego, co zapewniło stałość warunków przeprowadzanych prób. Podczas nich symulowano pracę układu napędowego z przekładnią zębatą o zębach prostych i skośnych. Najważniejsze dane tych przekładni zestawiono w tabl. 1. Wyniki symulacji działania układu napędowego przedstawiono w postaci charakterystyk współczynnika nadwyżek dynamicznych K_{ds} (rys. 3-8).

Tablica 1

Podstawowe dane badanych przekładni zębatach

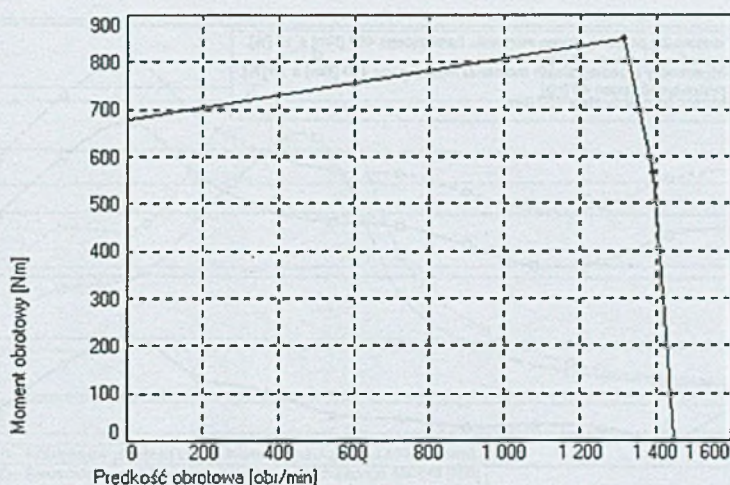
Wielkość	Wartość		Jednostka
	Przekładnia nr 1	Przekładnia nr 2	
Rodzaj zazębienia	proste	skośne	
Liczba zębów zębika z_1	19	19	
Liczba zębów koła z_2	30	30	
Przełożenie u	1,580	1,580	
Współczynnik przesunięcia zarysu zębika x_1	0,500	0,500	
Współczynnik przesunięcia zarysu koła x_2	0,295	0,295	
Moduł nominalny m_n	3,5	3,5	[mm]
Nominalny kąt przyporu α_0	20	20	[°]
Kąt pochylenia linii zęba β	0	15	[°]
Szerokość zazębienia b	56	56	[mm]
Luz międzyzębny j_n	40	40	[μm]
Wskaźnik zazębienia ε_α	1,36	1,32	
Średnia sztywność zazębienia c_{ws}	15,48	16,07	[N/mm·μm]
Ugięcie statyczne zazębienia u_{stat}	19,07	17,76	[μm]

4.1. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od przebiegu momentu hamującego w funkcji prędkości obrotowej zębika

W wykonanym programie symulacyjnym dla każdej prędkości obrotowej silnika przeprowadzano odrębną symulację. Prędkość obrotową, do której symulowano rozprędkanie przekładni, za każdym razem podwyższano o 2000 [obr/min]. Symulację wykonywano w następujący sposób:

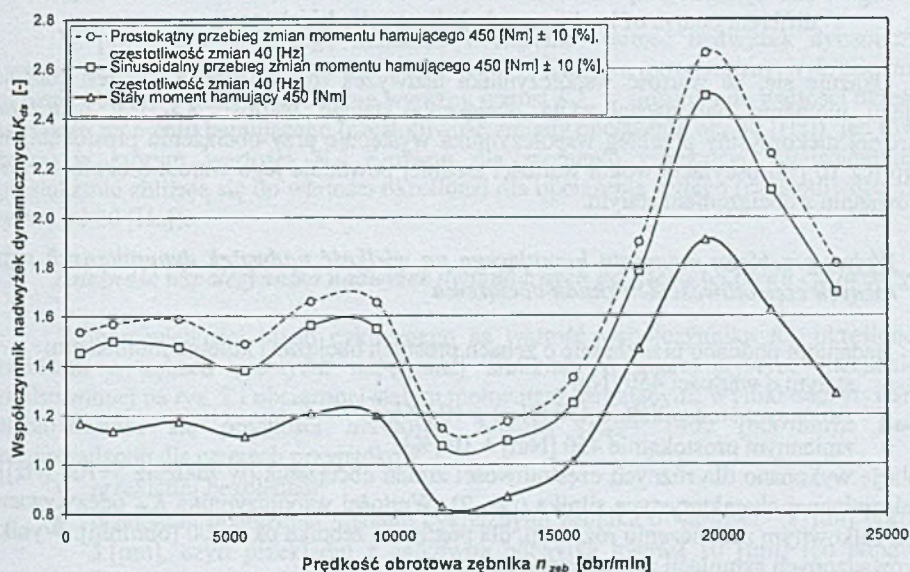
- wprowadzano odpowiednią charakterystykę mechaniczną silnika określając w ten sposób maksymalną prędkość obrotową silnika,
- symulowano rozprędkanie przekładni zębatej,
- po zakończeniu symulacji w oknie wyników programu obliczano wartość współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d , po ustabilizowaniu się prędkości obrotowej zębika.

Podczas kolejnych symulacji, z których każda miała na celu określenie współczynnika K_d dla innej prędkości obrotowej, wykonanych dla różnych przebiegów momentu obciążenia (stałego o wartości 450 [Nm], zmiennego prostokątnie oraz sinusoidalnie 450 [Nm] $\pm$ 10 [%] i częstotliwości zmian 40 [Hz]), stosowano zawsze tę samą wartość momentu rozruchowego, krytycznego oraz znamionowego silnika. Różnice pomiędzy prędkością obrotową krytycznego momentu obrotowego a prędkością obrotową znamionową, jak również między prędkością obrotową znamionową a prędkością synchroniczną były podczas kolejnych symulacji stałe. Na rysunku 2 pokazano przykładową uproszczoną charakterystykę mechaniczną silnika, zastosowaną podczas symulacji mającej na celu określenie współczynnika K_d dla prędkości obrotowej 1449 [obr/min].



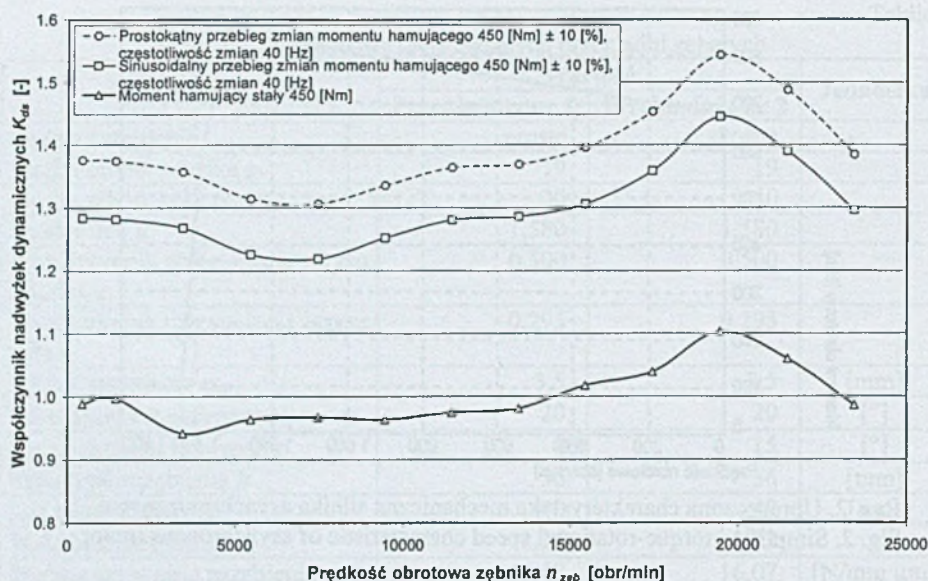
Rys. 2. Uproszczona charakterystyka mechaniczna silnika asynchronicznego
Fig. 2. Simplified torque-rotational speed characteristic of asynchronous motor

Wyznaczone w powyższy sposób charakterystyki zmian współczynnika nadwyżek dynamicznych w funkcji prędkości obrotowej zębika, uzyskane przy różnych przebiegach momentu hamującego, w przekładni o zębach prostych przedstawiono na rys. 3, natomiast w przekładni o zębach skośnych – na rys. 4.



Rys. 3. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od prędkości obrotowej zębika w przypadku przekładni o zębach prostych i różnych przebiegów momentu hamującego

Fig. 3. The dynamic surplus coefficient as a function of pinion rotational speed for different course of load torque in spur cylindrical gear



Rys. 4. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od prędkości obrotowej zębniaka w przypadku przekładni o zębach skośnych i różnych przebiegów momentu hamującego

Fig. 4. The dynamic surplus coefficient as a function of pinion rotational speed for different course of load torque in helical cylindrical gear

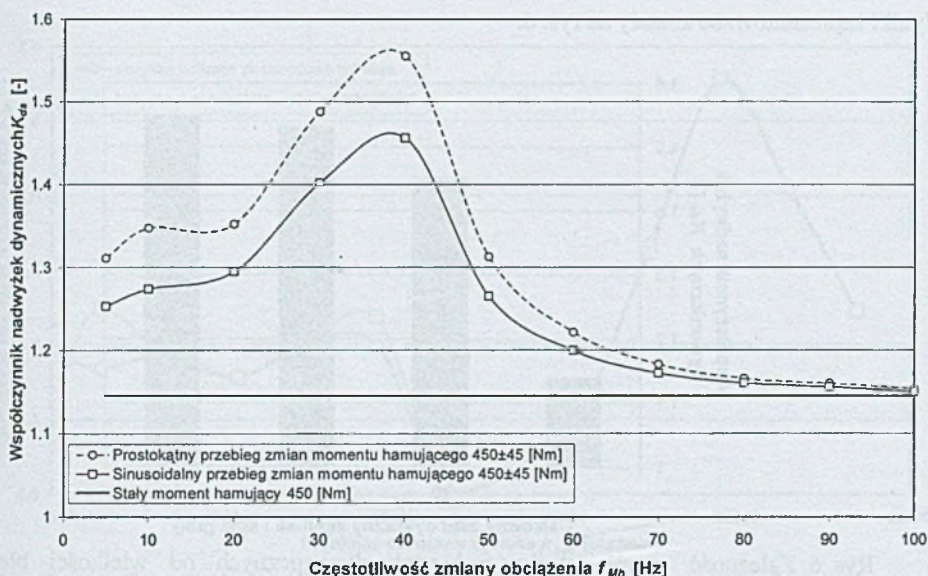
Okazuje się, że wartość współczynnika nadwyżek dynamicznych K_{ds} jest funkcją przebiegu momentu hamującego. Dla obciążenia stałego wartość K_{ds} jest najniższa. Najbardziej niekorzystny przebieg współczynnika występuje przy obciążeniu prostokątnym, którego już 10 [%] oscylacja wokół wartości średniej powoduje jego wzrost o około 40 [%] w porównaniu z obciążeniem stałym.

4.2. Wpływ przebiegu momentu hamującego na wielkość nadwyżek dynamicznych przy różnych częstotliwościach zmian obciążenia

Badaniom poddano przekładnię o zębach prostych obciążaną kolejno momentem:

- stałym o wartości 450 [Nm],
- zmiennym sinusoidalnie 450 [Nm] $\pm$ 10 [%],
- zmiennym prostokątnie 450 [Nm] $\pm$ 10 [%].

Symulacje wykonano dla różnych częstotliwości zmian obciążenia (w zakresie 5÷100 [Hz]), przy nieziennej charakterystyce silnika (rys. 2). Wartości współczynnika K_{ds} odczytywane były po całkowitym zakończeniu rozruchu, dla prędkości zębniaka ok. 1400 [obr/min]. Wyniki przeprowadzonych symulacji zaprezentowano na rys. 5.



Rys. 5. Wpływ rodzaju oraz częstotliwości zmian obciążenia na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych w przekładni o zębach prostych

Fig. 5. The dynamic surplus coefficient in relation to frequency of sinusoidal and rectangular load torque in spur cylindrical gear

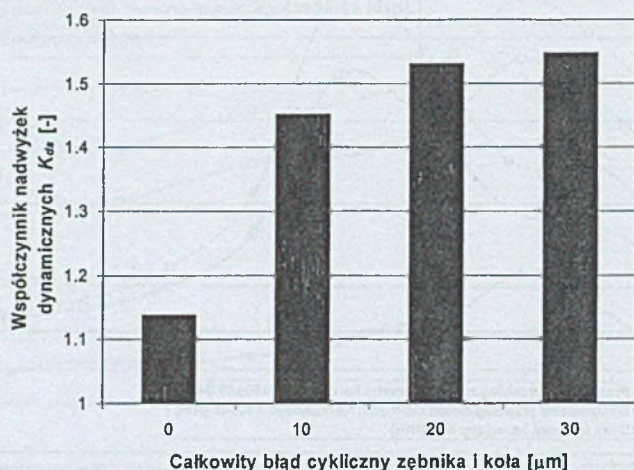
W przypadku zmiennego momentu obciążenia wartość nadwyżek dynamicznych w istotny sposób zależy od częstotliwości jego zmian. Na powyższym wykresie można wyróżnić obszar, w którym występuje wyraźny wzrost K_{ds} , w stosunku do wartości określonej dla stałego momentu hamującego (częstotliwość zmiany obciążenia ok. 40 [Hz]), jak również obszar, w którym wartości K_{ds} zarówno dla momentu zmiennego sinusoidalnie jak i prostokątnie zbliżają się do wartości określonej dla obciążenia stałego (częstotliwości zmian wyższe od 80 [Hz]).

4.3. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od wielkości błędu cyklicznego

Wpływ wielkości błędu cyklicznego na wartość współczynnika K_{ds} określono dla przekładni o zębach prostych, napędzanej silnikiem o charakterystyce mechanicznej przedstawionej na rys. 2 i obciążonej stałym momentem hamującym. Wyniki odczytywano po ustabilizowaniu się prędkości obrotowej zębniaka ($n_{z\acute{e}b} \approx 1400$ [obr/min]). Badanie przeprowadzono dla czterech przypadków:

- przekładni bezbłędnej,
- przekładni obciążonej błędami cyklicznymi zębniaka o wartości -5 [μm] oraz koła 5 [μm], czyli przekładni z całkowitą odchyłką losową 10 [μm] (co odpowiada $0,52 \cdot u_{stat}$),
- przekładni obciążonej błędami cyklicznymi zębniaka o wartości -10 [μm] oraz koła 10 [μm], (co łącznie stanowi ok. $1,05 \cdot u_{stat}$),
- przekładni obciążonej błędami cyklicznymi zębniaka o wartości -15 [μm] oraz koła 15 [μm] ($1,57 \cdot u_{stat}$).

Wyniki zaprezentowane zostały na rys. 6.



Rys. 6. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od wielkości błędu cyklicznego w przekładni o zębach prostych

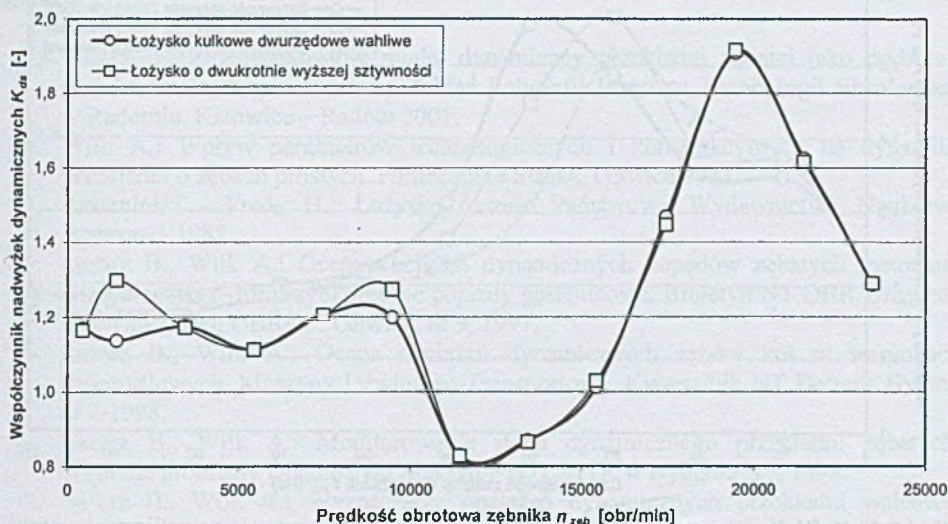
Fig. 6. The dynamic surplus coefficient in relation to total value cyclic deviation in spur cylindrical gear

Wielkość generowanych przeciążeń jest mocno uzależniona od wielkości błędu cyklicznego. Błąd zębnika na poziomie -5 [μm] oraz koła na poziomie 5 [μm] ($0,52 \cdot u_{stat}$) powoduje wzrost nadwyżek dynamicznych o nieco ponad 25 [%] w porównaniu do przekładni bezbłędnej. Zwiększenie błędu zębnika i koła odpowiednio do -10 oraz 10 [μm] ($1,05 \cdot u_{stat}$) nie wywołuje już jednak kolejnego, tak gwałtownego wzrostu K_{ds} , podwyższając jego wartość jedynie o kolejne 5 [%].

4.4. Wpływ sztywności łożysk na wielkość generowanych przeciążeń w funkcji prędkości obrotowej zębnika

Badanie miało na celu określenie charakterystyki współczynnika nadwyżek K_{ds} w funkcji prędkości obrotowej zębnika po pełnym rozruchu dla układu napędowego, w którym zastosowano łożyska o dwukrotnie większej sztywności od dotychczas stosowanych w symulacjach łożysk kulkowych dwurzędowych wahlowych, przy czym sztywność łożysk jest wyznaczana w programie metodą opisaną w [3]. Wartość obciążenia podczas symulacji nie ulegała zmianie.

Zmiana sztywności łożysk wpływa na zmianę wartości współczynnika K_{ds} w obszarze $f_z/f_0 \approx \frac{1}{2}$ i przy prędkości obrotowej mniejszej od 3000 [obr/min]. Wartości przeciążeń w obszarze głównego rezonansu pozostają bez zmian.



Rys. 7. Zależność współczynnika nadwyżek dynamicznych od prędkości obrotowej zębika dla dwóch wartości sztywności łożysk w układzie napędowym z przekładnią o zębach prostych

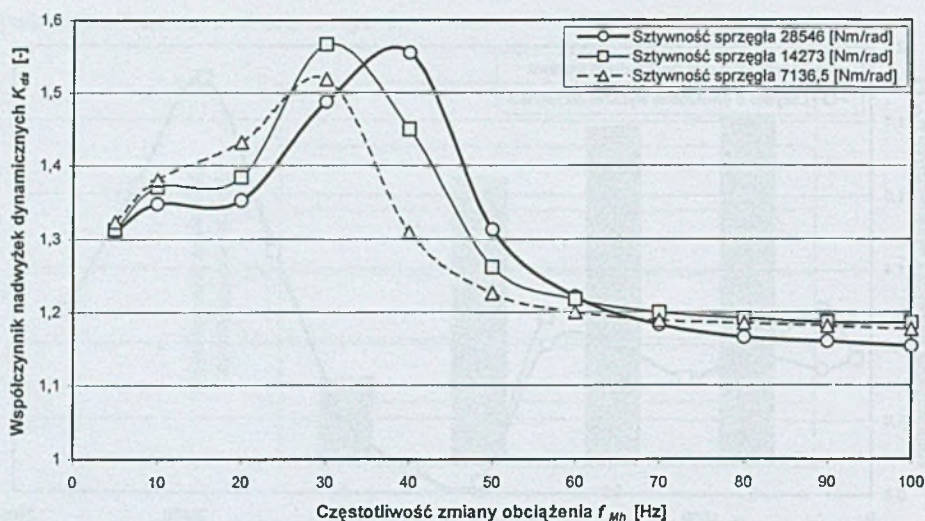
Fig. 7. The dynamic surplus coefficient in relation to pinion rotational speed for two bearing stiffness in power transmission system with spur cylindrical gear

4.5. Wpływ sztywności sprzęgła na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych w funkcji częstotliwości zmian obciążenia

Wpływ zmiany sztywności sprzęgła w układzie napędowym z przekładnią o zębach prostych przedstawiony został na rys. 8. Podobne badanie zostało przeprowadzone również w [1], przy wykorzystaniu tego samego modelu dynamicznego, który pozwala na deklarację dowolnej sztywności i tłumienia połączenia między silnikiem a przekładnią, jak również pomiędzy przekładnią i maszyną roboczą. Charakterystyki K_d wykonano przy stałej prędkości obrotowej zębika ($n_{zgb} = 1449$ [obr/min]) i przy niezmiennym obciążeniu w przypadku trzech różnych sztywności sprzęgła wejściowego:

- $c_{sp} = 28546$ [Nm/rad],
- $c_{sp} = 14273$ [Nm/rad],
- $c_{sp} = 7136,5$ [Nm/rad].

Maksymalne skreślenie sprzęgła po zakończeniu fazy rozruchu nie przekroczyło $2^{\circ}30'$ (moment napędowy przy obciążeniu 450 [Nm] wynosił ok. 285 [Nm]).



Rys. 8. Wpływ sztywności sprzęgła wejściowego oraz częstotliwości zmian obciążenia na wielkość współczynnika nadwyżek dynamicznych w układzie napędowym z przekładnią o zębach prostych

Fig. 8. The dynamic surplus coefficient as a function of pinion rotational speed for different input coupling stiffness in power transmission system with spur cylindrical gear

Poprzez zmianę sztywności sprzęgła wejściowego można „przesunąć” obszar rezonansu w kierunku niższej lub wyższej częstotliwości zmian obciążenia. Znaczne zmniejszenie sztywności sprzęgła (o 75 [%]) pozwoliło również w badanym przypadku nieznacznie zmniejszyć maksymalną wartość K_{ds} .

5. WNIOSKI

Z przeprowadzonych badań wynikają następujące wnioski:

- Na wielkość nadwyżek dynamicznych można wpłynąć między innymi poprzez odpowiedni dobór sztywności sprzęgieł i łożysk w układzie napędowym.
- Celem minimalizacji nadwyżek dynamicznych poprzez zmianę sztywności sprzęgieł należy wcześniej określić częstotliwość zmian momentu hamującego. Żadna z przedstawionych charakterystyk, wykonanych dla różnych sztywności sprzęgła, nie gwarantuje bowiem zmniejszenia nadwyżek w całym zakresie analizowanych częstotliwości.
- W przypadku zmiennego obciążenia wartość sił dynamicznych w głównej mierze zależy od częstotliwości zmian momentu hamującego. Rodzaj przebiegu obciążenia ma znaczenie dużo mniejsze. W badanej przekładni różnice pomiędzy obciążeniem zarówno zmiennym sinusoidalnie, jak i prostokątnie, o częstotliwości zmian powyżej 80 [Hz] a obciążeniem stałym, były niemalże nieistotne.

Literatura

1. Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji w Radomiu, Katowice – Radom 2001.
2. Wilk A.: Wpływ parametrów technologicznych i konstrukcyjnych na dynamikę przekładni o zębach prostych. Politechnika Śląska, Gliwice 1981.
3. Krzemiński - Freda H.: Łożyska toczne. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985.
4. Łazarz B., Wilk A.: Ocena obciążeń dynamicznych napędów zębatych metodami wibroakustycznymi. Szybkobieżne pojazdy gąsienicowe. Biuletyn NT OBR Urzędzeń Mechanicznych OBRUM Gliwice, nr 9, 1997.
5. Łazarz B., Wilk A.: Ocena obciążeń dynamicznych zębów kół w warunkach przemysłowych. Maszyny Dźwigowo-Transportowe, Kwartalnik NT Detrans Bytom, nr 2/1998.
6. Łazarz B., Wilk A.: Monitorowanie stanu dynamicznego przekładni zębatych. Wybrane problemy Diagnostyki Maszyn PTDT, ATR w Bydgoszczy, 1998.
7. Łazarz B., Wilk A.: Wyznaczanie obciążeń dynamicznych przekładni walcowej o zębach skośnych z uwzględnieniem zużycia zębów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z. 24, Gliwice 1995.
8. Łazarz B., Wilk A.: Zastosowanie pomiarów drgań kadłuba przekładni do oceny obciążeń dynamicznych zębów. Przegląd Mechaniczny nr 5-6, 1996.
9. Łazarz B., Wilk A.: Badania dynamiczne kół zębatych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z. 28, Gliwice 1996.
10. Łazarz B., Wilk A.: Ocena obciążeń dynamicznych zębów kół. Materiały XVI Ogólnopolskiej Konferencji N-T Przekładnie Zębate i II Międzynarodowej Konferencji ICESA'97, Ustroń, maj 1997.
11. Łazarz B., Madej H., Gardulski J., Wilk A.: Identyfikacja obciążeń dynamicznych kół zębatych przekładni dużych mocy w warunkach przemysłowych. Materiały V Seminarium Naukowego „Nowe technologie i materiały w metalurgii i inżynierii materiałowej”, Katowice, maj 1997.
12. Łazarz B., Wilk A.: Ocena obciążeń dynamicznych kół zębatych na podstawie drgań kadłuba przekładni. III Krajowa Konferencja „Diagnostyka techniczna urządzeń i systemów”, Szczyrk 1995, t. 3.
13. Łazarz B., Wilk A.: Badania dynamiczne kół zębatych na potrzeby diagnostyki przekładni. XXII Ogólnopolskie sympozjum „Diagnostyka maszyn” Węgierska Górka, marzec 1995, z. 2/95.
14. Łazarz B., Wilk A.: Ocena obciążeń dynamicznych w diagnostyce przekładni. Materiały Kongresu Diagnostyki Technicznej KDT'96, T.3, Gdańsk, wrzesień 1996.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan A. Adamczyk

Abstract

The paper presents results of numerical computation of dynamic surplus coefficient in function total value of mesh cyclic deviation, bearing and coupling stiffness and different course of load torque and its frequency. In this work dynamical model of toothed gear in power transmission system with 12 degrees of freedom was used to computer simulation.

Praca wykonana w ramach BK-231/RT2/2004.