

Grzegorz SIERPIŃSKI¹

KLASYFIKACJA MODELI OPÓŹNIEŃ POJAZDÓW NA SKRZYŻOWANIACH Z SYGNALIZACJĄ ŚWIETLNA

Streszczenie. W artykule dokonano przeglądu istniejących modeli opóźnień. Szerzej zostały przedstawione modele: deterministyczny, Webstera i HCM2000 należące do trzech odrębnych grup modeli opóźnień na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną.

CLASSIFICATION OF DELAY MODELS ON INTERSECTIONS WITH TRAFFIC LIGHTS

Summary. The article includes a review of delay models. Deterministic, Webster's and HCM2000 models, belongs to three separated groups of delay models on intersections with traffic lights, were wider described.

We can share existing delay models on three basic groups:

- deterministic models;
- „steady-state” models;
- „time-dependent” models.

The begin from Webster's model (1958) most of delay models fundamentally contain two elements: steady part and random part. Steady component origins from deterministic model (constant arrivals). Random component depends on stochastic distributions of arrivals and service. New models („time-dependent”) contain extra parameter – flow period – the time interval [in hours], during which an average arrival exceed flow rate.

I. WPROWADZENIE

Zastosowanie sygnalizacji świetlnej na skrzyżowaniu, oprócz wielu zalet, ma również wady. Jedną z nich jest okresowe powstrzymywanie poszczególnych potoków ruchu (co wynika z zasady działania tego typu urządzeń komunikacyjnych), przez co powstają opóźnienia na wlotach skrzyżowania.

Mija blisko pół wieku od opisanego przez Francisca Vernona Webstera (1958) jednego z pierwszych powszechnie stosowanych modeli opóźnień. Autor jest także twórcą algorytmu optymalizującego długość cyklu dla sygnalizacji stałoczasowych.

W ciągu tych 50 lat powstało wiele modeli opóźnień. Znaczna część z nich nawiązuje do modelu Webstera i modeli deterministycznych. Istniejące modele można podzielić na trzy zasadnicze grupy [5]:

- modele deterministyczne;
- modele „steady-state”;
- modele „time-dependent”.

¹ Wydział Transportu, Politechnika Śląska, Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, grzegorz.sierpinski@polsl.pl

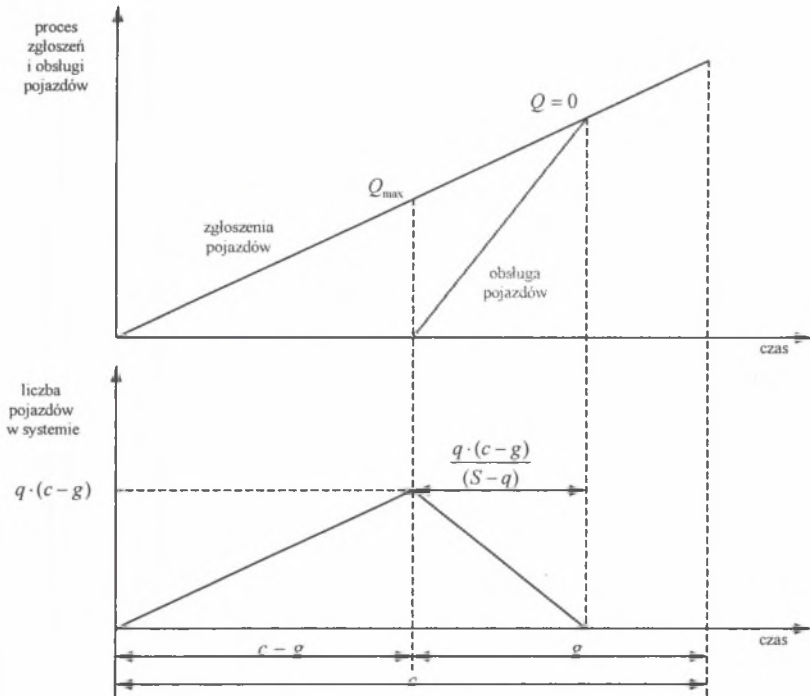
Trudność w opracowaniu wyrażenia możliwie dokładnie opisującego opóźnienia powstające na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną polega przede wszystkim na konieczności stworzenia wzoru możliwie prostego, a jednocześnie uniwersalnego dla rozmaitych warunków światowych.

Średnie opóźnienie na pojazd należy rozumieć jako różnicę pomiędzy średnim czasem przejazdu przez skrzyżowanie z zatrzymaniem a płynnym czasem przejazdu (tzn. bez zatrzymania).

W artykule przedstawiono zasadnicze cechy poszczególnych grup modeli, a także podano przykłady modeli opóźnień przypisanych do tych grup.

2. MODELE DETERMINISTYCZNE

W pierwszych modelach zakładano, iż procesy zgłoszeń i procesy obsługi na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną mają charakter deterministyczny (brak losowości). Jeden z pierwszych modeli opóźnień jest przypisywany Claytonowi (1941). W modelu pojazdy zostały zdefiniowane jako potok (stąd teoria potoków ruchu) napływający i odpływający (podczas trwania światła zielonego) stałym natężeniem.



Rys. 1. Model deterministyczny

Fig. 1. Deterministic model

Na rysunku 1 przedstawiono graficzną interpretację modelu deterministycznego. Liczbę pojazdów zgłaszających się w cyklu oznaczono przez q . W górnej części rysunku pokazano krzywe procesu zgłoszeń i obsługi pojazdów w cyklu, natomiast dolna część przedstawia liczbę pojazdów w systemie w zależności od czasu. Dla czasu $(c-g) S=0$ (brak

obsługi pojazdów – zgłaszające się pojazdy oczekują na obsługę). Z chwilą wyświetlenia sygnалу zielonego rozpoczyna się obsługa oczekujących pojazdów zgodnie z regułą FIFO (first in first out). Gdy $S=q$ kolejka jest pusta ($Q=0$) – wszystkie pojazdy z kolejki zostały obsłużone. Kolejne zgłaszające się pojazdy zostają obsłużone bezzwłocznie (bez czekania). Całkowity czas czekania w cyklu (1) można wyznaczyć przez obliczenie równań prostych i punktu ich przecięcia oraz czasu rozładowania kolejki.

$$W = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (c - g) \left[(c - g) + \frac{q \cdot (c - g)}{s - q} \right] = \frac{q \cdot s \cdot (c - g)^2}{2 \cdot (s - q)} \quad (1)$$

Odpowiednio średni czas czekania na pojazd wyniesie:

$$\bar{W} = \frac{q \cdot s \cdot (c - g)^2}{2 \cdot (s - q)} \cdot \frac{1}{q \cdot c} = \frac{s \cdot (c - g)^2}{2 \cdot c \cdot (s - q)} = \frac{c \cdot \left(1 - \frac{g}{c}\right)^2}{2 \cdot \left(1 - \frac{q}{s}\right)} \quad (2)$$

Poszczególne symbole we wzorach (1) i (2) oznaczają odpowiednio:

W – całkowity czas czekania w cyklu [s];

\bar{W} – średni czas czekania na pojazd [s];

q – liczba zgłaszających się pojazdów [P/h];

s – liczba obsługiwanych pojazdów [P/hz];

c – długość cyklu [s];

g – efektywny czas zielony [s].

3. MODELE “STEADY-STATE”

Modele tzw. stanu ustalonego dotyczą sytuacji, w której procesy zgłoszeń i obsługi pozostają niezmiennie w czasie [4]. Takie modele mają zastosowanie, gdy system jest w równowadze, tzn. stopień nasycenia jest mniejszy od jedności. Do tych modeli zalicza się m. in. modele oparte na teorii kolejek, a także model Webstera (1958).

Webster, jako jeden z pierwszych, potraktował opóźnienie jako sumę dwóch składników: części stałej (dla ustalonego strumienia zgłoszeń) oraz składnika losowego (w tym przypadku opartego na modelu masowej obsługi M/D/1). Model M/D/1 oznacza wykładnicze odstępy między zgłoszeniami pojazdów, stałe czasy obsługi i jeden kanał obsługi. Wzór powstał przez połączenie metod teoretycznych oraz symulacji komputerowych:

$$d = \frac{c \cdot (1 - \lambda)^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot x)} + \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1 - x)} - 0,65 \cdot \left(\frac{c}{q}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{(2+5 \cdot \lambda)} \quad (3)$$

gdzie:

d – średnie opóźnienie na pojazd [s];

c – długość cyklu sygnalizacji [s];

$\lambda = g/c$ – udział sygnалу efektywnego zielonego w cyklu;

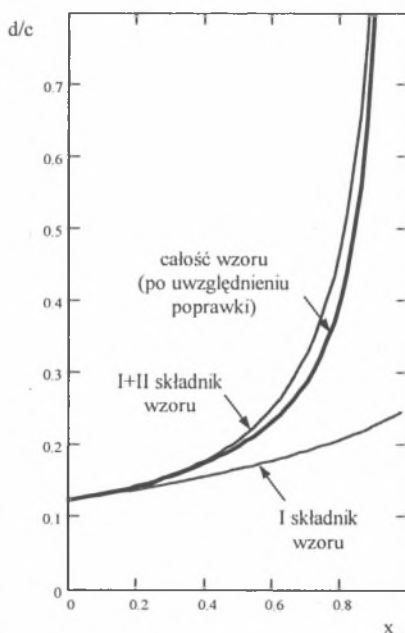
g – efektywny czas zielony [s];

q – natężenie [P/h];

$x = q/(\lambda s)$ – stopień nasycenia;
 s – natężenie nasycenia [P/hz].

Pierwszy składnik wzoru reprezentuje opóźnienie dla potoku równomiernego (równomierne przybycia – stałe natężenie). Drugi składnik stanowi „dodatek” z uwagi na losową naturę przybyć (losowe wahania ruchu). Jest to tzw. „losowe opóźnienie” uwzględniające rozkład Poissona zgłoszeń pojazdów oraz stałą przepustowość. Trzeci składnik bazuje na wynikach symulacji. Jest to składnik korygujący, zwykle stanowiący około 10% całego opóźnienia [9, 10].

Rysunek 2 przedstawia krzywe odpowiadające opóźnieniu na cykl w zależności od stopnia obciążenia. Krzywe reprezentują odpowiednio: opóźnienie będące stałą składową formuły Webstera, sumę stałej i losowej składowej oraz pełną formułę uwzględniającą korektę na podstawie symulacji.



Rys. 2. Model Webstera – ilustracja graficzna poszczególnych składników modelu
 Fig. 2. Webster's model – graphic illustration of separate components

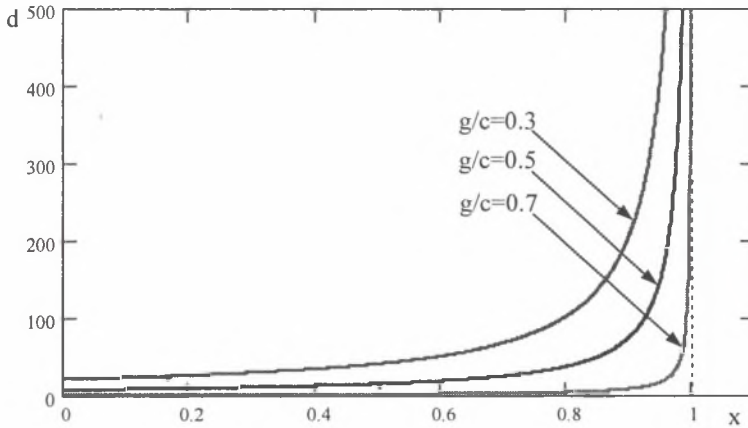
Na rysunku 3 pokazano wykres zmienności opóźnienia, według wzoru Webstera, dla trzech różnych wartości splitu sygnału efektywnego zielonego (g/c), przy nie zmienionych pozostałych wielkościach.

Newell (1960) stworzył bardzo podobny model opóźnień (4), jednakże nie bazował na wynikach symulacji komputerowej [5]. Była to matematyczna formuła wykorzystująca równanie pewnej krzywej.

$$d = \frac{c \cdot (1 - \lambda)^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot x)} + \frac{x \cdot I \cdot H(\mu)}{2 \cdot q \cdot (1 - x)} + \frac{x \cdot I \cdot (1 - \lambda)}{2 \cdot q \cdot (1 - \lambda \cdot x)^2} \quad (4)$$

I - stanowi stosunek wariancji do średniej liczby zgłoszeń. Wielkość $H(\mu)$ jest funkcją malejącą zmiennej m określonej wzorem (5):

$$\mu = \frac{s \cdot g - q \cdot c}{\sqrt{I \cdot s \cdot g}} \quad (5)$$



Rys. 3. Model Webstera – zależność od splitu sygnału efektywnego zielonego

Fig. 3. Webster's model – relationship with effective green split

Do grupy modeli stanu ustalonego należy także model Millera (1963). Średnie opóźnienie w tym przypadku ma postać [5, 7]:

$$d = \frac{1 - \lambda}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot x)} \cdot \left[c \cdot (1 - \lambda) + \frac{(2 \cdot x - 1) \cdot I}{q \cdot (1 - x)} \right] \quad (6)$$

Jak widać, we wszystkich wyżej opisanych modelach stanu ustalonego (Webstera, Newella i Millera) pierwszym składnikiem jest element stanowiący model deterministyczny.

4. MODELE "TIME-DEPENDENT"

Natężenie ruchu w centrach dużych miast okresowo przekracza możliwości obsługi w czasie trwania sygnału zielonego, dlatego tworzą się kolejki na wlotach skrzyżowań. Modele stanu ustalonego w takich przypadkach zawodzą. Gdy wartość obciążenia x zbliża się do 1, średnie opóźnienie dąży w nich do ∞ . Aby uwzględnić występowanie takich sytuacji w modelach opóźnień, wprowadzono dodatkowy parametr – T . Jest to czas [h], w którym natężenie osiąga bądź nieznacznie przekracza natężenie nasycenia. Stąd nazwa modeli - modele zależne od czasu. W tych modelach po dokonaniu tzw. transformacji współrzędnych [5] krzywa opóźnienia przy $x=1$ nie dąży asymptotycznie do nieskończoności, ale do prostej opisanej równaniem (7):

$$d_p = \frac{T \cdot (x - 1)}{2} \quad (7)$$

Do tej grupy należy m. in. model opóźnień Akçelika [1, 6]:

$$d = \frac{c \cdot (1 - \lambda)^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot x)} + 900 \cdot T \cdot x^n \left[(x - 1) + \sqrt{(x - 1)^2 + \frac{m \cdot (x - x_0)}{\lambda \cdot s \cdot T}} \right] \quad (8)$$

gdzie:

x_0 – stopień nasycenia, dla którego drugi składnik wzoru przyjmuje wartość 0;
 m, n – parametry przeliczeniowe.

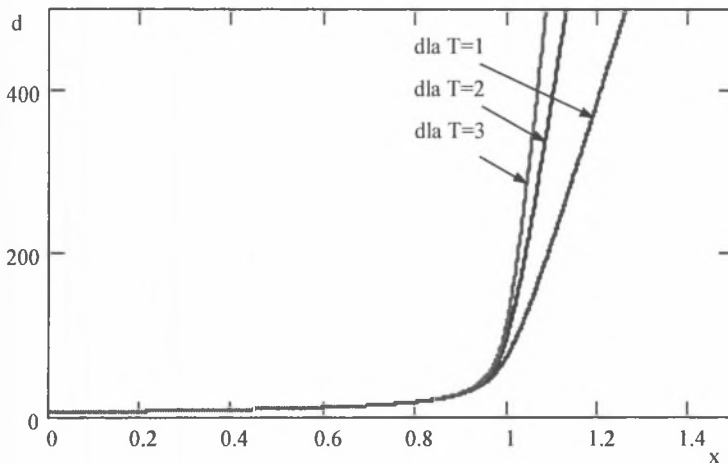
W HCM 2000 (Highway Capacity Manual) przyjęto podobny model (9) [6]. Wyznaczenie opóźnień uzależniono od rodzaju zgłoszeń pojazdów. Wyszczególniono sześć typów zgłoszeń pojazdów (arrival type – AT), dla każdego z nich przyjmując specyficzne wartości parametrów k, l .

$$d = \frac{c \cdot (1 - \lambda)^2}{2 \cdot (1 - \lambda \cdot x)} + 900 \cdot T \cdot \left[(x - 1) + \sqrt{(x - 1)^2 + \frac{8 \cdot k \cdot l \cdot x}{T \cdot C}} \right] \quad (9)$$

gdzie:

k – przyrostowy współczynnik opóźnienia;
 l – współczynnik korygujący (dla skrzyżowań izolowanych przyjmuje wartość 1).

Na rysunku 4 przedstawiono zmiany nachylenia krzywej średniego opóźnienia na pojazd w zależności od parametru T . Im dłuższy okres, dla którego stopień nasycenia pozostaje większy od jedności, tym opóźnienie „szybciej” dąży do nieskończoności – krzywa upodabnia się do krzywych z modeli stanu ustalonego. Wykres sporządzono dla typu zgłoszeń 3 (AT3), w którym losowe zgłoszenia pojedynczych pojazdów stanowią większość zgłoszeń (ponad 60%). Ten typ zgłoszeń przyjmuje się dla skrzyżowań izolowanych [3].



Rys. 4. Model opóźnień z instrukcji HCM2000

Fig. 4. HCM2000 delay model

5. PODSUMOWANIE

Istniejące modele można podzielić na trzy zasadnicze grupy [5]:

- modele deterministyczne;
- modele „steady-state”;
- modele “time-dependent”.

Począwszy od modelu Webstera (1958), większość modeli opóźnień zawiera zasadniczo dwa elementy – część ustaloną oraz część losową opóźnienia. Składnik ustalony stanowi model deterministyczny odpowiadający stałym zgłoszeniom (brak losowości), natomiast składnik losowy zależy od przyjętych rozkładów prawdopodobieństwa zgłoszeń i obsługi pojazdów na skrzyżowaniu. Najnowsze modele („time-dependent”) zawierają dodatkowo parametr określający długość czasu, dla którego natężenie osiąga bądź nieznacznie przekracza natężenie nasycenia.

Literatura

1. Akçelik R.: HCM 2000 Back of Queue Model for Signalised Intersections. Technical Note, September 2001.
2. Akçelik R.: Progression Factors in the HCM 2000 Queue and Delay Models for Traffic Signals. Technical Note, September 2001.
3. Benekohal R. F., El-Zohairy Y. M.: Multi-Regime Arrival Rate Uniform Delay Models for Signalized Intersections. Transportation Research Part A, Vol. 35A, pp. 625-667, Elsevier Service Ltd 2001.
4. Datka S., Suchorzewski W., Tracz M.: Inżynieria ruchu. WKiŁ, Warszawa 1999.
5. Gartner N., Messer C. J., Rathi A. K.: Traffic Flow Theory A State-of-the-Art Raport. Transportation Research Board, <http://www.cta.ornl.gov/cta/research/trb/tft.html>
6. Kamarajugadda A., Park B.: Stochastic traffic signal timing optimization. Research Report No. UVACTS-15-0-44, The University of Virginia, August 2003.
7. Miller A. J.: Settings for Fixed-Cycle Traffic Signals. Operations Research Quarterly, Vol. 14, No 4, 1963.
8. Singh R.: Improved Speed-Flow Relationships: Application to Transportation Planning Models. Paper Presented at the 7th TRB Conference on Application of Transportation Planning Methods Boston, Massachusetts March 1999.
9. Webster F. V.: Traffic signal settings. Road Research Paper No. 39, Her Majesty's Stationary Office, London 1958.
10. Webster F. V., Cobbe B. M.: Traffic Signals. Road Research Paper No. 56, Her Majesty's Stationary Office, London 1966.
11. Woch J.: Teoria potoków ruchu (w druku).

Recenzent: Dr hab. inż. Romuald Szopa, prof. Politechniki Częstochowskiej