

Czesław SAJDAK, Piotr ERM
Marek KRÓLIKOWSKI

WPIĘW PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ I KONDUKTYWNOŚCI
BOCZNIKA MAGNETYCZNEGO NA PARAMETRY INDUKCYJNEGO
UKŁADU GRZEJNEGO WSAD - WZBUDNIK

Streszczenie. W pracy przeanalizowano zależność impedancji układu grzeijnego, gęstości mocy czynnej i gęstości prądów indukowanych we wsadzie od przenikalności magnetycznej i konduktywności bocznika magnetycznego.

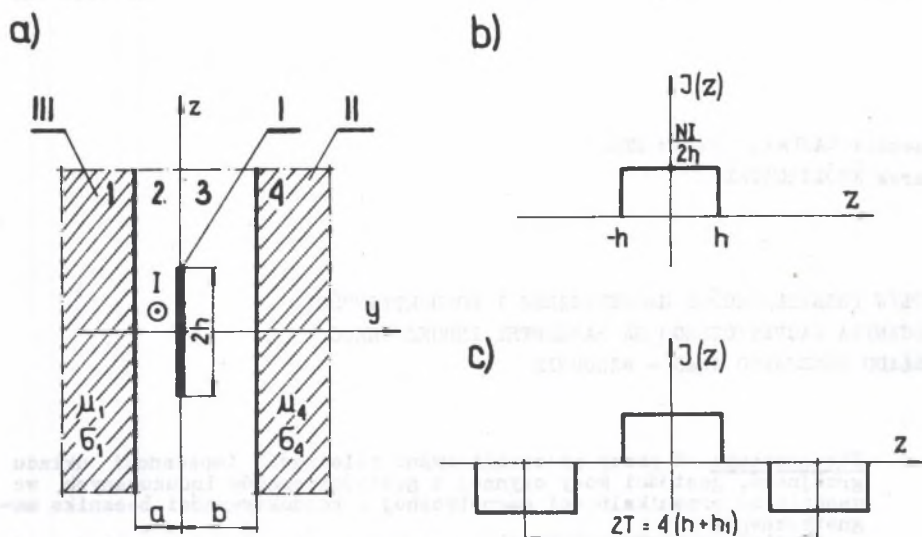
Badany układ grzeijny zawiera nieskończenie rozległy bocznik i wsad oraz uzwojenie o skończonej wysokości.

Podano szereg przykładów obliczeniowych dla dwóch częstotliwości prądu wzbudnika $f = 50$ i 2500 Hz, przy różnych parametrach elektrycznych i magnetycznych wsadu.

1. Wstęp

W analitycznych metodach obliczeniowych elektrotermicznych układów wsad-wzbudnik przy konstrukcji modeli obliczeniowych nagrzewnic przyjmuje się m.in., że bocznik (rdzeń) magnetyczny ma przenikalność magnetyczną nieskończenie dużą ($\mu \rightarrow \infty$) i konduktywność pomijalnie małą ($\sigma \rightarrow 0$) [1-4]. Oznacza to, że bocznik wykonany jest z idealnego bezstratnego ferromagnetyka. W rzeczywistości wartości μ i σ materiałów ferromagnetycznych odbiegają znacznie od przyjmowanych w modelach obliczeniowych. Na przykład dla blachy transformatorowej przy $H = 10^3$ [Am^{-1}] - $\mu_r = 1000$, przy $H = 10^4$ [Am^{-1}] - $\mu_r = 150$, przy $H = 10^5$ [Am^{-1}] - $\mu_r = 17$. Jej konduktywność, w zależności od zawartości krzemu, mieści się w granicach $(1,6 \pm 4,2) \cdot 10^6$ [Sm^{-1}].

Założenie $\mu \rightarrow \infty$ i $\sigma \rightarrow 0$ niewątpliwie wpływa na dokładność metod analitycznych. Celem pracy jest oszacowanie błędu, jakie ono powoduje, zwłaszcza przy wyznaczeniu mocy wydzielanej we wsadzie i impedancji wzbudnika. Ocenę wpływu przenikalności magnetycznej i konduktywności bocznika magnetycznego przeprowadził się dla prostego modelu obliczeniowego, pokazanego na rys. 1a.



Rys. 1. Model obliczeniowy (a), rozkład gęstości prądu rzeczywistego wzbudnika (b) oraz rozkład gęstości prądu dla metody szeregu Fouriera (c)

I - wzbudnik, II - wsad, III - bocznik magnetyczny

Wsad zastąpiony jest w nim półprzestrzenią izotropową (II), uzwojenie - nieskończenie cienką folią (I) o wysokości $2h$, natomiast bocznik magnetyczny modelowany jest przez półprzestrzeń (III) o przenikalności magnetycznej μ_1 i konduktywności σ_1 . Wszystkie elementy są nieskończenie rozległe w kierunku osi x . Układ z rys. 1a odpowiada przypadkowi nagrzewania wsadu płaskiego wzbudnikiem jedno- lub dwustronnym z bocznikiem magnetycznym, przy czym grubość wsadu jest wielokrotnie większa od głębokości wnikania pola elektromagnetycznego (wsad "gruby"). Uzasadnia to w pełni zastąpienie rzeczywistego wsadu półprzestrzenią metalową.

Zasady konstrukcji podobnych modeli obliczeniowych omówiono bardziej szczegółowo m.in. w [3, 4].

2. Potencjał wektorowy

Równanie różniczkowe potencjału wektorowego [5] dla rozpatrywanego przypadku rozwiązano metodą szeregu Fouriera, opisaną dokładniej w pracach [4, 6]. Niezbędne do dalszej analizy potencjały wektorowe w obszarach 3 i 4 przyjmują następujące postaci:

- obszar 3 ($0 < y < b$)

$$A_{x3}(y, z) = \frac{2NI}{\beta l h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{Y(n) \cos Gh_1}{M(n)} \left[\cosh G(y-b) - \frac{P_1 \mu_0}{\mu_1 G} \sinh G(y-b) \right] \cos Gz, \quad (1)$$

- obszar 4 ($y > b$)

$$A_{x4}(y, z) = \frac{2NI}{\beta l h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{Y(n) \cos Gh_1}{M(n)} e^{-P_4(y-b)} \cos Gz \quad (2)$$

gdzie: $n = 0; 1; 2; 3 \dots$

$$G = \frac{(2n+1)\pi l}{2(h+h_1)}$$

$$Y(n) = \cosh Ga + \frac{P_1}{G} \frac{\mu_0}{\mu_1} \sinh Ga,$$

$$M(n) = \left(\frac{G}{\mu_0} + \frac{P_1}{\mu_1} \frac{P_4}{\mu_4} \frac{\mu_0}{G} \right) \sinh G(a+b) + \left(\frac{P_1}{\mu_1} + \frac{P_4}{\mu_4} \right) \cosh G(a+b)$$

$$P_1 = \sqrt{G^2 + j\omega \mu_1 \sigma_1},$$

$$P_2 = \sqrt{G^2 + j\omega \mu_4 \sigma_4},$$

$$\omega = 2\pi f,$$

- f - częstotliwość prądu,
 N - liczba zwojów uzwojenia,
 I - natężenie prądu wzбудnika,
 μ_1, σ_1 - przenikalność magnetyczna i konduktywność bocznika magnetycznego,
 μ_4, σ_4 - przenikalność magnetyczna i konduktywność wsadu,
 $2h_1$ - odległość między uzwojeniem rzeczywistym i hipotetycznym (rysunek 1 c) [4].

3. Wielkości pola elektromagnetycznego i impedancja wzбудnika

Wielkości charakteryzujące pole elektromagnetyczne związane są w analizowanym przypadku z potencjałem wektorowym w następujący sposób [5]:

- indukcja magnetyczna

$$\vec{B}_i = B_{yi} \vec{1}_y + B_{zi} \vec{1}_z = \frac{\partial A_{xi}}{\partial z} \vec{1}_y - \frac{\partial A_{xi}}{\partial y} \vec{1}_z \quad [y_{sm}^{-2}]$$

gdzie:

i - numer obszaru obliczeniowego ($i = 3, 4$);
 $\vec{1}_y, \vec{1}_z$ - wektory jednostkowe osi y i z ;

- gęstość prądów indukowanych we wsadzie

$$J_{x4} = -j\omega \sigma_4 A_{x4} \quad [Am^{-2}]$$

- gęstość objętościowa mocy czynnej wydzielanej we wsadzie

$$p_{v4} = \frac{1}{\sigma_4} |J_{x4}|^2 \quad [Wm^{-3}]$$

Jednostkową impedancję zastępczą układu wsad-wzbudnik wyznacza się z zależności [7]:

$$z = j\omega \frac{h}{2hI} \int_{-h}^h A_{x3} [y = 0; z] dz = r_z + jx_z \quad [\Omega m^{-1}]$$

Jeżeli długość (w kierunku osi x) rzeczywistej nagrzewnicy oznaczy się przez "g", wówczas impedancja całkowita jest równa:

$$Z = gz = g(r_z + jx_z) = R_z + jX_z \quad [\Omega]$$

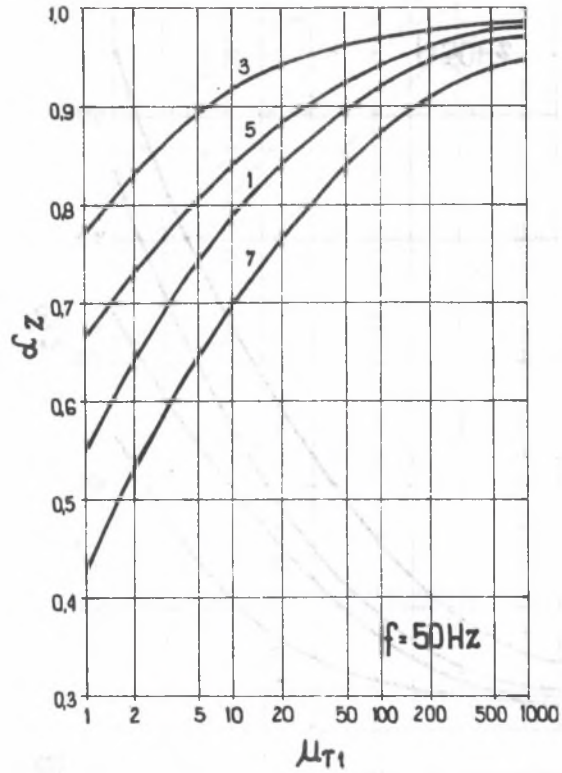
Dla oceny wpływu zmian przenikalności magnetycznej i konduktywności bocznika na powyższe wielkości (B, J, p_v, Z) celowe jest określenie następująco zdefiniowanych współczynników:

$$\alpha = \frac{W(\mu_1, \sigma_1 = \text{const})}{W(\mu_1 \rightarrow \infty, \sigma_1 \rightarrow 0)} = f(\mu_1), \quad (3)$$

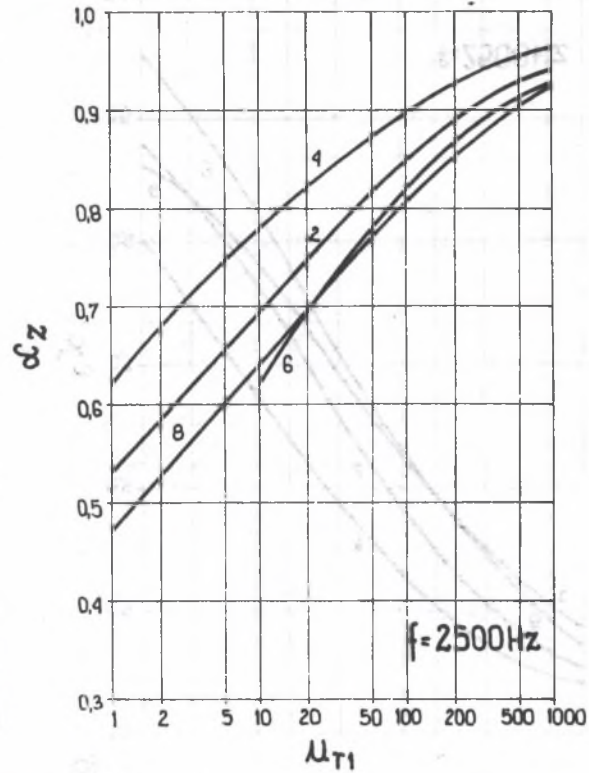
$$\beta = \frac{W(\mu_1 = \text{const}, \sigma_1)}{W(\mu_1 \rightarrow \infty, \sigma_1 \rightarrow 0)} = f(\sigma_1), \quad (4)$$

gdzie: - $W(\mu_1, \sigma_1 = \text{const}), W(\mu_1 = \text{const}, \sigma_1)$ - wielkości obliczone dla rzeczywistych wartości przenikalności magnetycznej i konduktywności bocznika (μ_1, σ_1),
 - $W(\mu_1 \rightarrow \infty, \sigma_1 \rightarrow 0)$ - wielkość odniesienia wyznaczona dla idealnego bezstratnego bocznika magnetycznego.

a)

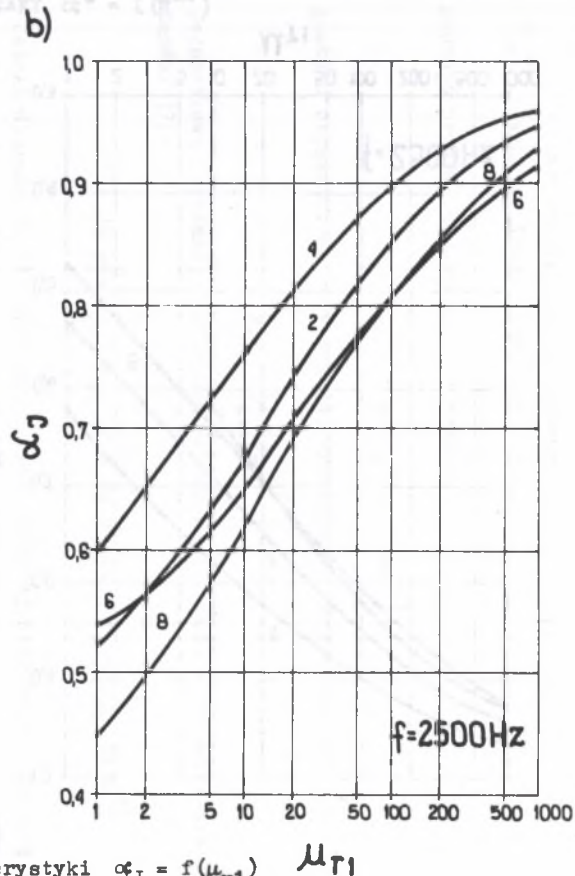
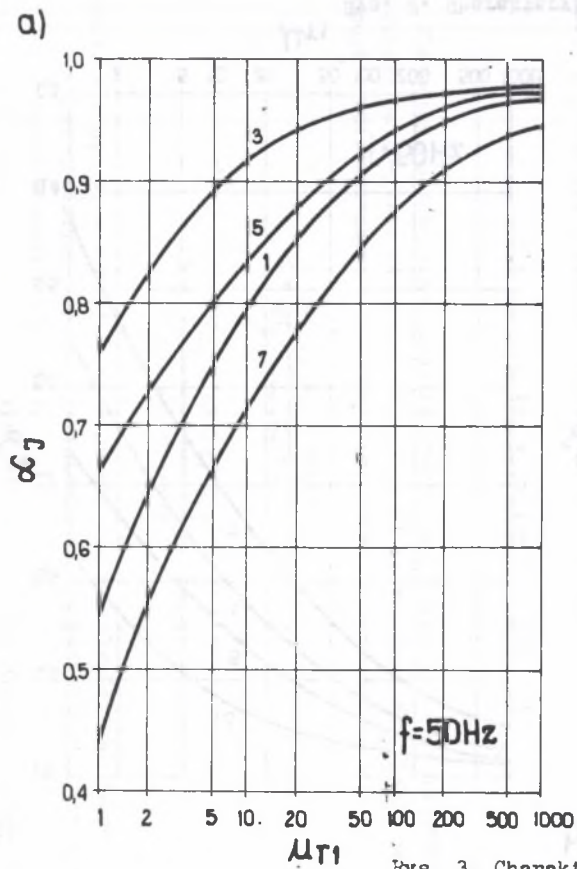


b)



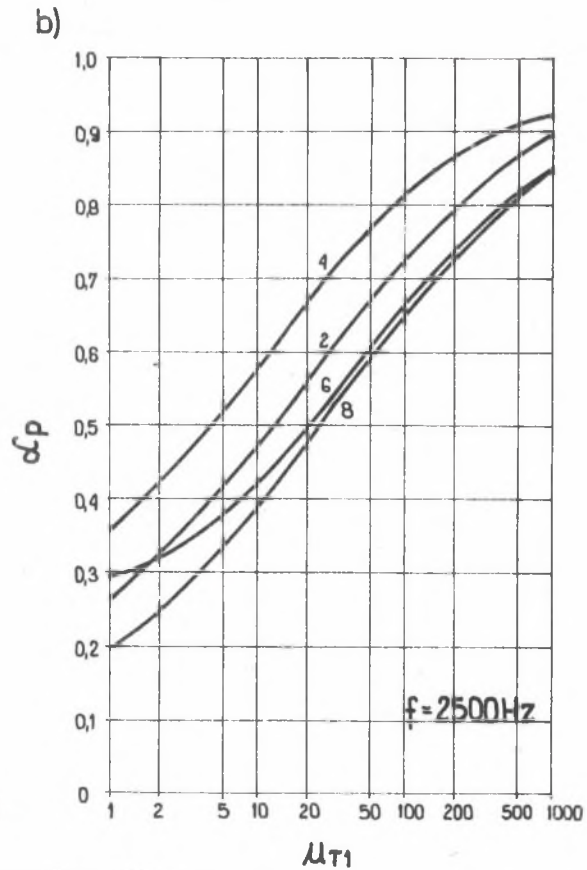
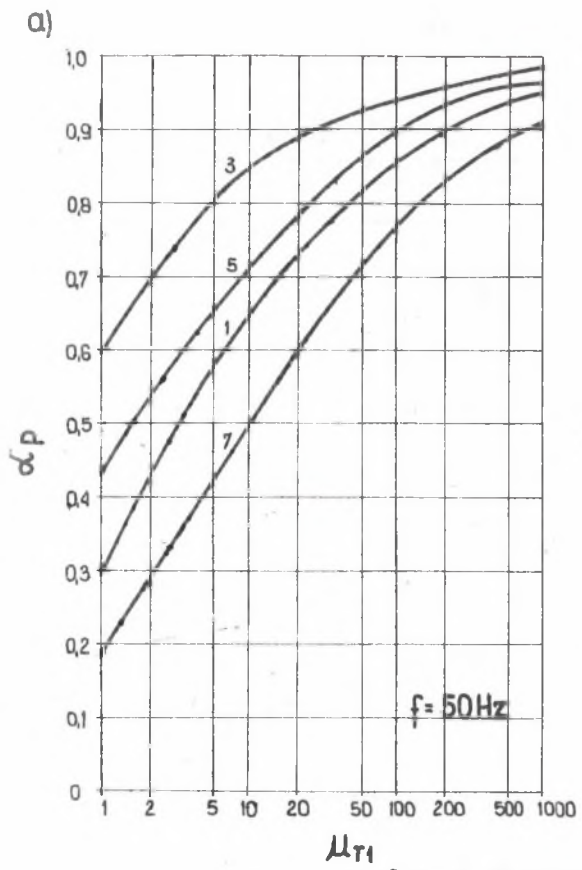
Rys. 2. Charakterystyki $\alpha_z = f(\mu_{r1})$

a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$

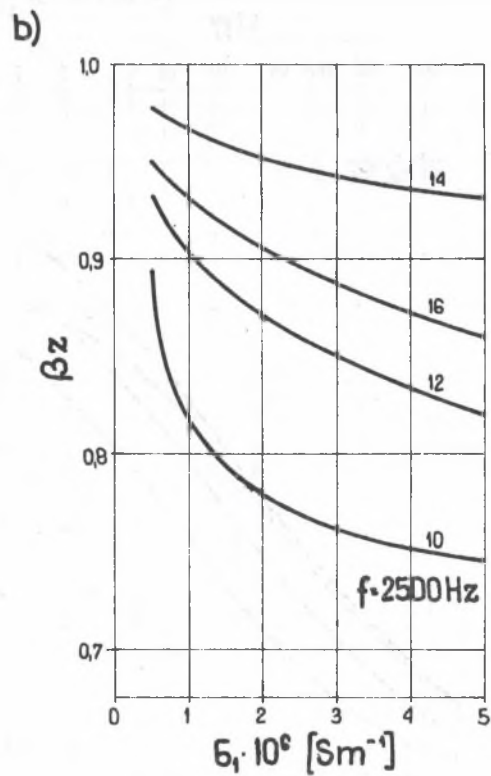
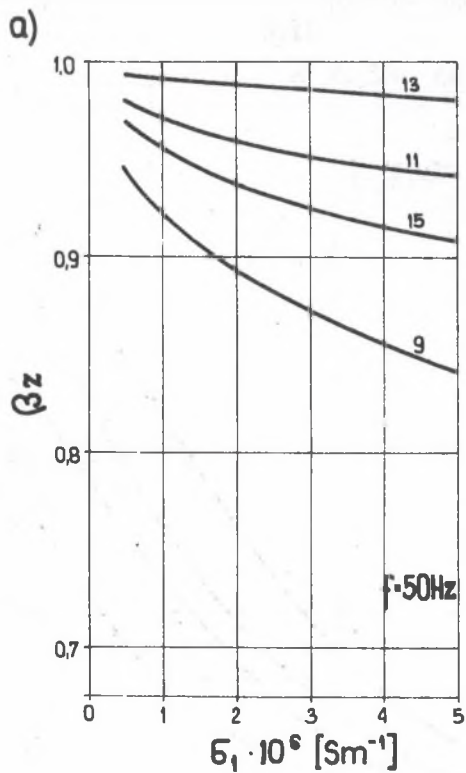


Rys. 3. Charakterystyki $\alpha_J = f(\mu_{T1})$

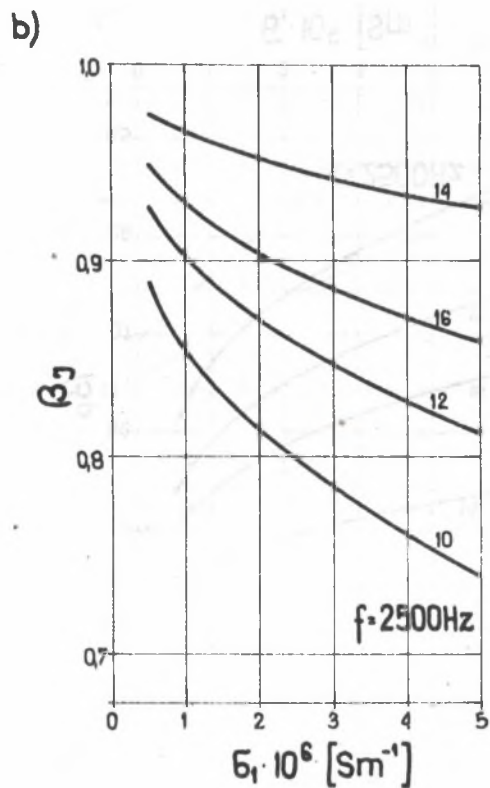
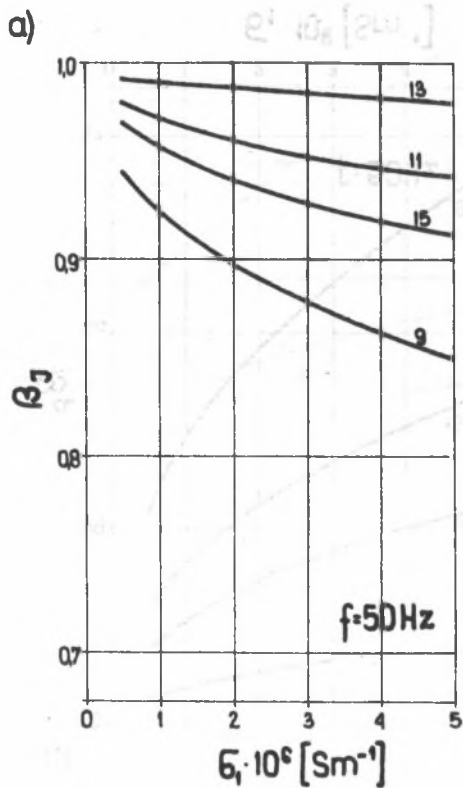
a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$



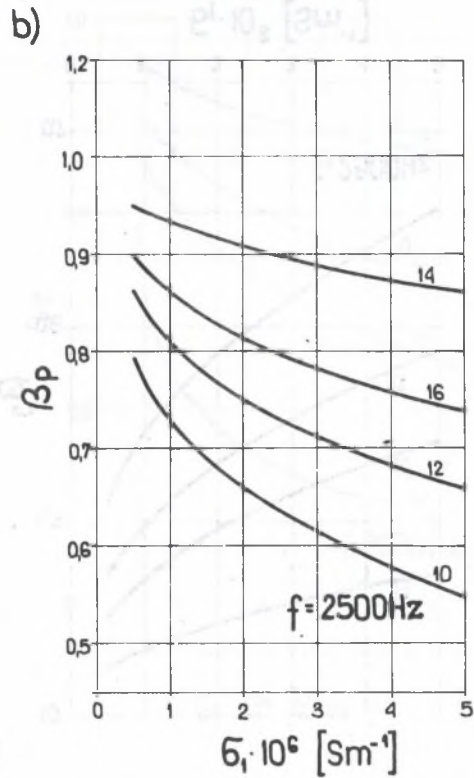
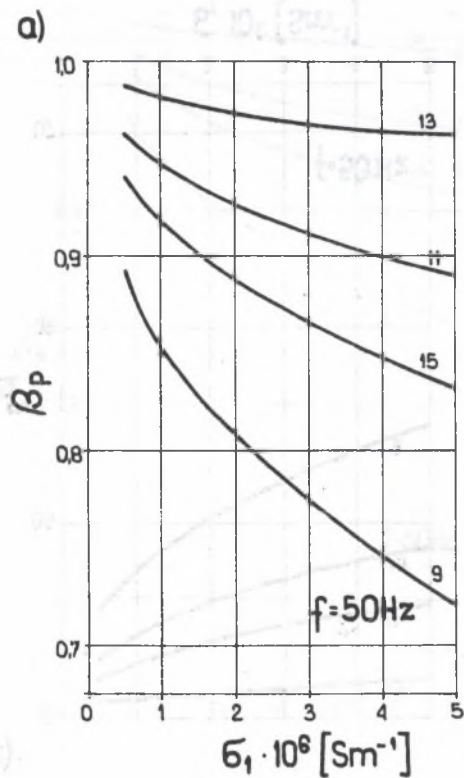
Rys. 4. Charakterystyki $\epsilon_p = f(\mu_{r1})$
 a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$



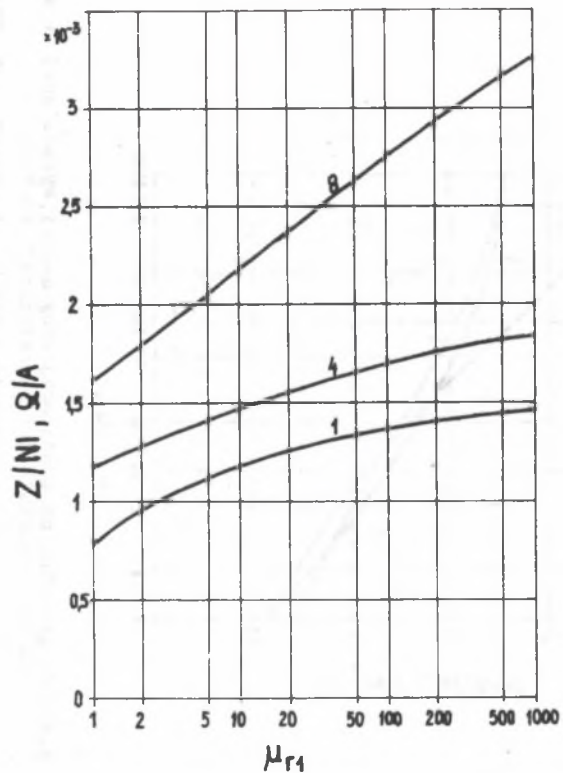
Rys. 5. Charakterystyki $\beta_z = f(\sigma_1)$
 a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$



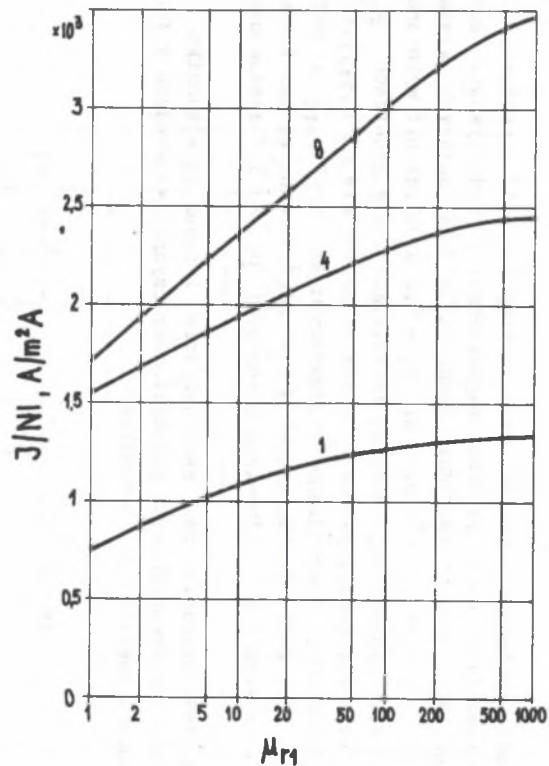
Rys. 6. Charakterystyki $B_J = f(G_1)$
 a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$



Rys. 7. Charakterystyki $\beta_p = f(\sigma_1)$
 a) $f = 50 \text{ Hz}$, b) $f = 2500 \text{ Hz}$



Rys. 8. Zależność impedancji układu wzbudnik-wsad od przenikalności magnetycznej bocznika (wartości dla krzywej 1 należy pomnożyć przez 10^{-1})

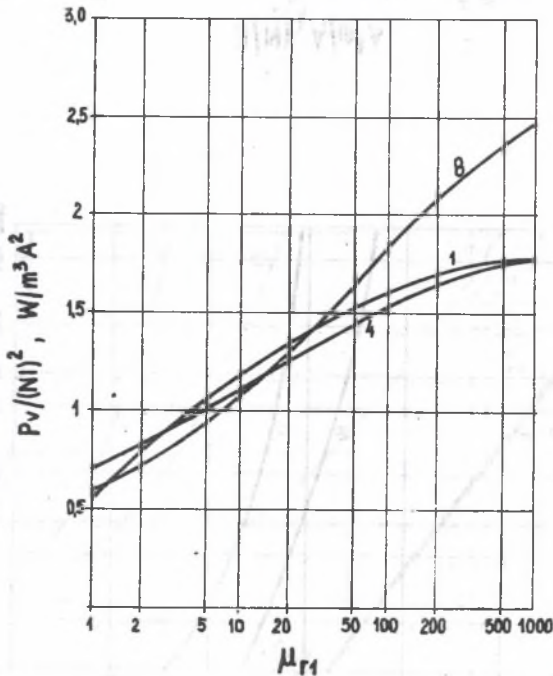


Rys. 9. Zależność gęstości prądów indukowanych we wsadzie od przenikalności magnetycznej bocznika (wartość dla krzywej 1 należy pomnożyć przez 10^{-1})

4. Przykłady obliczeniowe

Zależność impedancji, gęstości mocy czynnej i gęstości prądów indukowanych we wsadzie od przenikalności magnetycznej i konduktywności bocznika zbadano dla układu grzejnego (rys. 1a) o następujących wymiarach $a = 0,01$ m; $b = 0,01$ m; $h = 0,05$ m; $h_1 = 0,2$ m. Obliczenia wykonano dla przenikalności magnetycznej bocznika zmieniającej się w granicach $\mu_{r1} = 1 \div 1000$ oraz dla konduktywności zawartej w przedziale $\sigma_1 = (0,5 \div 5) \cdot 10^6$ [Sm⁻¹]. Na ich podstawie sporządzono charakterystyki $\alpha = f(\mu_{r1})$ i $\beta = f(\sigma_1)$ pokazane na rys. 2-7. Współczynniki α i β zdefiniowane są zależnościami (3) i (4). Krzywymi 1 ÷ 16 odpowiadają wartości μ_r , σ i f zestawione w tabl. 1.

Na rys. 8-10 przedstawiono charakter zmian impedancji wzbudnika, gęstości prądów indukowanych oraz gęstości mocy czynnej we wsadzie w funkcji przenikalności magnetycznej bocznika.



Rys. 10. Zależność gęstości objętościowej mocy czynnej wydzielanej we wsadzie od przenikalności magnetycznej bocznika

(wartości dla krzywej 1 należy pomnożyć przez 10^{-2} , natomiast dla krzywej 4 przez 10^{-1})

Tablica 1

| Współczynnik α | | | | | Współczynnik β | | | | |
|-----------------------|--|--|------------|-----------|----------------------|------------|--|------------|-----------|
| Nr krzywej | $\sigma_1 \cdot 10^6$ [Sm ⁻¹] | $\sigma_4 \cdot 10^6$ [Sm ⁻¹] | μ_{r4} | f [Hz] | Nr krzywej | μ_{r1} | $\sigma_4 \cdot 10^6$ [Sm ⁻¹] | μ_{r4} | f [Hz] |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 50 | 9 | 100 | 1 | 1 | 50 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 2500 | 10 | 100 | 1 | 1 | 2500 |
| 3 | 1 | 34 | 1 | 50 | 11 | 100 | 34 | 1 | 50 |
| 4 | 1 | 34 | 1 | 2500 | 12 | 100 | 34 | 1 | 2500 |
| 5 | 5 | 34 | 1 | 50 | 13 | 1000 | 34 | 1 | 50 |
| 6 | 5 | 34 | 1 | 2500 | 14 | 1000 | 34 | 1 | 2500 |
| 7 | 1 | 5 | 16 | 50 | 15 | 1000 | 5 | 16 | 50 |
| 8 | 1 | 5 | 16 | 2500 | 16 | 1000 | 5 | 16 | 2500 |

5. Podsumowanie

Przeprowadzona analiza wykazała dużą zależność parametrów układu grzejnego od własności elektrycznych i magnetycznych bocznika. Szczególnie zauważalny jest znaczny wzrost impedancji, mocy czynnej i gęstości prądów indukowanych wraz ze wzrostem przenikalności magnetycznej bocznika, zarówno przy niskiej, jak i podwyższonej częstotliwości. Zmiany konduktywności σ_1 mają o wiele mniejszy wpływ na badane wielkości.

Charakter zmian współczynników α i β , a więc i również Z , J i p_v jest podobny dla wsadów niemagnetycznych ($\mu_{r4} = 1$) i magnetycznych ($\mu_{r4} > 1$).

LITERATURA

- [1] Lavers J.D., Biringer P.P.: An improved method of calculating the induction heating equivalent circuit parameters. 7th International Congress UIE, Warsaw 1972 Ref. N.602.
- [2] Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.: The calculation of one and three phase induction furnaces with the conduction crucible. Internationale Studentage Induktionserwärmung - und Schmelzen. Liege 1978.
- [3] Sajdak Cz.: Zastosowanie metody całki Fouriera do analizy indukcyjnego układu grzejnego płyta-wzbudnik. Archiwum Elektrotechniki t.XXVIII z.1/1979 ss.203-212.
- [4] Sajdak Cz.: Analiza pola elektromagnetycznego w indukcyjnym układzie grzejnym płyta-wzbudnik. Archiwum Elektrotechniki t.XXVI z.4/1977 ss. 825-834.
- [5] Krakowski M.: Elektrotechnika teoretyczna. T.II. Pole elektromagnetyczne. PWN, Warszawa - Poznań 1979.
- [6] Fikus F., Sajdak Cz.: Jednostronne nagrzewanie indukcyjne płyty wzbudnikiem o skończonej wysokości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 51/1975 ss. 77-88.
- [7] Lupi S., Nemkow V.: Analiticeskij rasczot cilindriczeskich indukcyjnych sistiem. Elektrichestwo, 6/1978, ss. 43-47.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И ЧЕДЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ МАГНИТНОГО СЕРДЕЧНИКА НА ПАРАМЕТРЫ УСТАНОВКИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА САДКА - ИНДУКТОР

Резюме

В настоящей работе были проанализированы зависимости полного сопротивления нагревательной установки, плотности активной мощности и плотности тока индуцированного в садке от магнитной проницаемости и удельной проводимости магнитного сердечника.

Исследуемая нагревательная установка содержит бесконечно протяженный магнитный сердечник и садку, а также обмотку с конечной высотой.

В работе дан ряд расчетных примеров для двух частот тока индуктора $f = 50$ и 2500 Гц, для разных электрических и магнитных параметров садки.

THE INFLUENCE OF MAGNETIC PERMEABILITY AND CONDUCTIVITY OF MAGNETIC CORE ON THE PARAMETERS OF INDUCTIVE HEATING SYSTEM CHARGE-INDUCTOR

S u m m a r y

The paper analyses the dependence of impedance of a heating system, active power density and induced current density in a charge on magnetic permeability and conductivity of magnetic core.

The investigated heating system comprises an extensive core and charge as well as a winding with finite height.

A number of analytical examples was given for two frequencies of current of inductor $f = 50$ and 2500 Hz in the case of various electric and magnetic parameters of a charge.