

Grzegorz WOJNAR, Bogusław ŁAZARZ, Tomasz FIGLUS

ZASTOSOWANIE MIARY BAZUJĄCEJ NA PSEUDO- TRANSFORMACIE WIGNERA-VILLE'A DO DIAGNOZOWANIA PĘKNIĘCIA STOPY ZĘBA KÓŁ PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę wykrywania pęknięcia podstawy zęba kół o zazębieniu prostym. W tym celu wykorzystano zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym. Analizom poddawano uzyskane na podstawie eksperymentów numerycznych sygnały prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni. Następnie uzyskane wyniki zweryfikowano poprzez badania doświadczalne.

APPLICATION OF MEASURE BASED ON WIGNER-VILLE TRANSFORM FOR DETECTING OF CRACK OF ROOT TOOTH IN TOOTHED GEAR

Summary. The paper presents the measure based on Wigner-Ville transform for detecting of crack of root tooth in gearbox. The laser vibrometer was used for non-contact measurement of shaft transversal vibration velocity. Dynamical model of gear working in power transmission system was used to computer simulation. The paper presents experimental and computer simulation. The results confirmed that the defect's measure is very sensitive to the development of crack.

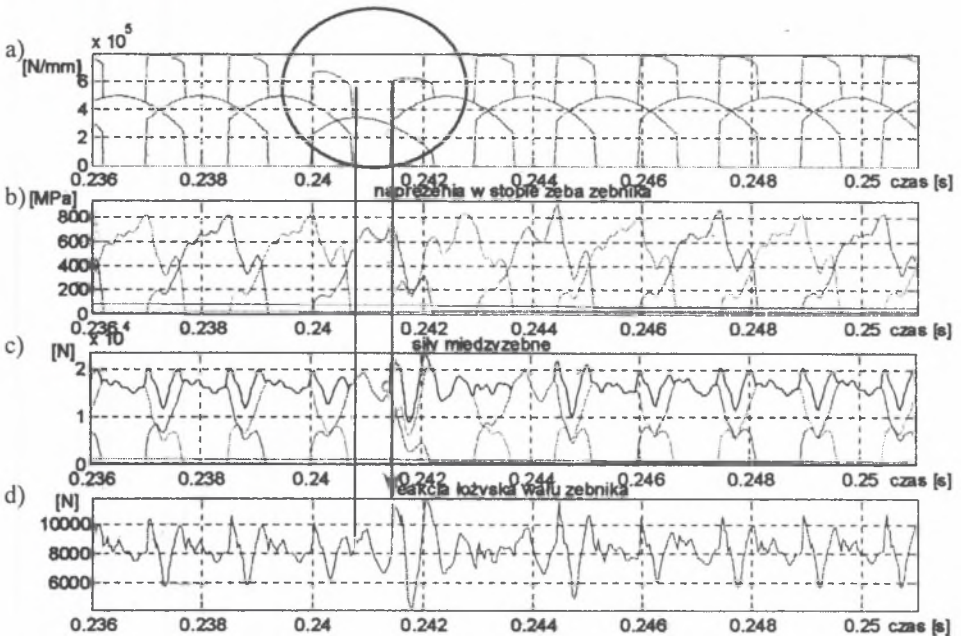
1. WSTĘP

Pęknięcie podstawy zęba jest bardzo niebezpieczne, ponieważ w stosunkowo krótkim czasie może doprowadzić do całkowitego jego wyłamania, a to z kolei do zniszczenia innych elementów przekładni zębatej. Dlatego na temat wykrywania pęknięcia zęba metodami drganiowymi istnieje obszerna literatura [1,2,3,5,7,8]. W artykule przedstawiono wyniki wykorzystania pseudotransformaty Wignera-Ville'a do wykrywania tego uszkodzenia. Analizom poddano zarówno sygnały drganiowe pochodzące z eksperymentów numerycznych i badań doświadczalnych.

2. BADANIA SYMULACYJNE I ANALIZA WYNIKÓW

W analizie sygnałów drganiowych wykorzystuje się fakt, iż na skutek powstania pęknięcia podstawy zęba następuje zmniejszenie jego sztywności. Warto zauważyć, że wejście w przypór uszkodzonego zęba (rys. 1) nie spowodowało istotnych zmian reakcji łożyska wału, a co za tym idzie, zmiana sygnału drganiowego rejestrowanego na korpusie

przekładni może nie być zauważalna ze względu na złożoną transmitancję układu. Dopiero wejście w przypór kolejnej pary zębów wywołało istotną zmianę reakcji łożyska wału, która mogła przełożyć się na zmianę sygnału WA.



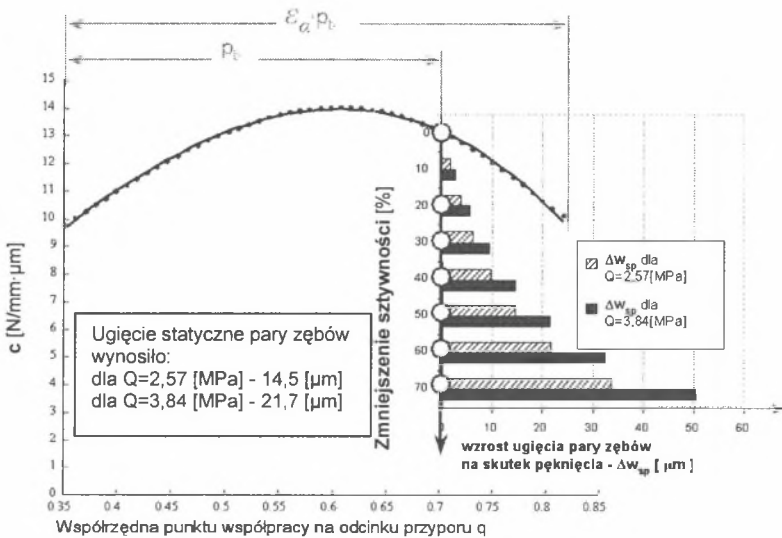
Rys. 1. Wyniki symulacji: a) sztywność zążeń, b) naprężenia w stopie zęba, c) siły międzyzębne, d) reakcja łożyska wału zębniaka [8]

Fig. 1. Results of simulations: a) stiffness in meshing, b) stress in root tooth, c) forces in meshing, d) reaction in bearing of pinion shaft [8]

Istotne, zatem jest zmniejszenie sztywności zążeń w trakcie przyporu jednoparowego i tuż przed wejściem kolejnej pary zębów w przypór. Powoduje ono zwiększone ugięcie pary zębów z pęknięciem, w stosunku do pary zębów nieuszkodzonych (oznaczane jako Δw_{sp}). Ugięcie to z kolei podczas wejścia w przypór kolejnej (po uszkodzonej) pary zębów wywołuje powstanie krótkotrwałego impulsu siły. Jest rzeczą zrozumiałą, że im większy wzrost ugięcia wywołany pęknięciem zęba, tym wyższa będzie wartość maksymalna impulsu siły powstającego przy wejściu kolejnej pary zębów w przypór i tym większe będą zmiany w sygnale drganiowym. Na podstawie badań własnych autorów [5] stwierdzono, iż w przypadku przekładni wykonanej z zerowymi odchyłkami wykrycie bardzo małego spadku sztywności zążeń spowodowanego pęknięciem u podstawy zęba jest stosunkowo łatwe. Przekładnia rzeczywista jest jednak zawsze obciążona odchyłkami podziałki okresowymi i losowymi, które mogą wywoływać powstanie impulsów siły wpływających na zmiany sygnału drganiowego, zbliżone do tych powodowanych przez pęknięcie zęba we wczesnej fazie. Znając sztywność pary zębów dla kół zamontowanych na stanowisku badawczym (których parametry geometryczne przedstawiono w tabelicy 1), określono przy różnych obciążeniach jednostkowych przekładni wzrost ugięcia statycznego pary zębów Δw_{sp} , spowodowany zmniejszeniem sztywności zążeń wskutek pęknięcia u podstawy zęba (rys. 2).

Tablica 1
Parametry geometryczne kół zębatych zamontowanych w badanej przekładni

Liczba zębów zębika z_1	16
Liczba zębów koła z_2	24
Kąt pochylenia linii zęba β [°]	0
Szerokość kół b [mm]	20
Moduł normalny m_n [mm]	4,5
Współczynnik przesunięcia zarysu zębika x_1	0,864
Współczynnik przesunięcia zarysu koła x_2	-0,5
Odległość osi [mm]	91,5



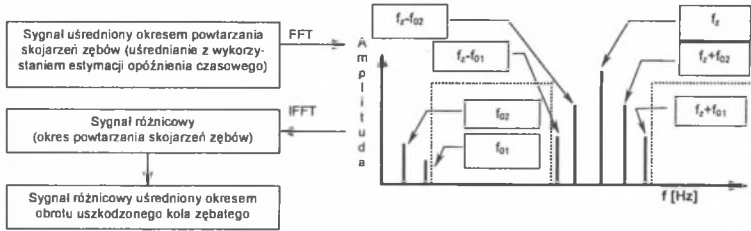
Rys. 2. Sztywność zazębienia oraz wzrost ugięcia statycznego pary zębów (pod koniec przyporu jednoparowego) wywołanego pęknięciem u podstawy zęba w przypadku różnych obciążeń jednostkowych przekładni

Fig. 2. The stiffness of meshing and increase of static deflection pair of teeth caused by the crack of root tooth; different load of gear

Okazuje się, że we wczesnych stadiach rozwoju uszkodzenia wzrost ugięcia Δw_{sp} spowodowany pęknięciem zęba u podstawy jest porównywalny do występujących w przekładniach przemysłowych zmian sumarycznych odchyłek wykonania kół. W takim przypadku rozróżnienie, która zmiana sygnału drganiowego pochodzi od pęknięcia, a która zmiana sygnału drganiowego pochodzi od dużej sumarycznej odchyłki wykonania kół, jest bardzo trudne, a czasami nawet niemożliwe, ponieważ oba zjawiska generują w sygnale zaburzenia amplitudowo-fazowe. Jeżeli w badaniach doświadczalnych w celu szybkiego zapoczątkowania pęknięcia u podstawy zęba także podczas rejestracji sygnałów WA stosuje się obciążenia jednostkowe kół znacznie wyższe od nominalnych, to wtedy wzrost ugięcia pary zębów spowodowany pęknięciem będzie również większy od sumarycznej odchyłki wykonania kół i łatwiej można będzie wykryć uszkodzenie. Jednakże wnioski

z przeprowadzonych w ten sposób badań niekoniecznie muszą się potwierdzić podczas diagnozowania przekładni pracujących pod nominalnym obciążeniem.

W pierwszej kolejności analizom poddawano sygnały prędkości drgań poprzecznych wału (uszkodzonego koła zębatego), które uzyskano z symulacji komputerowych. Na podstawie m.in. [8] i badań własnych autorów [5,7] można wykazać wysoką użyteczność sygnałów różnicowego i resztkowego [6] do wykrywania pęknięcia u podstawy zęba. Sygnał różnicowy wygenerowano zgodnie z algorytmem przedstawionym na rysunku 3.



Rys. 3. Algorytm uzyskiwania sygnału różnicowego; f_{01} – częstotliwość obrotowa zębniaka, f_{02} – częstotliwość obrotowa koła, f_z – częstotliwość ząbienia

Fig. 3. Diagram obtaining residual signal f_{01} – frequency of pinion rotation, f_{02} – frequency of gear rotation, f_z – frequency of meshing,

Do jego analizy zastosowano pseudotransformatę Wignera-Ville'a (WV) (zależność 1), ponieważ umożliwiała ona m. in. wykrycie wykruszenia wierzchołka zęba [4].

$$WV(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) w(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1)$$

gdzie:

$x^*(t)$ – sygnał zespolony sprzężony z $x(t)$,

$w(t)$ – funkcja wagi podobna do okna czasowego stosowanego w krótkoczasowej transformacie Fouriera ($STFT$).

Z zależności 2 obliczono, zaproponowaną w [4] miarę M_{wWV} , bazującą na odpowiednio utworzonym sygnale różnicowym i jego pseudotransformacie Wignera-Ville'a (WV). Stosowano parametr Choi-Williamsa = 0,0005.

$$M_{wWV} = \frac{S_{wWV_u}}{S_{wWV_{z=0}}}, \quad (2)$$

gdzie:

S_{wWV_u} – najwyższa lokalna wartość maksymalna w $S_{wWV}(\phi)$ i odpowiadający jej kąt obrotu wału ϕ_u ,

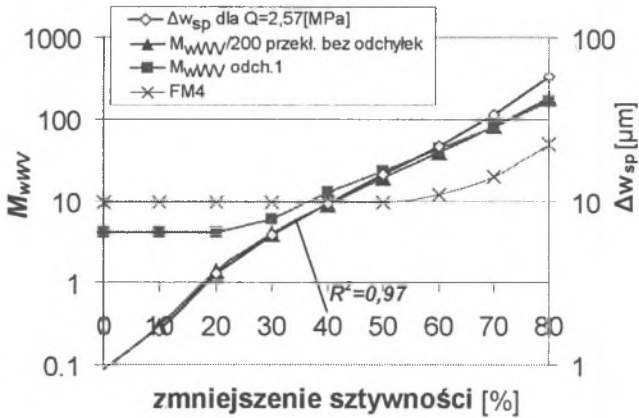
$\bar{S}_{wWV_{z=0}}$ – wartość średnia z_D najwyższych lokalnych wartości maksymalnych $S_{wWV}(\phi)$, w przedziale: $\phi \in (0^\circ, \phi_u - 0,5\phi_z) \cup (\phi_u + 0,5\phi_z, 360^\circ)$ dla kół bez uszkodzeń (nowych),

ϕ_z – kąt obrotu koła zębatego odpowiadający podziałce zasadniczej,

z_D – liczba zębów diagnozowanego koła zębatego.

Symulowano pracę przekładni pracującej na stanowisku badawczym z pękniętym zębem koła. Częstotliwość obrotowa wału zębniaka f_{01} wynosiła około 45 Hz, a obciążenie

jednostkowe 2,57 MPa. W przypadku przekładni bez odchyłek wykonania i z odchyłkami $f_1 = -7 \mu\text{m}$; $f_2 = 5 \mu\text{m}$; $s_{1\text{max}} = s_{2\text{max}} = \pm 4,8 \mu\text{m}$ (sumaryczna odchyłka wykonania kół zębatych wynosiła max. 1,6 ugięcia statycznego pary zębów) uzyskano wysoką zgodność zmian miary M_{wWV} , w stosunku do zmian wzrostu ugięcia statycznego pary zębów Δw_{sp} (pod koniec przyporu jednoparowego) wywołanego pęknięciem u podstawy zęba (rys. 4). Wartość M_{wWV} , przedstawiona na rys. 4 w przypadku przekładni z zerowymi odchyłkami wykonania, została podzielona przez 200 w celu uzyskania większej czytelności wykresu.



Rys. 4. Wzrost ugięcia statycznego pary zębów wywołanego pęknięciem u podstawy zęba oraz zmiany miary M_{wWV} w przypadku różnych odchyłek wykonania kół

Fig. 4. Increase of static deflection of pair teeth caused by the crack of root tooth and measure change M_{wWV} in cases of different performance deviation

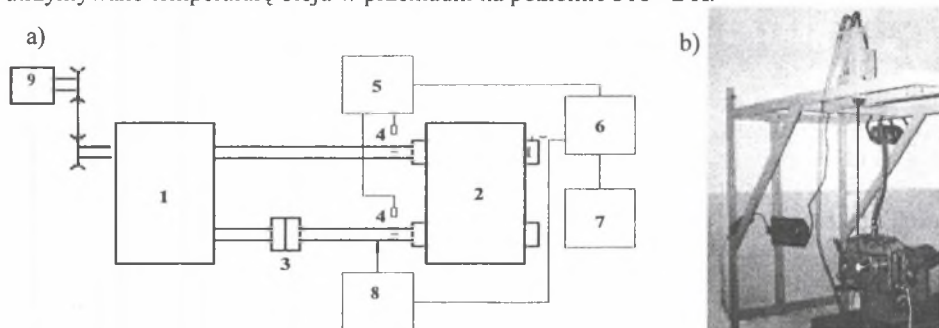
Kwadrat współczynnika korelacji między miarą M_{wWV} , a wzrostem ugięcia statycznego pary zębów Δw_{sp} w obu przypadkach osiągał wysokie wartości (0,97). Oznacza to, że zaproponowana miara oddaje charakter procesów zachodzących na skutek zmniejszenia sztywności zazębienia spowodowanego pęknięciem zmęczeniowym. Występowanie większych odchyłek wykonania kół zębatych powoduje, że wzrost miary M_{wWV} pojawia się przy większym spadku sztywności. W pracy [3] za źródło informacji diagnostycznej o pęknięciu zęba koła przyjęto sygnał przyspieszeń drgań wału uzyskany z symulacji komputerowej. Symulowano pracę przekładni, której parametry geometryczne przedstawiono w tabelicy 1. Częstotliwość obrotowa wału zębnika również wynosiła 45 Hz, a obciążenie jednostkowe 2,57 MPa. W celu określenia spadku sztywności zazębienia wywołanego pęknięciem zęba stosowano miary należące do estymat prostych (miar punktowych) oraz estymat specjalnych (dyskryminant). Wykorzystano: wartość skuteczną (RMS), wartość szczytową (peak), maksimum, minimum, średnią arytmetyczną, średnią geometryczną, średnią harmoniczną, odchylenie standardowe obciążone i nieobciążone, wariancję obciążoną i nieobciążoną, kwadryle pierwszy, drugi (mediana) i trzeci, odchylenie ćwiartkowe, pozytywny współczynnik zmienności, odchylenie przeciętne, współczynnik zmienności obciążony i nieobciążony, momenty centralne rzędu 3÷10, współczynnik skupienia (kurtozę), współczynnik skupienia standaryzowany (kurtozę standaryzowaną), współczynnik asymetrii, współczynnik asymetrii standaryzowany, współczynnik kształtu, współczynniki impulsowości, luzu, szczytu, dyskryminantę $FM0$, dyskryminantę $X4$ ($FM4, NA4, NB4$), dyskryminantę $X6$ ($M6A$), dyskryminantę $X8$ ($M8A$), dyskryminantę $X10$ ($M10A$), energię sygnału, bilans energetyczny oraz sumę częstotliwości zazębienia. Poszczególne miary były

wyznaczane na podstawie sygnałów przyspieszeń drgań zębniaka w przypadku sygnału nie filtrowanego, sygnału różnicowego, resztkowego, sygnału w paśmie częstotliwości $0 \div 6$ kHz oraz sygnału w paśmie częstotliwości $\frac{1}{2}f_z \div \frac{3}{4}f_z$. Za najbardziej efektywne z przebadanych miar autorzy [3] uznali między innymi kurtozę uzyskaną na podstawie sygnału resztkowego, dyskryminantę $FM4$ (rys. 4) oraz współczynnik szczytu. Analizując wyniki przedstawione na rysunku 4 można stwierdzić, iż przy tych samych odchyłkach wykonania kół zębatych proponowana miara M_{wWV} , bazująca na odpowiednio utworzonym sygnale różnicowym i jego pseudotransformacie Wignera-Ville'a, jest znacznie bardziej wrażliwa na zmniejszenie sztywności zęba niż $FM4$.

3. BADANIA DOŚWIADCZALNE I ANALIZA WYNIKÓW

W celu zweryfikowania wyników badań symulacyjnych przeprowadzono badania doświadczalne przekładni z podciętym na całej szerokości koła zęba koła (rys. 6) symulującym pęknięcie podstawy zęba. Badania te prowadzono na stanowisku pracującym w układzie mocy krążącej (rys. 5). W skład stanowiska wchodzi dwie przekładnie: badana i zamykająca, o jednakowych przełożeniach i rozstawie osi. Przekładnia zamykająca napędzana jest silnikiem elektrycznym o mocy 15 [kW]. Schemat stanowiska przedstawiono na rysunku 5a. Parametry geometryczne kół zębatych zamontowanych w badanej przekładni przedstawiono w tabelicy 1.

W trakcie badań przekładnia badana pracowała jako reduktor. Mierzono prędkości drgań poprzecznych jej wałów przekładni. Rejestrowano również synchronicznie sygnały odniesienia zgodne z obrotami wałów. Sygnał drganiowy oraz sygnał z układu synchronizacji uśredniania próbkowano z częstotliwością 25600 Hz i zapisywano na dysku twardym komputera. W trakcie badań mających na celu wykrywanie uszkodzeń kół zębatych utrzymywano temperaturę oleju w przekładni na poziomie 318 ± 2 K.



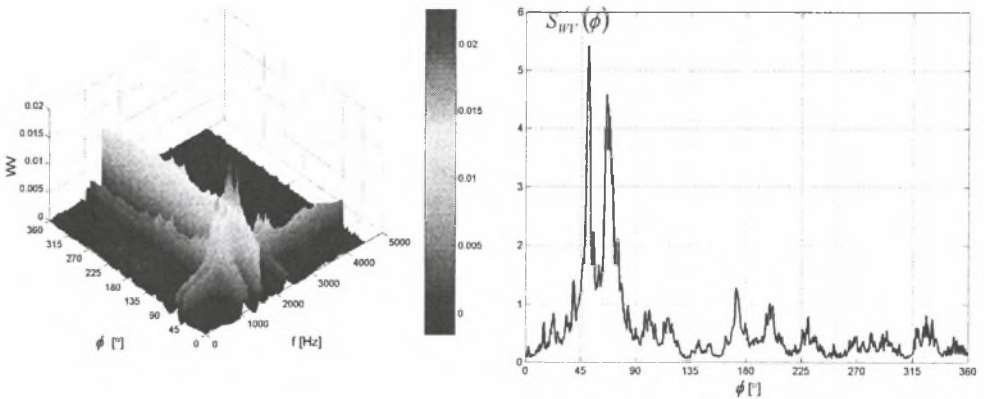
Rys. 5. a) Schemat stanowiska mocy krążącej: 1 – przekładnia zamykająca, 2 – przekładnia badana, 3 – sprzęgło napinające, 4 – czujnik położenia kąтового wałów 5 – jednostka logiczna, 6 – analizator sygnałów DSPT SigLab, 7 – komputer, 8 – vibrometr laserowy OMETRON VH300+, 9 – silnik napędzający. b) Przekładnia badana

Fig. 5. a) Diagram of FZG testing stand: 1 – closing transmission with high strength gears, 2 – tested transmission system, 3 – tightening clutch, 4 – shaft angle position sensors, 5 – logic unit, 6 – DSPT SigLab signal analyzer, 7 – computer, 8 – laser vibrometer OMETRON VH300+, 9 – electric motor. b) Tested gear



Rys. 6. Lokalne uszkodzenia zębów kół – podcięcia stopy zęba na całej szerokości koła: a) głębokość 1 mm, b) głębokość 2,9 mm;
 Fig. 6. Local tooth defect of gear – cutting of the root tooth on all wheel width: a) depth 1mm, b) depth 2mm

Wykrycie pęknięcia wynoszącego 1 mm na podstawie rozkładu czasowo-częstotliwościowego WV sygnału różnicowego było trudne, ponieważ występowały w nim także inne lokalne maksima nie pochodzące od pęknięcia zęba koła. Na rys. 7 przedstawiono rozkład WV oraz jego sumę $S_{WV}(\phi)$ wykonane na podstawie sygnału różnicowego w przypadku podcięcia zęba u podstawy wynoszącego 2,9 mm. Widoczny jest wzrost amplitudy częstotliwości w zakresie kąta obrotu wału odpowiadającego współpracy uszkodzonego zęba. Można zauważyć również modulację częstotliwości zazębienia i obrotowych koła - $2f_z + 3f_o \approx 1518$ Hz. Wartość proponowanej miary w przypadku braku uszkodzenia kół zębatych wynosiła 1,28. W przypadku podcięcia zęba wynoszącego 1 mm wzrost wartości tej miary z powodów wcześniej przedstawionych był mały $M_{wWV} = 1,35$, natomiast podcięcie 2,9 mm wywoływało już bardzo istotny wynoszący około 350% wzrost proponowanej miary.



Rys. 7. Rozkład czasowo-częstotliwościowy WV i suma $S_{WV}(\phi)$ wykonane na podstawie sygnału różnicowego prędkości drgań wału zmierzonego w kierunku działania siły międzyzębnej – podcięcie zęba 2,9 mm, $Q=3,84$ MPa
 Fig. 7. WV distribution and $S_{WV}(\phi)$ sum performed on the base residual signal – cutting tooth 2,9 mm, load $Q=3,84$ MPa

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały przydatność miary M_{wWV} bazującej na pseudo-transformacie Wignera-Ville'a do wykrywania pęknięcia u podstawy zęba oraz pozwoliły określić wpływ poszczególnych czynników na możliwość wykrywania tego uszkodzenia.

Najwcześniej można wykryć zmniejszenie sztywności zęba w przypadku przekładni pracujących przy wyższych obciążeniach jednostkowych wykonanych z małymi odchyłkami losowymi podziałki oraz odpowiednim układem znaków odchyłek okresowych. Wnioski te potwierdzono również w przypadku symulacji pracy innych przekładni, których czołowa liczba przyporu była wyższa, a liczby zębów zębownika i koła były względem siebie liczbami pierwszymi.

Literatura

1. Decker H. J.: Gear Crack Detection Using Tooth Analysis. NASA/TM – 2002 – 211491 ARL- TR – 2681; 2002.
2. Howard J., Jia S., Wang J.: The Dynamic Modeling of a Spur Gear in Mesh Including Friction and a Crack. Mechanical Systems and Signal Processing, 15(5), 2001, s. 831÷853.
3. Łazarz B., Madej H., Czech P.: Miary statystyczne jako dane wejściowe dla sztucznych sieci neuronowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Transport z. 48, Gliwice 2003, s. 113÷120.
4. Łazarz B., Wojnar G.: Detection of Early Stages of Pinion Tooth Chipping in Transmission Gear. Machine Dynamics Problems 2003, vol. 27, No 3, s. 23÷34.
5. Łazarz B., Wojnar G.: Modelowanie przekładni zębatych w układzie napędowym do celów diagnostycznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Transport z. 44, Gliwice 2002, s. 127÷134.
6. Stewart R. M.: Some Useful Data Analysis Techniques For Gearbox Diagnostics. Report MHM/R/10/77, Machine Health Monitoring Group, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton 1977.
7. Wilk A., Łazarz B., Madej H., Wojnar G.: Metody wczesnego wykrywania lokalnych uszkodzeń kół zębatych. XXIX Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka 04.03 ÷ 09.03.2002, s. 345÷354.
8. Zawisza M.: Wykorzystanie informacji zawartych w sygnale wibroakustycznym do oceny prawdopodobieństwa wystąpienia awarii w przekładni zębatej. Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 2003.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Adamczyk

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych latach 2003-2006 jako projekt badawczy 5T07B02425.