

Czesław SAJDAK

PRZYCZYNEK DO OBLICZANIA CYLINDRYCZNYCH POMP INDUKCYJNYCH
DO TRANSPORTU CIEKŁYCH METALI

Streszczenie. W pracy przedstawiono rozwiązanie zagadnienia elektromagnetycznego dla rodziny cylindrycznych pomp indukcyjnych do transportu ciekłych metali. Rozpatrzono model z dwoma wzbudnikami: zewnętrznym i wewnętrznym przy różnym kącie przesunięcia fazowego między okładkami prądowymi wzbudników. Podano związki umożliwiające wyznaczenie wielkości pola elektromagnetycznego dla kilku rodzajów pomp, w stanie jałowym i obciążenia. Analiza pozwala na wybór właściwego typu pompy oraz dobór optymalnych warunków zasilania i konstrukcji wzbudników, stosując jako kryterium maksymalną wartość siły transportującej metal.

W części obliczeniowej zamieszczono charakterystyki określające m.in. zależność składowych sił elektrodynamicznych od częstotliwości prądu zasilania, podziałki biegunowej uzwojeń oraz poślizgu dla różnych wariantów zasilania wzbudników.

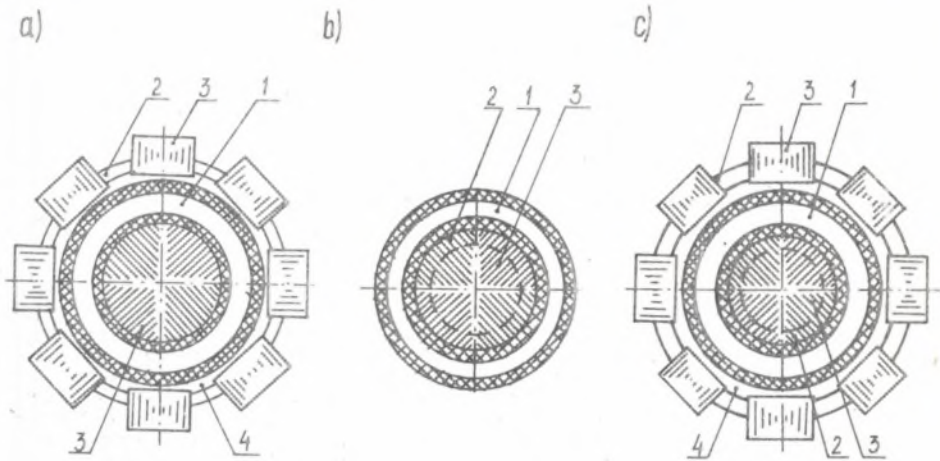
1. Wstęp

Spośród wielu typów pomp elektromagnetycznych najszersze zastosowanie znalazły cylindryczne pompy indukcyjne z kanałem ceramicznym, przeznaczone przede wszystkim do transportu ciekłych metali nieżelaznych [1-4]. Wzbudnik wytwarzający bieżące pole magnetyczne umieszczony jest zwykle na zewnątrz, a wewnątrz kanału znajduje się rdzeń magnetyczny lub wyłożenie ogniotrwałe (rys. 1a). Ze względu na problemy konstrukcyjne i eksploatacyjne pompy ze wzbudnikami wewnętrznymi (rys. 1b) oraz z podwójnymi wzbudnikami - zewnętrznym i wewnętrznym (rys. 1c) - stosowane są rzadziej.

Obliczenia pomp indukcyjnych zmierzają głównie do wyznaczenia sił i ciśnień w ciekłym metalu. W celu uzyskania maksymalnej wartości siły transportującej i sprawności urządzenia analiza pola elektromagnetycznego powinna umożliwić przede wszystkim wybór właściwej podziałki biegunowej uzwojenia oraz częstotliwości zasilania.

Proste przypadki jednostronnego padania bieżącej fali elektromagnetycznej na zewnętrzną powierzchnię pełnego walca lub rury metalowej rozpatrzono np. w pracach [5-9]. Modele z zewnętrznym wzbudnikiem o skończonej długości uzwojenia analizuje się np. w [10-13].

Celem tej pracy jest głównie ocena wpływu rodzaju wzbudnika, jego podziałki biegunowej, częstotliwości zasilania oraz prędkości metalu na wartość sił elektrodynamicznych dla różnych typów cylindrycznych pomp indukcyjnych. Wielkości pola elektromagnetycznego wyznaczony dla ogólnego mo-



Rys. 1. Cylindryczne pompy indukcyjne (przekroje poprzeczne)

1 - kanał ceramiczny, 2 - uzwojenie, 3 - rdzeń magnetyczny, 4 - szczelina powietrzna i wyłożenie termoizolacyjne

Fig. 1. Cylindrical induction pumps (cross sections)

1 - ceramic channel, 2 - winding, 3 - magnetic core, 4 - air-gap and heat-insulating lining

delu obliczeniowego (rys. 2), nieskończenie rozległego w kierunku osi z , wspólnego dla konstrukcji pomp pokazanych na rys. 1. Model umożliwia analizę pomp ze wzбудnikami: zewnętrznym, wewnętrznym oraz podwójnym. Uzyskano go w wyniku przyjęcia założeń upraszczających, powszechnie stosowanych w takich przypadkach (np. [5, 6, 8]).

Gęstości liniowe prądu wzбудników (okłady prądowe) wynoszą:

- dla wzbudnika wewnętrznego

$$J_{\Theta}^W = J_{\Theta}^W \exp [j(\omega t - \alpha z + \varphi)] \quad (1)$$

- dla wzbudnika zewnętrznego

$$J_{\Theta}^Z = J_{\Theta}^Z \exp [j(\omega t - \alpha z)] \quad (2)$$

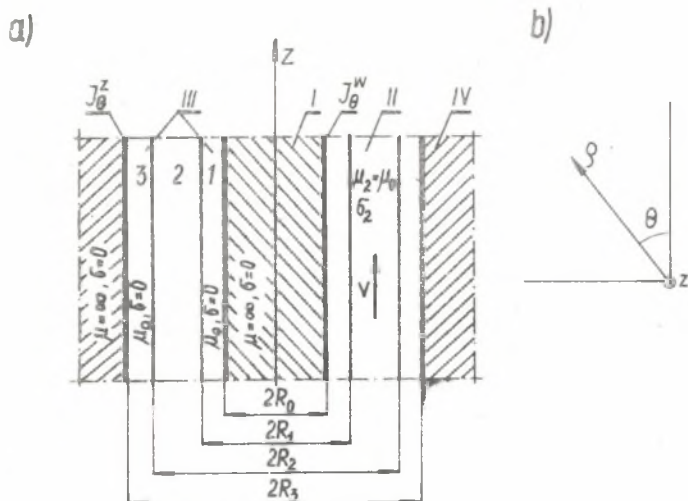
gdzie:

$$\alpha = \frac{\pi}{\ell},$$

ℓ - podziałka biegunowa uzwojeń,

$$\omega = 2\pi f,$$

φ - kąt przesunięcia fazowego między J_{Θ}^W i J_{Θ}^Z .



Rys. 2. Model obliczeniowy pomp indukcyjnych (a) i układ współrzędnych (b)
 I - wzбудnik wewnętrzny, II - ciekły metal, III - szczelina powietrzna, war-
 stwa termoizolacyjna i ścianki kanału ceramicznego, IV - wzbudnik zewnętrzny
 1-3 - numery obszarów obliczeniowych

Fig. 2. The calculation model of the induction pumps (a) and the set of co-
 ordinates (b)

I - inner inductor, II - liquid metal, III - air-gap, heat-insulating layer
 and the walls of the ceramic channel, IV - outer inductor

1-3 - the numbers of calculating regions

2. Potencjał wektorowy w ciekłym metalu

Rozwiązaniem równania różniczkowego potencjału wektorowego [14], w mode-
 lu obliczeniowym cylindrycznej pompy indukcyjnej (rys. 2), jest kombinacja
 liniowa zmodyfikowanych funkcji Bessela [16]. Po uwzględnieniu warunków
 przegowych [14] oraz wprowadzeniu parametrów bezwymiarowych (oznaczonych
 indeksem "r")

$$\rho_r = \frac{\rho}{R_3}; \quad z_r = \frac{z}{R_3}; \quad \zeta_r = \frac{\zeta}{R_3}; \quad \alpha_r = \alpha R_3; \quad \omega_r = \omega \mu_0 \sigma_2 R_3^2;$$

$$R_{r0} = \frac{R_0}{R_3}; \quad R_{r1} = \frac{R_1}{R_3}; \quad R_{r2} = \frac{R_2}{R_3}; \quad t_r = \omega t;$$

$$A_{r2}(\rho_r, z_r, t_r) = \frac{A_{\theta 2}(\rho, z, t)}{\mu_0 J_q R_3}$$

potencjał wektorowy (bezwymiarowy) w ciekłym metalu przyjmuje postać:

$$A_{r2}(\rho_r, z_r, t_r) = [C_{r2} I_1(\beta_r \rho_r) + D_{r2} K_1(\beta_r \rho_r)] e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (3)$$

gdzie:

$$\beta_r = \sqrt{\alpha_r^2 + j\omega_r s}, \quad (4)$$

s - poślizg,

$$s = 1 - \frac{v}{v_s},$$

$$v_s = 2f\delta,$$

v - prędkość średnia ciekłego metalu,

v_s - prędkość synchroniczna pola biegnącego,

σ_2 - konduktywność ciekłego metalu,

J_q - gęstość liniowa prądu odniesienia (np. J_O^W lub J_O^Z),

ρ, z, θ - współrzędne układu cylindrycznego.

Stałe całkowania C_{r2} i D_{r2} określone są następująco:

$$\begin{bmatrix} N_1 & N_2 \\ N_4 & N_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{r2} \\ D_{r2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha_r} \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{r2}} J_r^Z \\ \frac{1}{R_{r1}} J_r^W e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{j\omega_r R_{r2}}{\alpha_r} K_0(\beta_r R_{r2}) & \frac{j\omega_r R_{r2}}{\alpha_r} I_0(\beta_r R_{r2}) & 0 & 0 \\ -R_{r2} K_1(\beta_r R_{r2}) & R_{r2} I_1(\beta_r R_{r2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{r1} I_1(\beta_r R_{r1}) & R_{r1} K_1(\beta_r R_{r1}) \\ 0 & 0 & \frac{j\omega_r R_{r1}}{\alpha_r} I_0(\beta_r R_{r1}) & \frac{j\omega_r R_{r1}}{\alpha_r} K_0(\beta_r R_{r1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie:

$$M_1 = I_0(\alpha_r R_{r2}) K_0(\alpha_r) - K_0(\alpha_r R_{r2}) I_0(\alpha_r),$$

$$M_2 = I_1(\alpha_r R_{r2}) K_0(\alpha_r) + K_1(\alpha_r R_{r2}) I_0(\alpha_r),$$

$$M_3 = K_0(\alpha_r R_{r1}) I_1(\alpha_r R_{r1}) + I_0(\alpha_r R_{r1}) K_1(\alpha_r R_{r1}),$$

$$M_4 = I_0(\alpha_r R_{r1}) K_0(\alpha_r R_{r1}) - K_0(\alpha_r R_{r1}) I_0(\alpha_r R_{r1}),$$

$$J_r^z = \frac{J_0^z}{J_q}$$

$$J_r^w = \frac{J_0^w}{J_q}$$

Jeżeli wprowadzi się magnetyczną liczbę Reynoldsa [5]:

$$Re_m = \frac{\mu_0 \ell_2 \omega}{\alpha^2},$$

wówczas

$$\omega_r = \alpha_r^2 Re_m,$$

$$\beta_r = \alpha_r \sqrt{1 + jsRe_m}.$$

3. Siła elektrodynamiczna i ciśnienie w ciekłym metalu. Moc i sprawność pompy

Zgodnie ze znanymi zależnościami [14, 15], ujmującymi związek między potencjałem wektorowym \vec{A} oraz gęstością prądu indukowanego w metalu \vec{J} , indukcją magnetyczną \vec{B} i gęstością siły elektrodynamicznej \vec{f} , dla analizowanego nieskończenie rozległego modelu z rys. 2, otrzymuje się:

$$J_{r2}(\rho_r, z_r, t_r) = \frac{R_3}{J_q} J_{\theta 2}(\rho, z, t) = -j\omega_r s [C_{r2} I_1(\beta_r \rho_r) + D_{r2} K_1(\beta_r \rho_r)] e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (7a)$$

$$B_{r\theta 2}(\rho_r, z_r, t_r) = \frac{1}{\mu_0 J_q} B_{\theta 2}(\rho, z, t) = jx_r [C_{r2} I_1(\beta_r \rho_r) + D_{r2} K_1(\beta_r \rho_r)] e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (7b)$$

$$B_{rz2}(\rho_r, z_r, t_r) = \frac{1}{\mu_0 J_q} B_{z2}(\rho, z, t) = \beta_r [C_{r2} I_0(\beta_r \rho_r) - D_{r2} K_0(\beta_r \rho_r)] e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (7c)$$

$$f_{r\rho_2}(\rho_r) = \frac{R_3}{\mu_0 J_q^2} f_{\rho_2}(\rho) = \operatorname{Re} J_{r2} B_{rz2}^* \quad (7d)$$

$$f_{rz2}(\rho_r) = \frac{R_3}{\mu_0 J_q^2} f_{z2}(\rho) = -\operatorname{Re} J_{r2} B_{r\rho_2}^* \quad (7e)$$

gdzie

$$R_1 \leq \rho_r \leq R_2.$$

Całkowita siła elektrodynamiczna transportująca, wywołująca ruch metalu w kierunku osi z , wynosi:

$$F_{z2} = \int_V f_{z2}(\rho) dV,$$

gdzie:

V - objętość metalu.

Na odcinek ciekłego metalu o długości równej długości rzeczywistego wzbudnika ($L = 2p\ell$; p - liczba par biegunów) działa siła

$$F_{z2} = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi L} \int_0^0 f_{z2}(\rho) \rho d\rho d\varphi dz = 2\pi L \int_{R_1}^{R_2} f_{z2}(\rho) \rho d\rho. \quad (8)$$

Odpowiada jej ciśnienie

$$p_e = \frac{F_{z2}}{s_k} = \frac{F_{z2}}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$$

Składowa całkowitej siły elektrodynamicznej w osi ρ wynosi:

$$F_{\rho_2} = 2\pi L \int_{R_1}^{R_2} f_{\rho_2}(\rho) \rho d\rho. \quad (9)$$

Jeżeli wprowadzi się do wzorów (8) i (9) parametry bezwymiarowe, wówczas

$$F_{r(z,\rho)2} = \frac{F(z,\rho)2}{LR_3 \mu_0 J_q^2} = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} f_r(z,\rho)2(\rho_r) \rho_r d\rho_r. \quad (10)$$

Moc czynna w ciekłym metalu, transportowanym z prędkością v , związana jest z siłą elektrodynamiczną następująco:

$$P_2 = \frac{\omega_s}{\alpha} F_{rz2} + v F_{rz2} = P_e + P_{\text{mech}} \quad (11)$$

Moc P_e w równaniu (11) odpowiada stratom mocy w ciekłym metalu (moc elektryczna), natomiast P_{mech} - mocy związanej z ruchem metalu (moc mechaniczna). Po przedstawieniu siły w formie bezwymiarowej otrzymuje się:

$$P_2 = \frac{J_{gL}^2 \omega_r}{\sigma_2 \alpha_r} F_{rz2} = \frac{J_{gL}^2}{\sigma_2} P_{r2} \quad (12a)$$

$$P_e = \frac{J_{gL}^2 \omega_r s}{\sigma_2 \alpha_r} F_{rz2} = \frac{J_{gL}^2}{\sigma_2} P_{er2}, \quad (12b)$$

$$P_{\text{mech}} = \frac{J_{gL}^2 \omega_r (1-s)}{\sigma_2 \alpha_r} F_{rz2} = (1-s) P_2 \quad (12c)$$

Sprawność mechaniczna analizowanej pompy wynosi [5]:

$$\eta_m = \frac{P_{\text{mech}}}{P_2} = 1 - s.$$

4. Stan jałowy. Współczynniki oddziaływania metalu

Stan jałowy pompy indukcyjnej występuje przy braku metalu w kanale. Jeżeli do wzorów (3), (7b) i (7c) wprowadzi się $\sigma_2 = 0$, wówczas:

$$A_r^0(\rho_r, z_r, t_r) = -\frac{1}{\alpha_r M} \left\{ \left[K_0(\alpha_r R_{ro}) J_r^z + K_0(\alpha_r) J_r^w e^{j\psi} \right] I_1(\alpha_r \rho_r) + \left[I_0(\alpha_r R_{ro}) J_r^z + I_0(\alpha_r) J_r^w e^{j\psi} \right] K_1(\alpha_r \rho_r) \right\} e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (13a)$$

$$E_{r\rho}^0(\rho_r, z_r, t_r) = -\frac{\partial A_r^0}{\partial z_r} = j\alpha_r A_r^0, \quad (13b)$$

$$B_{rz}^0(\rho_r, z_r, t_r) = \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial(\rho_r A_r^0)}{\partial \rho_r}, \quad (13c)$$

gdzie:

$$M = I_O(\alpha_r)K_O(\alpha_r R_{rO}) - K_O(\alpha_r)I_O(\alpha_r R_{rO}).$$

Współczynnik oddziaływania ciekłego metalu określa się następująco:

$$k_{Bz} = \left| \frac{B_{rz2}}{B_{rz}^0} \right|_{\rho_r = \text{const}} \quad (14a)$$

lub

$$k_{B\rho} = \left| \frac{B_r \rho_2}{B_r^0 \rho} \right|_{\rho_r = \text{const}} \quad (14b)$$

gdzie

$$R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r2}.$$

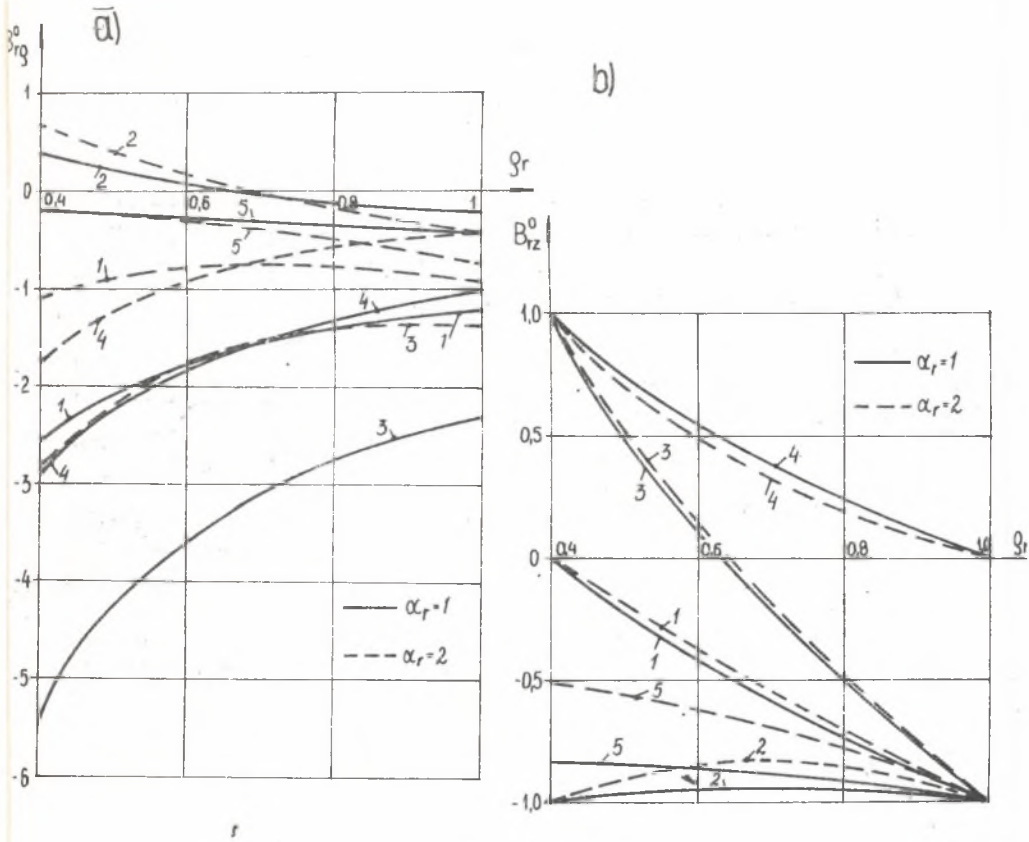
Jako ρ_r można wziąć w przypadku pompy z jednym wzbudnikiem promień powierzchni metalu zwróconej do wzbudnika, natomiast w pompie z podwójnym wzbudnikiem, np. $\rho_r = \frac{1}{2}(R_{r1} + R_{r2})$.

5. Przypadki szczególne. Przykłady obliczeniowe

Zastosowany w tej pracy model obliczeniowy (rys. 2) umożliwia analizę w zasadzie wszystkich typów cylindrycznych pomp indukcyjnych z kanałem ceramicznym. Przystosowanie modelu i zależności (3) ÷ (12) do poszczególnych rodzajów urządzeń wymaga przyjęcia odpowiednich wymiarów i parametrów układu. I tak dla uzyskania związków słusznych dla następujących typów pomp należy do wzorów (3) ÷ (12) wprowadzić:

- pompa ze wzbudnikiem zewnętrznym i wewnętrznym rdzeniem magnetycznym: $J_r^w = 0$;
- pompa ze wzbudnikiem zewnętrznym i wewnętrznym rdzeniem ogniotrwałym (niemagnetycznym): $J_r^w = 0$, $R_{rO} = 0$;
- pompa ze wzbudnikiem wewnętrznym i zewnętrznym rdzeniem magnetycznym: $J_r^z = 0$;
- pompa ze wzbudnikami zewnętrznym i pełnym, walcowym kanałem: $J_r^w = 0$; $R_{rO} = 0$, $R_{r1} = 0$.

Analiza pracy pompy ze wzbudnikiem podwójnym opiera się oczywiście na pełnej postaci wzorów (3) i (7). Uwzględnienie w nich kąta przesunięcia fazowego φ między J_θ^w i J_θ^z pozwala na ocenę wpływu sposobu zasilania na parametry pompy. Interesujące są zwłaszcza trzy przypadki: $\varphi = 0$; π ; $\frac{\pi}{2}$.

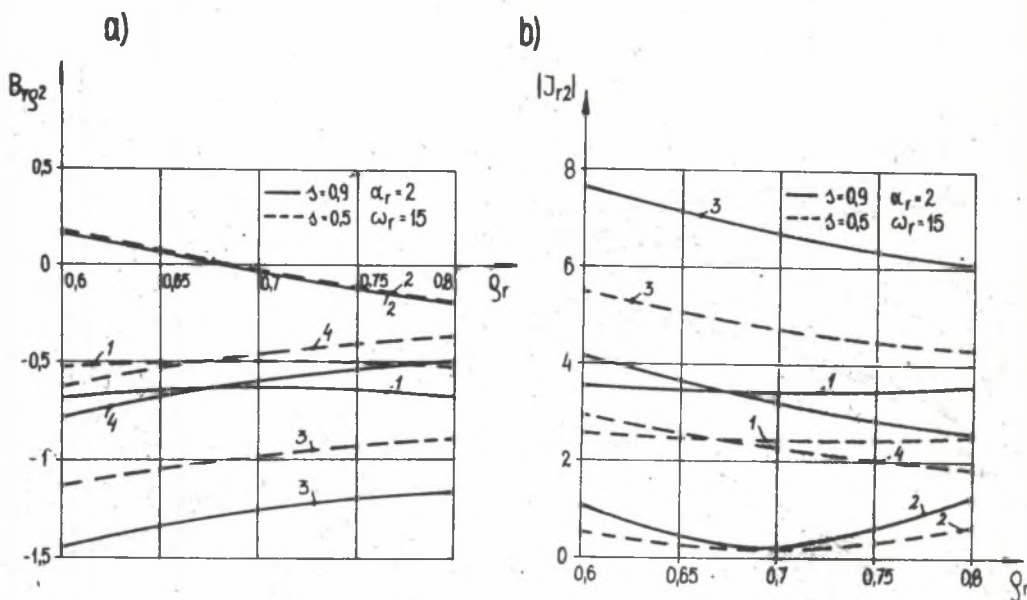


Rys. 3. Rozkłady składowej promieniowej (a) i wzdłużnej (b) wektora indukcji magnetycznej w stanie jałowym, w obszarze $R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r3}$

- 1 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0$; 2 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = \pi$; 3 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = 0$;
 4 - $J_r^z = 0$; $J_r^w = 1$, $\varphi = 0$; 5 - $J_r^z = 1$; $J_r^w = 0$; $R_{r0} = 0$ (bez rdzenia magnetycznego wewnętrznego)

Fig. 3. The distributions of the radial component (a) and longitudinal component (b) of the vector of magnetic induction in the idle state, in the region $R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r3}$

- 1 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0$; 2 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = \pi$; 3 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = 0$;
 4 - $J_r^z = 0$, $J_r^w = 1$, $\varphi = 0$; 5 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0$, $R_{r0} = 0$ (without inner magnetic core)



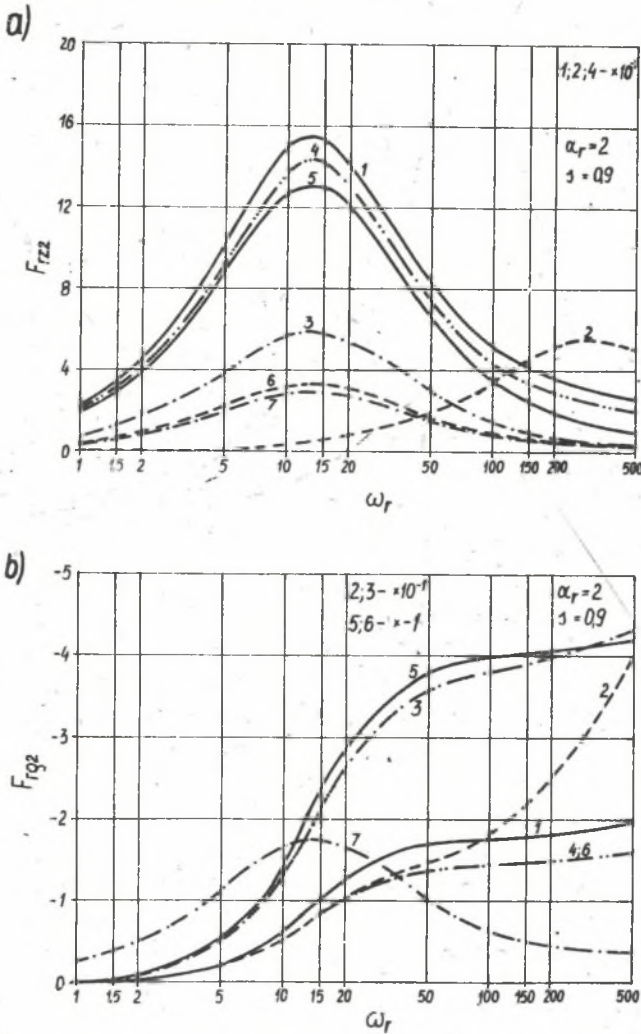
Rys. 4. Rozkłady składowej promieniowej indukcji magnetycznej (a) oraz gęstości prądu indukowanego w ciekłym metalu (b) w stanie obciążenia pompy, w obszarze $R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r2}$ (oznaczenia krzywych jak pod rys. 3)

Fig. 4. Distributions of the radial component of the magnetic induction (a) and the density of the induced current in the liquid metal (b) in the state of pump load, in the region $R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r2}$ (the curve notations as in Fig. 3)

Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla następujących wymiarów modelu: $R_{r0}' = 0,4$; $R_{r1} = 0,6$; $R_{r2} = 0,8$. Na rys. 3 pokazano rozkłady składowych wektora indukcji magnetycznej dla pomp w stanie jałowym (wg wzorów (13b) i (13c) przy dwóch wartościach parametru α_r . Krzywa 5 odpowiada modelowi pompy z zewnętrznym wzбудnikiem bez wewnętrznego rdzenia magnetycznego. Już na podstawie charakterystyk w stanie jałowym, a zwłaszcza krzywych $B_{rz}^0 = f(\rho_r)$, można wyciągnąć pewne wnioski o własnościach analizowanych typów wzбудników. Składowa promieniowa indukcji, decydująca w stanie obciążenia o wartości siły transportującej, jest zdecydowanie najmniejsza przy $J_{rz}^z = J_{rz}^w = 1$ i $\varphi = \pi$ (krzywe 2). Również usunięcie wewnętrznego rdzenia magnetycznego powoduje bardzo wyraźne obniżenie B_{rz}^0 (por. krzywe 1 i 5).

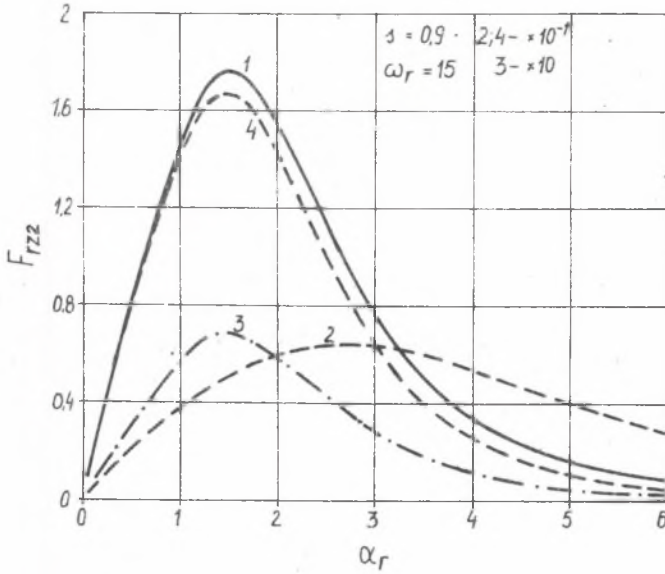
W stanie obciążenia, ze względu na oddziaływanie ciekłego metalu, indukcja magnetyczna w obszarze zajmowanym przez metal maleje (rys. 4). Na przykład przy $\omega_r = 15$ i $\alpha_r = 2$ współczynnik oddziaływania $k_{B\rho}$ (14b) wynosi dla przypadków 1, 2 i 4 przy $s = 0,9$ $k_{B\rho} = 0,67$; natomiast przy $s = 0,5$ $k_{B\rho} = 0,85$.

Charakterystyki F_{rz2} , $F_{rz2} = f(\omega_r, \alpha_r)$ (rys. 5 i 6) są podstawą do wyboru właściwej częstotliwości zasilania oraz podziałki biegunowej uzwojeń.



Rys. 5. Zależność siły transportującej F_{rz2} (a) oraz składowej promieniowej siły F_{rp2} (b) od parametru ω_r (oznaczenia krzywych 1-4 jak pod rys. 3, 5 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 2$, $\varphi = 0$; 6 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0,5$, $\varphi = 0$; 7 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$) (wartości F_{rz2} dla krzywych 1, 2 i 4 oraz F_{rp2} - dla krzywych 2, 3, 5 i 6 należy pomnożyć przez współczynniki liczbowe podane przy charakterystykach)

Fig. 5. The dependance of the transporting force F_{rz2} (a) and the radial force F_{rp2} (b) upon the parameter ω_r (the curve notations 1-4 as in Fig. 3, 5 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 2$, $\varphi = 0$; 6 - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0,5$, $\varphi = 0$; 7 - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$) (the values F_{rz2} for curves 1, 2 and 4 as well as F_{rp2} - for curves 2, 3, 5 and 6 should be multiplied by numerical coefficients given together with characteristics)



Rys. 6. Zależność siły transportującej F_{rz2} od parametru α_r (oznaczenia jak pod rys. 3)

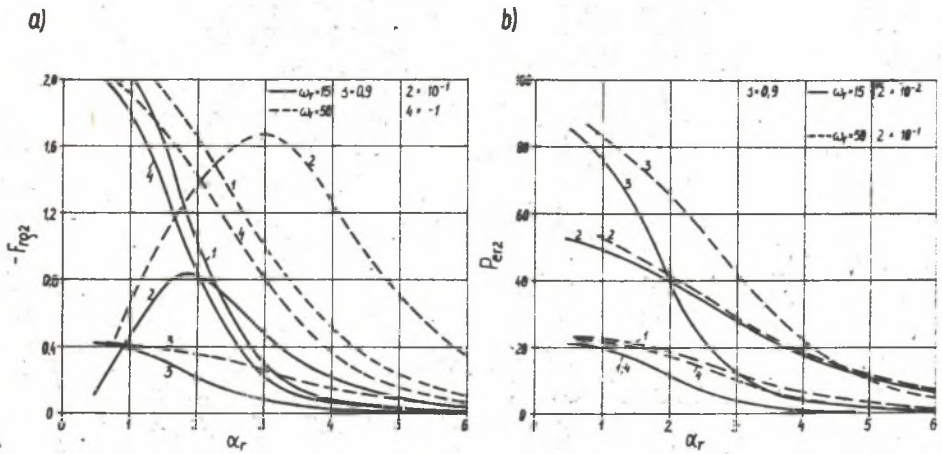
Fig. 6. The dependence of the transporting force F_{rz2} upon the parameter α_r (notations as in Fig. 3)

Dla przyjętych wymiarów i parametrów maksymalne wartości siły transportującej F_{rz2} uzyskuje się dla przypadków 1, 3, 4, 5, 6 i 7 przy $\omega_{ropt} \approx 10 \div 20$ ($Re_m = 40 \div 80$). Na przykład dla pompy do transportu cynku ($\sigma_2 = 2,7 \cdot 10^6$ S/m) o podziące biegunowej $\tilde{c} = 0,157$ m ($\alpha_r = 2$) odpowiada to zakresowi częstotliwości $f \approx 50-100$ Hz.

Wariant zasilania 2 ($J_r^w = J_r^z = 1$, $\psi = \pi$) należy zdecydowanie wykluczyć ze względu na bardzo małe wartości siły transportującej i znaczną częstotliwość, przy której uzyskuje się maksimum F_{rz2} ($\omega_{ropt} \approx 300 \div 400$, a wtedy dla Zn i $\tilde{c} = 0,157$ m, $f \approx 1400-1900$ Hz). Dla przesunięcia fazowego $\psi > 0$, przy $J_r^w = J_r^z = 1$, obserwuje się wyraźne zmniejszenie składowej siły transportującej w porównaniu z F_{rz2} przy $\psi = 0$ (por. krzywe 3, 2 i 7). Największą wartość współczynnika

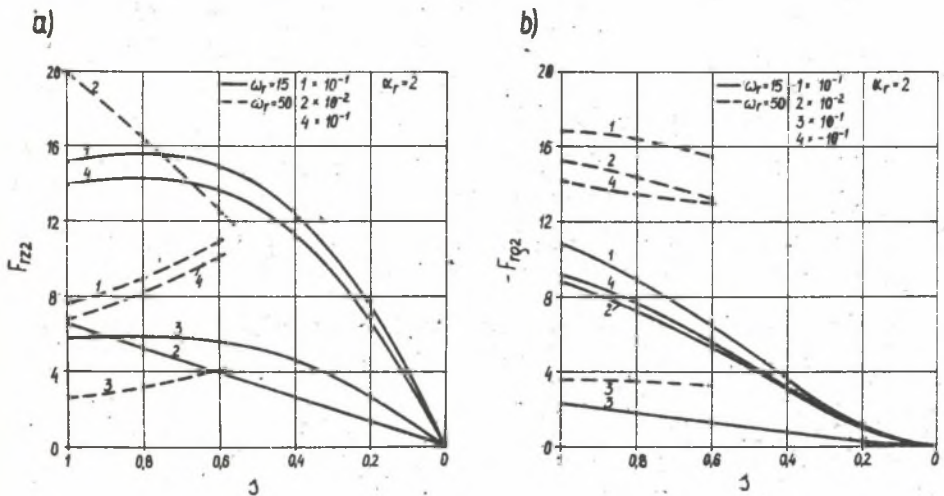
$$k_F = \frac{F_{rz2}}{F_{r\rho 2}}$$

przy ω_{ropt} uzyskuje się dla przypadku 3 ($J_r^w = J_r^z = 1$, $\psi = 0$) $k_{F3} = 27,7$. Dla pozostałych wariantów (przy $\omega_{ropt} = 15$) $k_{F1} = 1,56$; $k_{F4} = 1,1,67$; $k_{F5} = 5,74$; $k_{F6} = 4,11$; $k_{F7} = 1,68$. Dla przypadku 2 przy $\omega_{ropt} =$



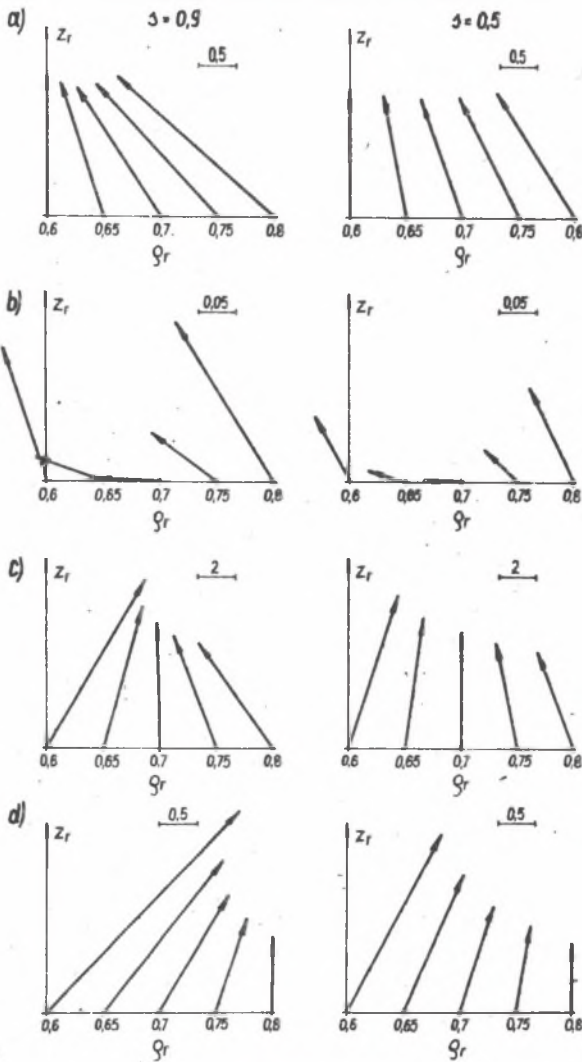
Rys. 7. Zależność siły promieniowej $F_{r\varrho 2}$ (a) i mocy czynnej w metalu (b) od parametru α_r (oznaczenia krzywych jak pod rys. 3)

Fig. 7. The dependance of the radial force $F_{r\varrho 2}$ (a) and active power in the metal (b) upon the parameter α_r (the curve notations as in Fig. 3)



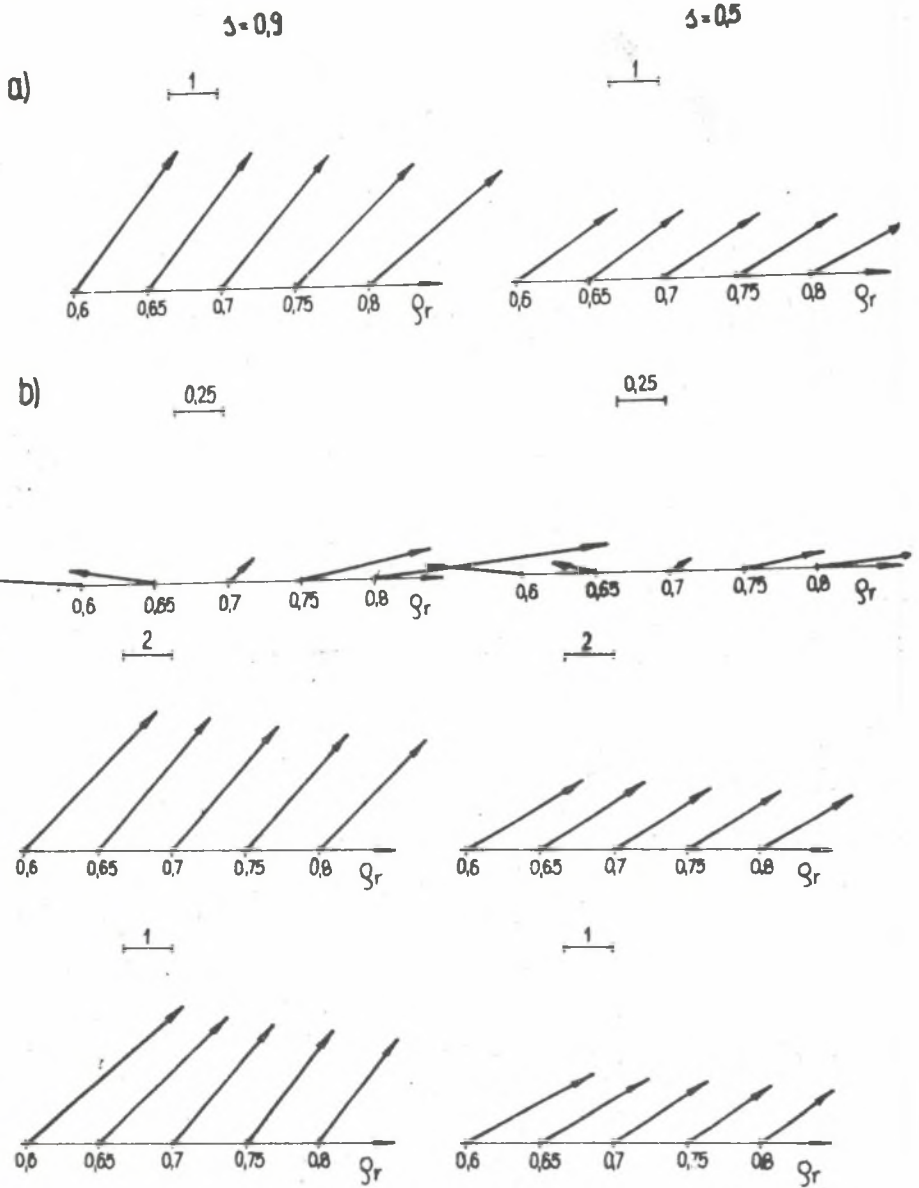
Rys. 8. Zależności składowych sił F_{rz2} (a) i $F_{r\varrho 2}$ (b) od poślizgu (oznaczenia krzywych jak pod rys. 3)

Fig. 8. The dependance of the components of force F_{rz2} (a) and $F_{r\varrho 2}$ (b) upon the slip (the curve notations as in Fig. 3)



Rys. 9. Rozkłady wektorów gęstości objętościowych sił elektrodynamicznych w ciekłym metalu ($R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r2}$) dla różnych wariantów zasilania wzbudników przy $\alpha_r = 2$, $\omega_r = 15$, $s = 0,9$ i $0,5$, a - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0$; b - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\psi = \pi$; c - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\psi = 0$; d - $J_r^z = 0$, $J_r^w = 1$

Fig. 9. Distributions of the vectors of the volume density of the electrodynamic forces in the liquid metal ($R_{r1} \leq \rho_r \leq R_{r2}$) for different variants of the supply of inductors, where $\alpha_r = 2$, $\omega_r = 15$, $s = 0,9$ i $0,5$, a - $J_r^z = 1$, $J_r^w = 0$; b - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\psi = \pi$; c - $J_r^z = J_r^w = 1$, $\psi = 0$; d - $J_r^z = 0$, $J_r^w = 1$



Rys. 10. Rozkłady gęstości indukowanych prądów w ciekłym metalu dla różnych wariantów zasilania wzbudników przy $\alpha_r = 2$, $\omega_r = 15$, $s = 0,9$ i $0,5$ (oznaczenia jak pod rys. 9)

Fig. 10. Distributions of the induced currents in the liquid metal for different variants of the supply of inductors, where $\alpha_r = 2$, $\omega_r = 15$, $s = 0,9$ i $0,5$ (the notations as in Fig. 9)

$= 300$, $k_{F2} = 1,87$. Współczynnik k_F powinien w pompach przyjmować możliwie duże wartości (duża siła transportująca, mała siła tarcia metalu o ścianki kanału).

W rozpatrywanym modelu pompy i dla przyjętych wymiarów maksymalna wartość siły transportującej osiąga się przy $\alpha_r = 1,5$ (rys. 6). Zależność składowej promieniowej siły oraz mocy czynnej w ciekłym metalu od podziałki biegunowej pokazano na rys. 7, natomiast wpływ poślizgu, a więc i prędkości metalu, na wartości F_{rz2} i $F_{r\phi2}$ przedstawiono na rys. 8.

Do rozwiązania równań hydrodynamiki i określenia pola prędkości ciekłego metalu oraz wyznaczenia wydajności pompy niezbędna jest znajomość gęstości objętościowej sił. Obliczone rozkłady \vec{f} ($\vec{f} = \vec{f}_{rz2}\vec{1}_z + f_{r\phi1}\vec{1}_\rho$) przedstawiono na rys. 9, a na rys. 10 - zmiany gęstości prądów indukowanych w metalu.

Podsumowanie

Przedstawiona w pracy analiza pola elektromagnetycznego dla cylindrycznych pomp indukcyjnych do transportu ciekłych metali umożliwia porównanie ze sobą własności eksploatacyjnych i parametrów kilku rodzajów pomp z kanałami ceramicznymi. Na jej podstawie można dokonać wyboru właściwej konstrukcji, optymalnych wartości podziałki biegunowej uzwojenia i częstotliwości prądu zasilającego, przy których osiąga się maksymalną siłę transportującą metal.

Prezentowany model oraz metoda mogą być bardzo przydatne w projektowaniu pomp indukcyjnych. Analiza stanowi również niezbędny element składowy rozwiązania zagadnienia hydrodynamicznego.

LITERATURA

- [1] Verte L.A.: Elektromagnitnyj transport židkogo metalla. Mietałłurgija, Moskwa 1965.
- [2] Verte L.A.: Magnitnaja gidrodinamika w mietałłurgii. Mietałłurgija, Moskwa 1975.
- [3] Andriejew A.M. i inni: Niekotoryje riezultaty projektno-issledowatiel'skich rabot po sozdaniij sierii cilindriczeskich liniejnych indukcionnych nasosow. Magnitnaja gidrodinamika, nr 3, 1978, ss. 61-65.
- [4] Fikus F., Wieczorek T.: Urządzenia magneto hydrodynamiczne w odlewniach i hutach. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1979.
- [5] Krumin J.K.: Wzaimodiejstwije bieguščezego magnitnogo pola s prowadzaszczej sriedoj. Zinatne, Riga 1969.
- [6] Voldek A.I.: Indukcionnyje MGD masziny s židkometallaščezkim raboczim tiełom. Energiija, Leningrad 1970.
- [7] Baranow G.A., Głuchich W.A., Kirilłow I.R.: Rasczot i projektirowanije indukcionnych MGD - maszin s židkometallaščezkim raboczim tiełom. Atomizdat, Moskwa 1978.
- [8] Szekely J., Chang C.W.: Turbulent electromagnetically driven in metals processing. Ironmaking and Steelmaking, nr 3, 1977, ss. 196-204.

- [9] Sajdak Cz.: Obliczenia cylindrycznych pomp indukcyjnych do transportu ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki (w druku).
- [10] Mikelson A.E., Zejgur B.D.: Elektromagnitnaja transportirowka tieł. Zinatne, Riga 1971.
- [11] Fikus F., Wieczorek T., Sajdak Cz.: K woprosu rasczota cilindriceskich elektromagnitnych pleriemieszivajuszczich ustrojstw. World Electrotechnical Congress, Moskwa 1977, ref. 4A-39.
- [12] Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.: Obliczanie pola elektromagnetycznego i sił elektrodynamicznych w cylindrycznych mieszadłach do ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki, t. XXVIII, z. 1, 1979, ss. 189-201.
- [13] Gleifgat J.M., Krumin J.K.: Cilindriczeskij liniejnyj indukcionnyj nasos s katuszkami nakłoniennymi k jego prodolnoj osi. Magnitnaja gidrodinamika, nr 3, 1977, ss. 109-115.
- [14] Krakowski M.: Elektrotechnika teoretyczna. T. II - Pole elektromagnetyczne. PWN, Warszawa - Poznań 1979.
- [15] Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.
- [16] McLachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.

Recenzent: Doc. dr hab. Mieczysław Hering

Wpłynęło do Redakcji: 21.11.1983 r.

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ПОВОДУ РАСЧЁТОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИНДУКЦИОННЫХ НАСОСОВ ДЛЯ ТРАНСПОРТА МЕТАЛЛА

Р е з ю м е

В работе дано решение электромагнитной проблемы для семьи цилиндрических индукционных насосов для транспорта жидких металлов, Рассмотрена модель с двумя возбудителями: с внешним и с внутренним с разным углом фазового сдвига между токовыми обкладками возбудителей. Представлены зависимости дающие возможность определения величины электромагнитного поля для нескольких видов насосов в состоянии холостого хода и при нагрузке. Анализ даёт возможность выбрать соответствующий вид насоса а также подбор оптимальных условий питания и конструкции возбудителей. В качестве критерия применяется максимальная величина силы транспортирующей металл.

В расчётной части работы приведены характеристики определяющие ко всему прочему зависимость составных электродинамических сил от частоты питания, углового деления обмотки а также проскальзывания различных вариантов питания возбудителей.

THE CONTRIBUTION FOR THE CALCULATION OF CYLINDRICAL
INDUCTION PUMPS FOR THE TRANSPORT OF LIQUID METALS

S u m m a r y

The work presents the solution of electromagnetic problem for cylindrical induction pumps for the transport of liquid metals. The model with outer and inner inductors with a different angle of phase shift between the specific electric loading of the inductors has been analysed. The relations enabling the determination of the size of electromagnetic field for few types of pumps in no-load state and load state have been presented. The analysis allows to choose a proper type of the pumps and select optimal supplying conditions and inductor construction, using as a criterion the maximum value of the force transporting the metal.

The analytical part of the paper presents the characteristic definitions, e.g. the dependance of the components of the electrodynamic forces upon the frequency of the supply current, the pole pitch of the winding and slip for different types of inductor supply.