

Henryk MADEJ

ANALIZA MODALNA W DIAGNOSTYCE KONSTRUKCYJNEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę wyznaczania częstotliwości własnych oraz współczynników tłumienia obudowy przekładni zębatej. Obiektem badań była uźebrowana obudowa przekładni jednostopniowej. W pracy zaprezentowano algorytm diagnostyczny, sposób przeprowadzenia eksperymentu oraz wyniki przeprowadzonych analiz.

MODAL ANALYSIS IN DESIGN DIAGNOSTICS

Summary. This paper presents a methods for determining natural mode frequencies and dumping ratios of gearbox structures. A testing machine was ribbed housing of single stage gearbox. In the paper diagnostic algorithm was presented. An experiment and a results were also described.

1. WPROWADZENIE

Podstawą wielu czynności przy projektowaniu lub modyfikacji konstrukcji mechanicznych w przypadku rozwiązywania problemów związanych z drganiami lub hałasem jest identyfikacja ich własności dynamicznych [1]. Powszechnie stosowaną w praktyce techniką badania własności dynamicznych obiektów mechanicznych jest analiza modalna, w wyniku której otrzymuje się model modalny w postaci zbioru częstości własnych, prędkości drgań oraz współczynników tłumienia. Jedną z metod identyfikacji własności dynamicznych jest eksperymentalna analiza modalna [3]. Polega ona na wymuszeniu ruchu układu, pomiarze wymuszenia i odpowiedzi układu oraz estymacji parametrów modelu modalnego. Jest ona stosowana do celów modyfikacji konstrukcji, diagnostyki oraz weryfikacji i walidacji modeli numerycznych, takich jak modele elementów skończonych i brzegowych. Metoda ta może być realizowana dla obiektów liniowych o stałych parametrach, dla których spełniona jest zasada wzajemności Maxwella [3]. Istnieje szereg metod umożliwiających identyfikację parametrów modalnych, tzn. częstotliwości drgań własnych, postaci drgań oraz współczynników tłumienia. Metody te zasadniczo dzielą się na realizowane w dziedzinie czasu i częstotliwości.

Obiektem badań była jednostopniowa przekładnia zębata z kolejnymi modyfikacjami korpusu polegającymi na zmianie sztywności jego górnej pokrywy.

Badana przekładnia zębata posiada korpus uźebrowany spawany z blach stalowych o grubości 6 mm. Konstrukcja korpusu umożliwiała wykonanie modyfikacji jego struktury poprzez usuwanie kolejnych żeber usztywniających.

Badania przeprowadzono dla trzech kolejnych wersji korpusu. Korpus przekładni (wersja A) usztywniono trzema żebrami o grubości 10 mm i wysokości 30 mm. Wersję B korpusu otrzymano poprzez usunięcie żebra prostopadłego do osi wałów. Natomiast wersję C poprzez usunięcie dwóch kolejnych żeber równoległych do osi wałów przekładni.

Badania umożliwiły ocenę wpływu wprowadzonych zmian konstrukcyjnych korpusu na charakterystyki rezonansowe korpusu, a także pozwoliły na porównanie wyników pomiarów z wynikami symulacji pola akustycznego za pomocą modeli MES i MEB.

2. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODALNYCH KORPUSU PRZEKŁADNI

Do wyznaczenia parametrów modelu modalnego zastosowano metodę LSCE zrealizowaną w dziedzinie czasu [2,3]. Podstawą do wyznaczenia modeli modalnych w tej metodzie jest zmierzony przebieg impulsowej funkcji przejścia (IRF). Za pomocą tej metody aproksymuje się przebieg funkcji korelacji wzajemnej sumą zanikających wykładniczo w funkcji harmonicznym:

$$h_{jk}(t) = \sum_{r=1}^{2N} A_{rjk} e^{s_r t}$$

gdzie:

$$s_r = -\omega_{rn} \xi_r + i \omega_{rd},$$

$$\omega_{rd} = \omega_{rn} (1 - \xi_r^2)^{\frac{1}{2}},$$

ω_{rn} – r-ta częstość drgań własnych,

ξ_r – modalny współczynnik tłumienia r-tej postaci drgań,

A_{rjk} – parametr modelu modalnego,

j, k – indeksy oznaczające lokalizację punktów wymuszenia i odpowiedzi,

r – kolejna postać drgań.

Ze względu na fakt, że dla drgań o tłumieniu podkrytycznym bieguny s_r równania zawsze występują w postaci par zespolonych sprzężonych, wykorzystując metodę Prony [3] można utworzyć wielomian stopnia L z rzeczywistymi współczynnikami β spełniającymi zależność:

$$\beta_0 + \beta_1 V_r + \beta_2 V_r^2 + \dots + \beta_L V_r^L = 0$$

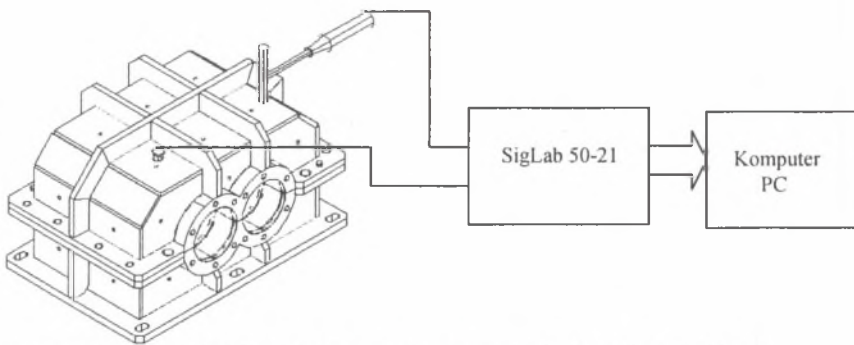
Znając współczynniki β można określić pierwiastki V_r wielomianu, a stąd wartości częstotliwości własnych i tłumienia drgań. Reszty modalne A_r , będące parametrami pozwalającymi określić postacie poszczególnych modów drgań, określane są z zależności.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ V_1 & V_2 & \dots & V_{2N} \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & \\ V_1^{2N-1} & V_2^{2N-1} & \dots & V_{2N}^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{2N-1} \end{bmatrix}$$

Współczynniki β są parametrami globalnymi dla rozpatrywanego obiektu badań, tzn. muszą być takie same dla poszczególnych funkcji odpowiedzi impulsowej układu otrzymanych dla różnych par punktów wymuszenia i odpowiedzi. Odpowiednie parametry modalne otrzymuje się wykorzystując metodę najmniejszych kwadratów dla otrzymanego zbioru rozwiązań.

Identyfikacja parametrów modalnych badanych korpusów realizowana była metodą impulsową z wykorzystaniem młotka udarowego PCB086C03 wyposażonego w przetwornik siły umieszczony w głowicy, przy równoczesnej rejestracji sygnału wymuszenia i sygnału odpowiedzi mierzonej za pomocą piezoelektrycznego przetwornika przyspieszeń drgań. Kierunek wymuszenia, jak i kierunek osi symetrii przetwornika przyspieszeń były odpowiednio zorientowane względem obranego układu współrzędnych. Rejestrację sygnałów prowadzono sekwencyjnie dla każdej pary punktów pomiarowych.

Celem właściwej korelacji rejestrowanych sygnałów z geometrią badanego obiektu utworzono odpowiedni model geometryczny, na którym oznaczone były punkty wymuszenia i punkty pomiaru odpowiedzi.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego eksperymentalnej analizy modalnej

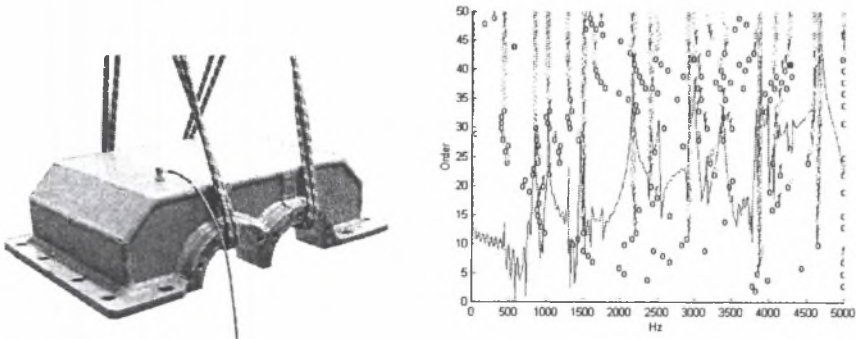
Fig. 1. Outline of experimental modal analysis setup

Eksperymentalną analizę modalną poszczególnych wersji korpusu przeprowadzono dla następujących przypadków:

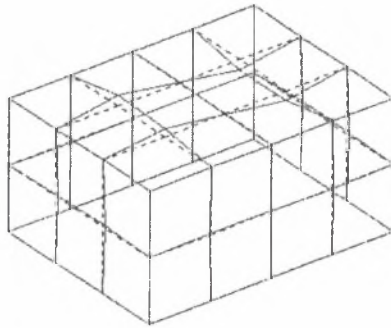
- przekładnia zamocowana na stanowisku,
- korpus przekładni swobodnie podwieszony,
- górna pokrywa korpusu swobodnie podwieszona,
- dolna część korpusu swobodnie podwieszona.

Zarejestrowane sygnały zostały zapisane w plikach, w formacie VNA, a następnie zostały przesłane do toolboxu VIOMA pracującego w środowisku MATLAB w celu przeprowadzenia właściwej analizy modalnej. W toolboxie VIOMA zostały zidentyfikowane parametry modalne: częstości drgań własnych, postacie i tłumienie drgań. Część badań została wykonana za pomocą pakietu oprogramowania do analizy modalnej LMS CADA-X. Do estymacji parametrów modelu modalnego wykorzystano w obu przypadkach metodę LSCE. Uzyskano dużą powtarzalność wyników eksperymentu przeprowadzonego obydwoma metodami.

Na rysunku 2 przedstawiono górną część korpusu (wersja C) podwieszoną sprężysto i uzyskany z badań diagram stabilizacyjny. Na rysunku 3 przedstawiono postacie drgań własnych górnej pokrywy (wersja C) dla trzeciej zidentyfikowanej częstotliwości rezonansowej.



Rys. 2. Górna część badanego korpusu (wersja C) oraz wyniki analizy modalnej
 Fig. 2. Top part of investigated gearbox (version C) as well as modal analysis results



Rys. 3. Postać drgań swobodnie podwieszanej górnej pokrywy korpusu (wersja C) dla mody 3 (1026,22 Hz)

Fig. 3. The natural mode of vibration (1026,22 Hz) free suspend top part of gearbox

Wyestymowane bieguny (rys. 2) tworzą dla pewnych częstotliwości stabilne pionowe linie. Linie te występują zazwyczaj przy częstotliwościach, dla których na charakterystyce częstotliwościowej (rysowanej w tle) pojawiają się maksima. Biegun jest rzeczywistym biegunem obiektu, gdy jest stabilny ze względu na częstotliwość, współczynnik tłumienia i wektor modalny, zaznaczony na diagramie symbolem s.

Wyniki analizy modalnej trzech kolejnych wersji korpusu - A, B, C zamocowanych na stanowisku badawczym zestawiono w tablicach 1, 2 i 3.

Tablica 1

Wyniki analizy modalnej korpusu zamocowanego na stanowisku mocy
 krążącej (wersja A)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	1621	2,29
2	2032	1,5
3	2955	1,13
4	3621	1,39
5	4871	0,43

Tablica 2

Wyniki analizy modalnej korpusu zamocowanego na stanowisku mocy
krążącej (wersja B)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	1684	4,35
2	2129	3,45
3	2223	2,50
4	2442	1,22
5	3031	3,48
6	3366	1,01
7	3944	1,97
8	4321	1,91
9	4595	1,36

Tablica 3

Wyniki analizy modalnej korpusu zamocowanego na stanowisku mocy
krążącej (wersja C)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	934	0,63
2	1513	0,48
3	2271	0,63
4	2914	0,79
5	3239	1,23
6	3879	0,29
7	4468	0,75

Wyniki analizy modalnej korpusu przekładni podwieszono sprężyste zostały porównane z wynikami teoretycznej analizy modalnej realizowanej na modelu elementów skończonych badanego obiektu [2].

Dostrojony model modalny konstrukcji umożliwi analizę wrażliwości parametrów modalnych na wprowadzane modyfikacje. W modelu modalnym można wprowadzać zmiany mas, sztywności lub tłumienia i obserwować zmieniające się parametry modalne obiektu w wyniku przeprowadzonej modyfikacji. Wyniki analizy modalnej w zakresie do 3 kHz, podwieszono sprężyste korpusu oraz jego górnej i dolnej części przedstawiono w tablicach 4, 5 i 6.

Tablica 4

Wyniki analizy modalnej korpusu podwieszono sprężyste
(wersja A)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	1297	1,25
2	1793	0,65
3	1992	0,81
4	2038	0,97
5	2156	1,24
6	2479	0,71
7	2565	0,54

Tablica 5

Wyniki analizy modalnej dolnej pokrywy korpusu podwieszanej
sprężystości (wersja A)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	497	1,04
2	1079	0,82
3	1207	0,68
4	1412	0,58
5	1841	0,46
6	1976	0,5
7	2123	0,56
8	2612	0,33
9	2867	0,28

Tablica 6

Wyniki analizy modalnej górnej pokrywy korpusu podwieszanej
sprężystości (wersja A)

Numer postaci drgań	Częstotliwość [Hz]	Tłumienie [%]
1	476	0,61
2	1107	0,58
3	1418	0,31
4	1488	0,41
5	1853	0,41
6	2346	0,28
7	2635	0,3
8	2855	0,24
9	2960	0,47

Wyniki badań symulacyjnych przy wykorzystaniu modeli elementów skończonych nie zawsze są zgodne z rezultatami pomiarów obiektów rzeczywistych, szczególnie gdy model ma skomplikowaną budowę. Różnice mogą być wynikiem zbyt dużych uproszczeń modelu elementów skończonych w stosunku do obiektu rzeczywistego, niedokładnością danych wykorzystanych do jego budowy, a dotyczących konstrukcji i warunków brzegowych obiektu. Jeżeli taki model lub rezultaty symulacji komputerowych przeprowadzanych przy jego użyciu mają być wykorzystywane np. do predykcji pola akustycznego wokół obiektu, to wyniki będą obciążone znacznym błędem. Dlatego konieczne jest dostrojenie modelu MES [2].

W procesie poprawienia zgodności modelu z obiektem rzeczywistym można wykorzystać metodę polegającą na porównywaniu własności modalnych modelu i obiektu. Metoda ta umożliwi przypisanie pewnych wag do danych pochodzących z pomiarów oraz symulacji komputerowej, jak również wag do pomiarów i symulacji jako całości, uwzględniając ich niedokładności. Proces ten jest procesem iteracyjnym, w którym poszukiwane są wartości parametrów modelu, dla których błąd jest minimalny.

Do wykonania modelu korpusu przekładni wykorzystano program MSC Patran, natomiast do obliczeń program MSC Nastran.

Zestawienie przykładowych wartości częstotliwości uzyskanych przed i po dostrojeniu modelu górnej części korpusu A przedstawiono w tablicy 7.

Tablica 7

Wyniki analizy modalnej swobodnie podwieszanej górnej pokrywy korpusu A

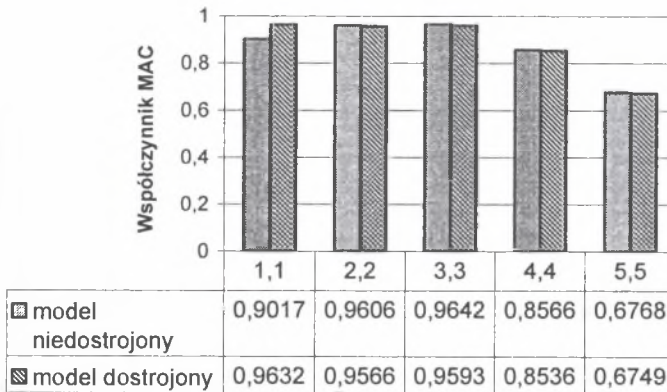
Eksperyment	Model przed dostrojeniem			Model po dostrojeniu		
	f_p [Hz]	f_s [Hz]	$f_s - f_p$	błąd względny [%]	f_s [Hz]	$f_s - f_p$
475.8	507.5	31.7	6.6	504.0	28.26	5.9
1107.3	1112.9	5.6	0.5	1104.6	-2.7	0.2
1418.5	1430.4	11.9	0.8	1429.1	10.5	0.7
1488.7	1468.2	-20.5	1.3	1466.6	-22.1	1.5
1852.8	1887.7	34.9	1.8	1862.8	10.0	0.5

W celu określenia stopnia zgodności parametrów modalnych modelu MES z parametrami obiektu rzeczywistego stosuje się różne kryteria polegające na porównywaniu częstości i postaci drgań własnych w przyjętym paśmie analizy [2]. Analitycznym zapisem tego porównania jest współczynnik MAC (Modal Assurance Criterion) wyznaczony dla poszczególnych postaci [3]. Współczynnik MAC jest zdefiniowany następująco:

$$MAC^{e-a}(i, j) = \frac{(\Psi_i^{at} \Psi_j^e)^2}{(\Psi_i^{at} \Psi_i^a)(\Psi_j^{et} \Psi_j^e)}$$

Współczynnik ten może być obliczony dla wszystkich kombinacji postaci modalnych: analitycznych $i = 1, \dots, N_m^a$ i doświadczalnych $j = 1, \dots, N_m^e$. Wartość współczynnika MAC zawiera się w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$. Współczynnik wartość jeden przyjmuje w przypadku, gdy występuje pełna zgodność modelu analitycznego z eksperymentalnym. Natomiast wartość 0 wskazuje na brak korelacji. Praktycznie przy badaniach korelacji modeli rzeczywistych obiektów buduje się macierz $MAC(i, j)$, w której elementy na przekątnej stanowią miarę zgodności modelu. Przyjmuje się, że występuje dobra zgodność, jeżeli współczynnik MAC ma wartość większą niż 0,8 [3].

Wartość współczynników MAC dla postaci drgań górnej części korpusu (tablica 7) przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Wartości współczynnika MAC dla pierwszych pięciu postaci drgań własnych górnej części korpusu (wersja A)

Fig. 4. Value of coefficient MAC for first five natural modes of top cover of gearbox (version A)

3. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona eksperymentalna analiza modalna różnych wersji korpusu umożliwiła ocenę wpływu przeprowadzonych modyfikacji na częstotliwości jego drgań własnych. Wyniki badań pozwoliły określić stopień zgodności parametrów modalnych MES z parametrami obiektu rzeczywistego. Na podstawie wyników eksperymentalnej analizy modalnej dostrojono modele MES korpusu. Zgodność wyników eksperymentalnej i teoretycznej analizy modalnej badanego obiektu pozwala stwierdzić poprawność zbudowanego modelu elementów skończonych i możliwość jego wykorzystania do symulacji modyfikowanej konstrukcji.

Literatura

1. Dąbrowski Z.: The Evaluation of the Vibroacoustic Activity for the Needs of Constructing and Use of Machines. Machine Dynamics Problems, Vol.4, Warszawa 1992.
2. Madej H.: Minimalizacja aktywności wibroakustycznej korpusów przekładni zębatych. Monograficzna Seria Wydawnicza. Biblioteka Problemów Eksploatacji-Studia i Rozprawy, Katowice - Radom 2003.
3. Uhl T.: Komputerowo wspomaganą identyfikacją modeli konstrukcji mechanicznych. WNT, Warszawa 1997.