

Czesław SAJDAK

Katedra Podstaw Procesów Metalurgicznych

Wydział Metalurgii i Inżynierii Materiałowej

Politechnika Śląska

IMPEDANCJA WIELOWARSTWOWEGO WSADU PŁASKIEGO NAGRZEWANEGO INDUKCYJNIE

Streszczenie. W pracy wyznaczono jednostkową impedancję, rezystancję i reaktancję wielowarstwowego wsadu płaskiego umieszczonego w dwustronnej nagrzewnicy indukcyjnej. Przedstawiono liczne charakterystyki uniwersalne ułatwiające prace projektowe.

Summary. The paper presents unitary impedance, resistance and reactance of the flat charge placed in the two-sided induction heater. Various universal characteristics making the project works easier have also been presented here.

Резюме. В работе обозначено единичное полное, активное и реактивное сопротивление многослойной плоской шихты загруженной в двухсторонний индукционный нагреватель. Представлены многие универсальные характеристики способствующие проектированию.

1. WSTEP

Mimo szybkiego rozwoju metod numerycznych, przy projektowaniu nagrzewnic indukcyjnych stosuje się wciąż jeszcze powszechnie przybliżone metody obliczeniowe (oporów magnetycznych, oporów wniesionych, transformatora powietrznego), zwłaszcza wówczas, gdy dopuszczalny rozrzut parametrów nagrzewnicy jest stosunkowo szeroki lub też, gdy konstrukcja urządzenia grzejnego i warunki jego eksploatacji umożliwiają korygowanie błędów popełnionych w fazie projektowania. W metodach tych, przy licznych założeniach upraszczających, wykorzystuje się jednowymiarową analizę pola

elektromagnetycznego, a rzeczywiste wymiary wzbudnika i wsadu uwzględniają odpowiednie współczynniki korekcyjne [1-4].

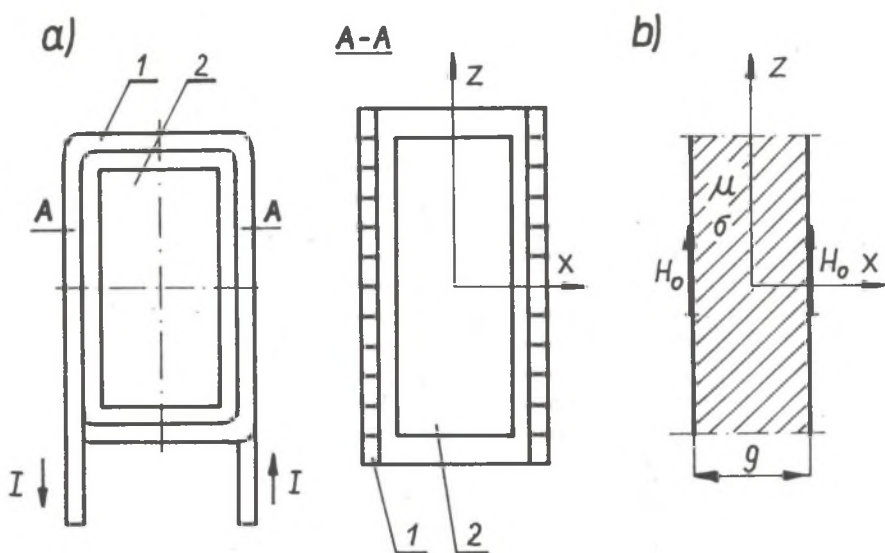
Dla nagrzewania indukcyjnego charakterystyczne są duże gradienty temperatury między powierzchnią i środkiem wsadu. W procesie utwardzania powierzchniowego jest to zjawisko pożądane, przeciwnie niż przy nagrzewaniu skrośnym przed przeróbką plastyczną.

W pierwszym przypadku różnice temperatur mogą przekraczać 700 °C, w końcowym etapie nagrzewania skrośnego stali dochodzą do 150 - 200 °C.

Od temperatury zależna jest konduktywność σ nagrzewanego materiału, a dla stali również przenikalność magnetyczna μ (dla $\theta > 750$ °C, $\mu = \mu_0$), a więc wielkości niezbędne do wyznaczenia rezystancji i reaktancji wsadu. Mimo znacznych różnic temperatur wzdłuż grubości wsadu i związanych z tym zmian, zwłaszcza własności elektrycznych, wsad traktuje się zwykle jako jednorodny ($\sigma = \text{const}$, $\mu = \text{const}$), przy czym jego konduktywność określa się dla temperatury średniej.

Najprostszym sposobem przybliżonego uwzględnienia zmian μ i σ jest zastąpienie w analizie pola elektromagnetycznego modelu jednorodnego wsadu modelem uwarstwowionym, o różnych konduktywnościach i przenikalnościach magnetycznych poszczególnych warstw, stałych w obrębie każdej warstwy [5-8]. Przykładem może być stosowany przy obliczeniach nagrzewnic powierzchniowych dwuwarstwowy model wsadu stalowego: warstwa zewnętrzna nagrzana powyżej temperatury przemiany magnetycznej ($\mu = \mu_0$) i warstwa wewnętrzna (półprzestrzeń) - ferromagnetyczna. Zakłada się więc w tym przypadku, że część wewnętrzna wsadu o temperaturze $\theta < 750$ °C ma grubość wielokrotnie większą od głębokości wnikania pola elektromagnetycznego do tej warstwy. Już dla tak prostego modelu związki określające impedancję wsadu stają się złożone, co znacznie komplikuje praktyczne obliczenia, dlatego też w pracy [5] podano odpowiednie współczynniki liczbowe ułatwiające wyznaczenie rezystancji i reaktancji wsadu (przy dodatkowym założeniu, że konduktywności obu warstw są jednakowe).

W tej pracy wyznaczono impedancję wsadu płaskiego nagrzewanego dwustronnie (rys. 1), jednostkową rezystancję i reaktancję przy podziale wsadu na $i = 2, 3$ i 4 warstwy. Przedstawione zależności i charakterystyki uniwersalne mogą znaleźć praktyczne zastosowanie przy projektowaniu nagrzewnic, szczególnie wówczas, gdy występują duże gradienty temperatury we wsadzie, np. nagrzewanie szybkie, nagrzewanie powierzchniowe stali, pośrednie etapy nagrzewania skrośnego metali nieżelaznych prądami średniej częstotliwości itp.



Rys.1. Nagrzewnica indukcyjna płaska (a) i jej model obliczeniowy (b)

1 - wzбудnik, 2 - wsad

Fig.1. Flat induction heater (a) and its calculating model (b)

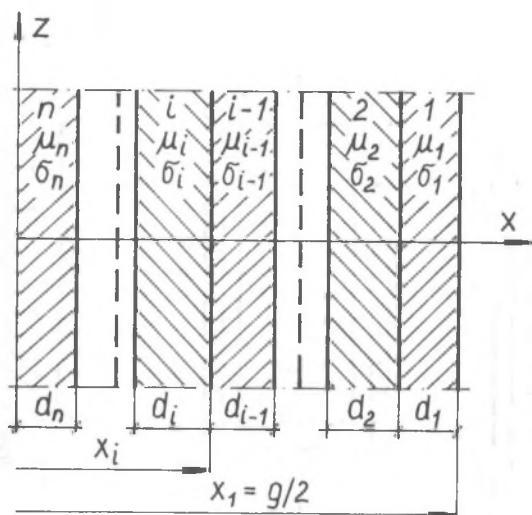
1 - inductor, 2 - charge

2. IMPEDANCJA WSADU

Wsad płaski o grubości g , nieskończenie rozległy w kierunkach osi y i z (rys. 1), dzieli się na $2n$ warstwy o grubościach d_i , kondukcyjnościach σ_i i przenikalnościach magnetycznych μ_i . Na powierzchniach zewnętrznych wsadu występuje natężenie pola magnetycznego H_0 . Z uwagi na symetrię układu z rys. 1b względem osi z rozważa się model pokazany na rys. 2, odpowiadający połowie grubości wsadu.

Impedancja jednostkowa wsadu n -warstwowego o grubości g , na który pada dwustronnie fala płaska, wynosi

$$\underline{Z}_w^{(n)} = \frac{E_{m1}(x=x_1)}{H_{m1}(x=x_1)}, \quad = R_w^{(n)} + jX_w^{(n)} \quad (1)$$



Rys.2. Wsad wielowarstwowy
Fig.2. Multi-layer charge

gdzie: $Z_w^{(n)}$ - impedancja wycinka wsadu o jednostkowej powierzchni bocznej (1 m^2) i grubości g ,

$R_w^{(n)}, X_w^{(n)}$ - jednostkowa rezystancja i reaktancja wsadu

$$R_w^{(n)} = \operatorname{Re} \{Z_w^{(n)}\},$$

$$X_w^{(n)} = \operatorname{Im} \{Z_w^{(n)}\},$$

E_{m1}, H_{m1} - natężenie pola elektrycznego i magnetycznego w warstwie zewnętrznej ($i = 1$), przy czym

$$\underline{H}_{m1}(x=x_1) = \underline{H}_0,$$

$$x_1 = \sum_{i=1}^n d_i = \frac{g}{2}.$$

Natężenie pola elektrycznego E_{m1} w warstwie zewnętrznej oblicza się po rozwiązaniu równań pola elektromagnetycznego we wsadzie.

Dla i -tej warstwy ($x_i - d_i \leq x \leq x_i$)

$$\underline{H}_{m1} = \underline{C}_i \exp(-k_i x) + \underline{D}_i \exp(k_i x) \quad (2)$$

$$\underline{E}_{mi} = \frac{k_i}{\sigma_i} [C_i \exp(-k_i x) - D_i \exp(k_i x)] \quad (3)$$

gdzie:

$$k_i = \frac{1+j}{\delta_i}$$

$$\delta_i = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_i \sigma_i}}$$

- głębokość wnikania pola elektromagnetycznego dla i-tej warstwy,

$$\omega = 2\pi f,$$

f - częstotliwość prądu zasilającego wzbudnik.

W celu wyznaczenia stałych C_i i D_i korzysta się z warunków brzegowych spełnianych przez H_{mi} i E_{mi} , według wzorów (2) i (3), na powierzchniach poszczególnych warstw

$$\underline{H}_{-mi} = \underline{H}_o \quad \text{dla } x = x_1 \quad (4)$$

$$\underline{H}_{mi} = \underline{H}_{m(i-1)} \quad \text{dla } x = x_i \quad (5)$$

$$\underline{E}_{-mi} = \underline{E}_{m(i-1)} \quad \text{dla } x = x_i \quad (6)$$

przy czym $i = 1, 2, \dots, n$.

Z symetrii układu względem osi z wynika dodatkowy warunek

$$\underline{E}_n = 0 \quad \text{dla } x = 0. \quad (7)$$

Na podstawie zależności (2) - (7) otrzymuje się układ 2n równań, których rozwiązaniami są stałe C_i i D_i . Po wyznaczeniu natężenia pola elektrycznego E_{mi} i odpowiednich przekształceniach impedancja (1) przyjmuje postać

$$\underline{Z}_w^{(n)} = \frac{Z_o}{\sqrt{2}} \frac{V^{(n)} + \text{th} k_i d_1}{V^{(n)} \text{th} k_i d_1 + 1} = \frac{Z_o}{\sqrt{2}} F^{(n)} \quad (8)$$

gdzie: $Z_o = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_1 \delta_1}$ - impedancja jednostkowa półprzestrzeni metalowej o parametrach elektrycznych i magnetycznych warstwy 1

$$\begin{aligned} \underline{Z}_o &= (1+j) \frac{1}{\sigma_1 \delta_1} = R_o + jX_o = \\ &= Z_o \exp(j \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\underline{V}^{(n)} = f(d_2 \dots d_n, \mu_1 \dots \mu_n, \sigma_1 \dots \sigma_n).$$

Z zależności (8) i (9) wynika, że wyrażenie $F^{(n)}$ jest wielkością bezwymiarową, a więc można je przedstawić jako funkcję parametrów bezwymiarowych (względnych)

$$\underline{F}^{(n)} = \frac{\underline{V}_r^{(n)} + \underline{F}^{(1)}}{\underline{V}_r^{(n)} \underline{F}^{(1)} + 1} = F_R^{(n)} + jF_X^{(n)} \quad (10)$$

gdzie: $\underline{F}^{(1)} = \text{th} (1+j)d_{r1} = F_R^{(1)} + jF_X^{(1)} . \quad (11)$

$$\underline{F}_R^{(n)} = \text{Re} \{F^{(n)}\} = f(d_{ri}, m_{ri(i+1)}) , \quad (12)$$

$$\underline{F}_X^{(n)} = \text{Im} \{F^{(n)}\} = f(d_{ri}, m_{ri(i+1)}) , \quad (13)$$

$$m_{ri(i+1)} = \frac{\mu_i}{\mu_{i+1}} \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} , \quad (14)$$

$$d_{ri} = \frac{d_i}{\delta_j} , \quad (15)$$

$$d_{r1} = \frac{d_1}{\delta_1} . \quad (16)$$

Funkcje $\underline{V}_r^{(n)}$ mają następujące postaci:

- dla wsadu jednowarstwowego ($n=1$)

$$\underline{V}_r^{(1)} = c \quad (17)$$

- dla wsadu dwuwarstwowego ($n=2$)

$$\underline{V}_r^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{m_{r12}}} p_{r2} \quad (18)$$

- dla wsadu trójwarstwowego (n=3)

$$V_r^{(3)} = \frac{\sqrt{m_{r23}} p_{r2} + p_{r3}}{\sqrt{m_{r12}} (\sqrt{m_{r23}} + p_{r2} p_{r3})} \quad (19)$$

- dla wsadu czterowarstwowego (n=4)

$$V_r^{(4)} = \frac{\sqrt{m_{r23}} \sqrt{m_{r34}} p_{r2} + \sqrt{m_{r23}} p_{r2} p_{r3} p_{r4} + \sqrt{m_{r34}} p_{r3} + p_{r4}}{\sqrt{m_{r12}} (\sqrt{m_{r23}} \sqrt{m_{r34}} + \sqrt{m_{r34}} p_{r2} p_{r3} + p_{r2} p_{r4} + \sqrt{m_{r23}} p_{r3} p_{r4})} \quad (20)$$

gdzie $p_n = th(1+j)d_n$ (21)

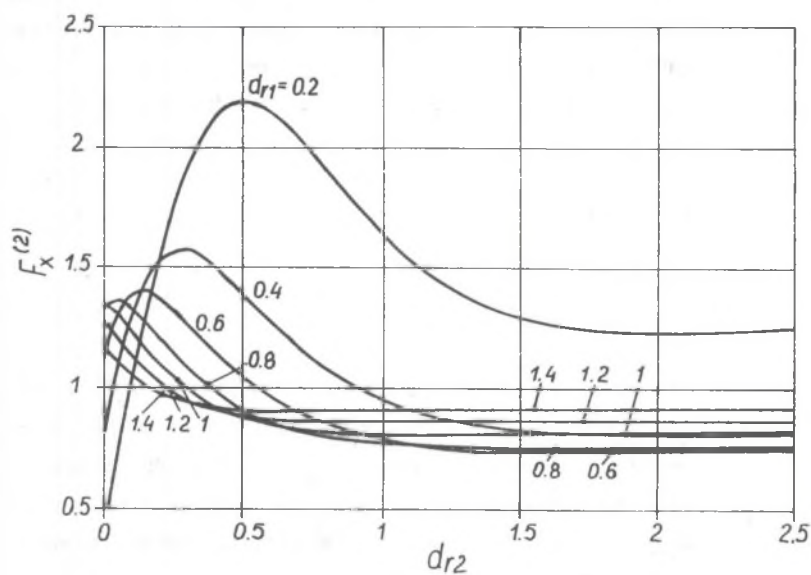
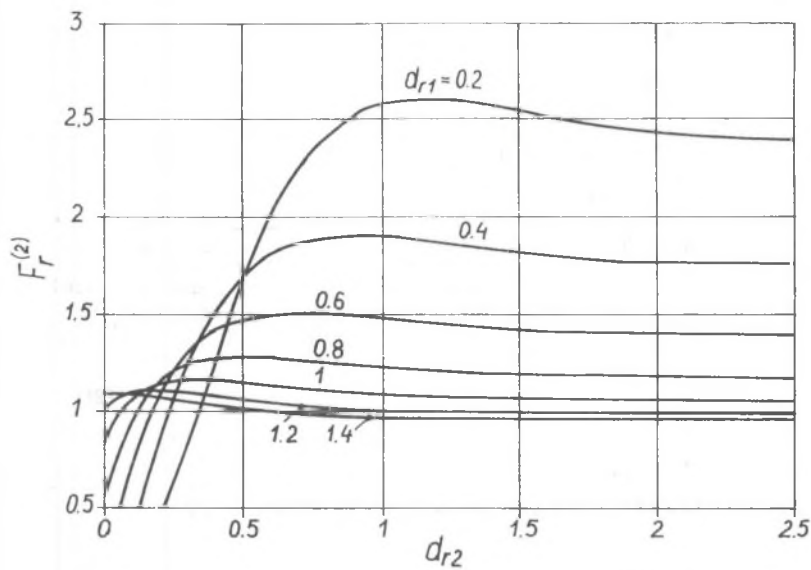
3. WSPÓŁCZYNNIKI KSZTAŁTU WSADU WIELOWARSTWOWEGO

Współczynnikiem kształtu $F_R^{(1)}(F_X^{(1)})$ wsadu jednowarstwowego nagrzewanego indukcyjnie nazywa się stosunek jednostkowej rezystancji (reaktancji) tego wsadu do jednostkowej rezystancji R_0 (reaktancji X_0) półprzestrzeni - wzór (9) - o tej samej konduktywności i przenikalności magnetycznej [2]. Z zależności (8)-(10) wynika, że funkcje $F_R^{(n)}$ i $F_X^{(n)}$ mają podobną postać, a więc można nazwać je współczynnikami kształtu wsadu n-warstwowego. Wówczas

$$R_w^{(n)} = \frac{1}{\sigma_l \delta_l} F_R^{(n)} \quad (22)$$

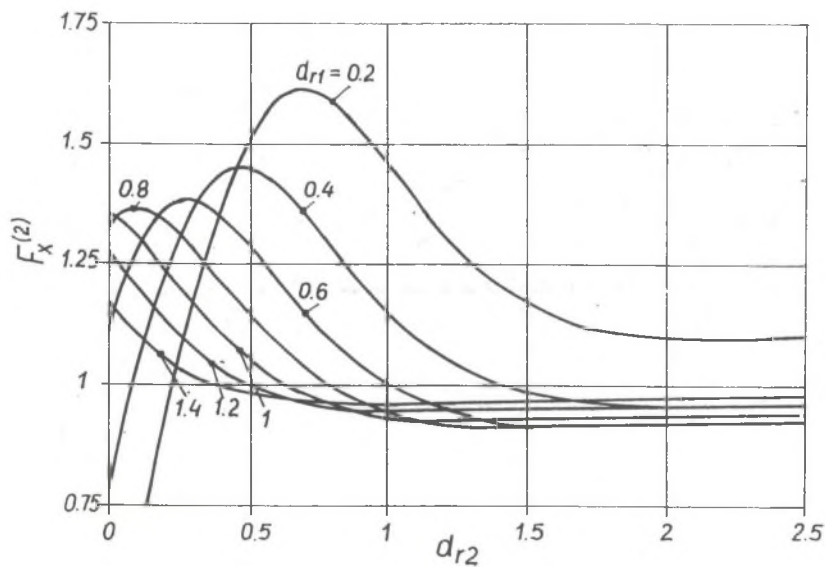
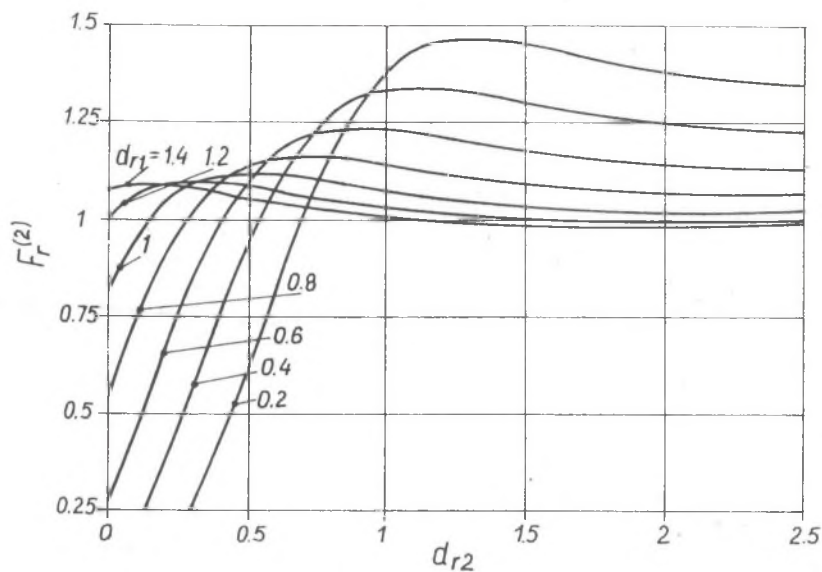
$$X_w^{(n)} = \frac{1}{\sigma_l \delta_l} F_X^{(n)} \quad (23)$$

Rys.3 - 7 przedstawiają zależność współczynników kształtu $F_R^{(n)}$ i $F_X^{(n)}$ wsadów dwuwarstwowch (rys.3 - 5) i trójwarstwowch (rys. 6 - 7) od grubości względnej warstwy wewnętrznej wsadu (d_{r2} lub d_{r3}), dla wybranych parametrów m_r i d_n . Na podstawie rys. 8 - 11 można ocenić wpływ parametrów m_{r12} i m_{r23} na wartość współczynników kształtu wsadu dwuwarstwowego (rys.8 i 9) i trójwarstwowego (rys. 10 i 11).



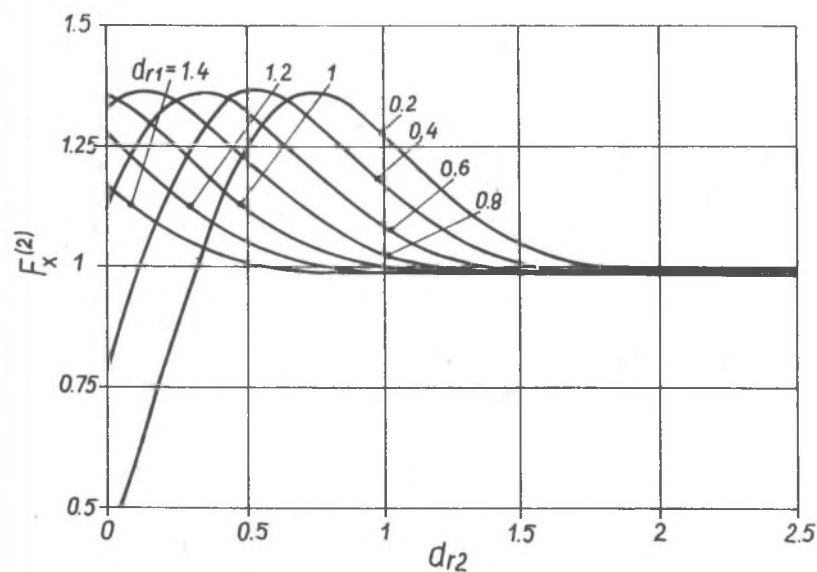
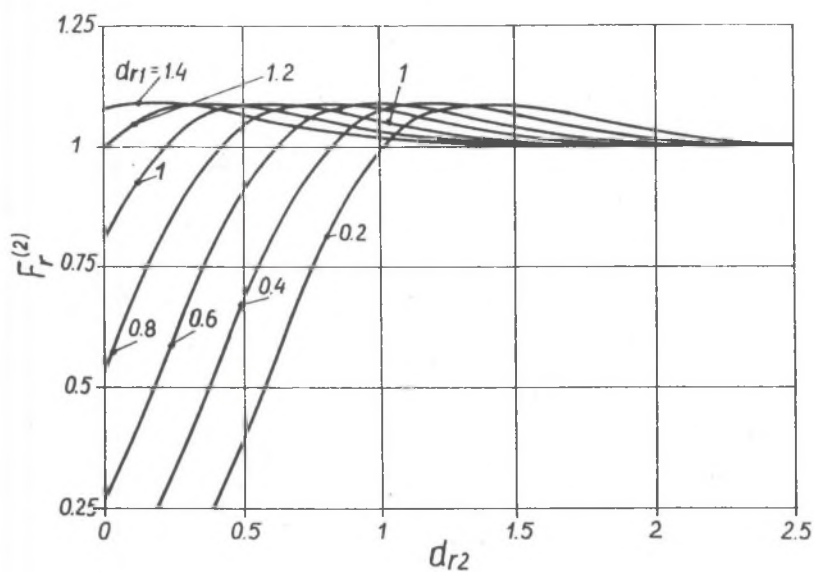
Rys.3. Współczynniki kształtu wsadu dwuwarstwowego dla $m_{r12} = 0.1$

Fig.3. Shape coefficients of two-layer charge for $m_{r12} = 0.1$



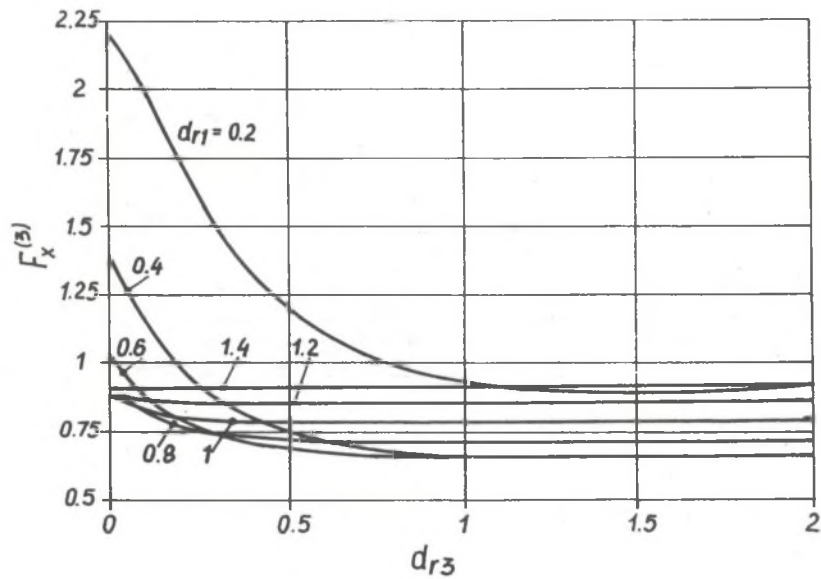
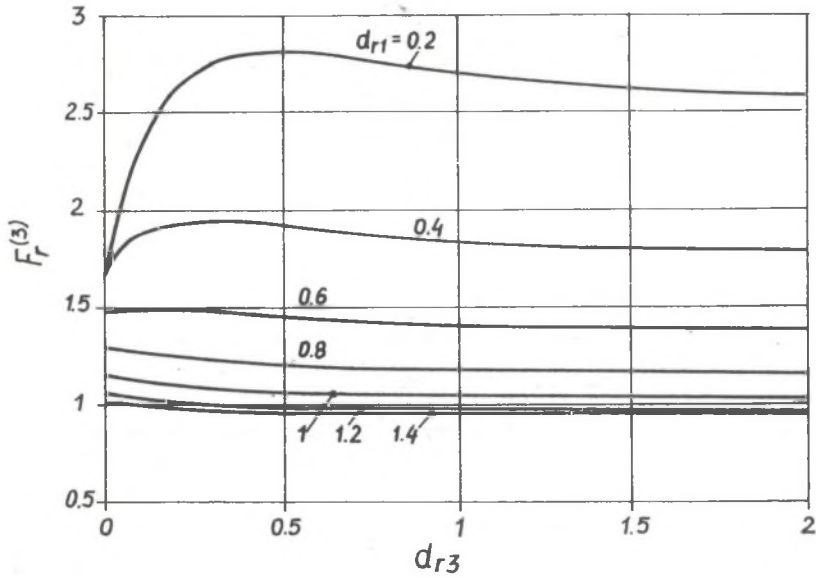
Rys.4. Współczynniki kształtu wsadu dwuwarstwowego dla $m_{r12} = 0.5$

Fig.4. Shape coefficients of two-layer charge for $m_{r12} = 0.5$



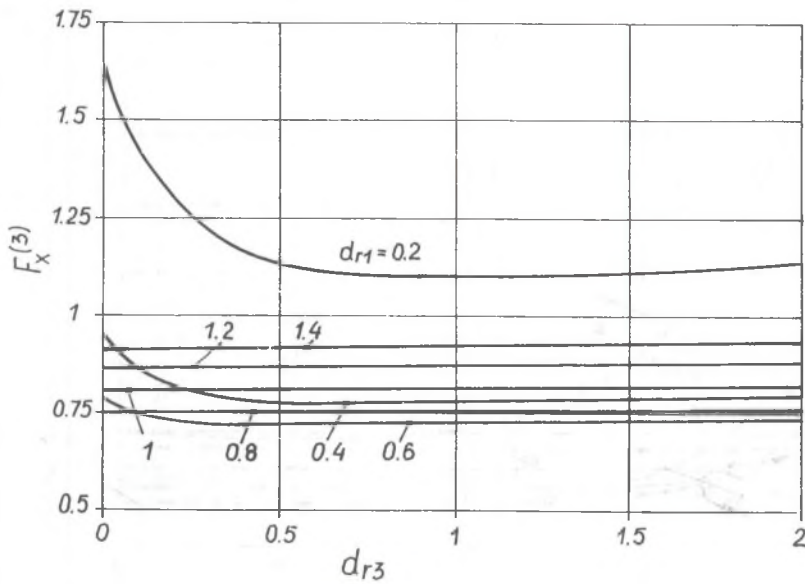
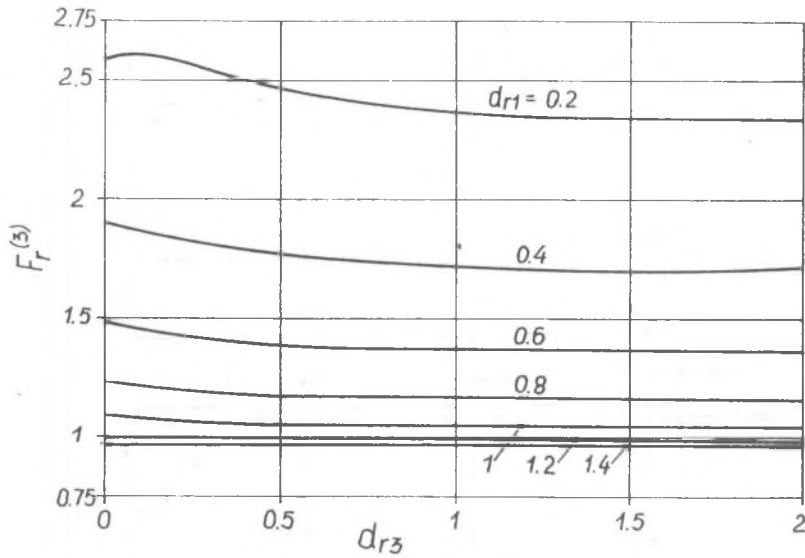
Rys.5. Współczynniki kształtu wsadu dwuwarstwowego dla $m_{r12} = 1$

Fig.5. Shape coefficients of two-layer charge for $m_{r12} = 1$



*Rys.6. Współczynniki kształtu wsadu trójwarstwowego dla $m_{r12} = 0.1$,
 $m_{r23} = 0.2$ i $d_{r2} = 0.5$

Fig.6. Shape coefficients of three-layer charge for $m_{r12} = 0.1$,
 $m_{r23} = 0.2$ and $d_{r2} = 0.5$

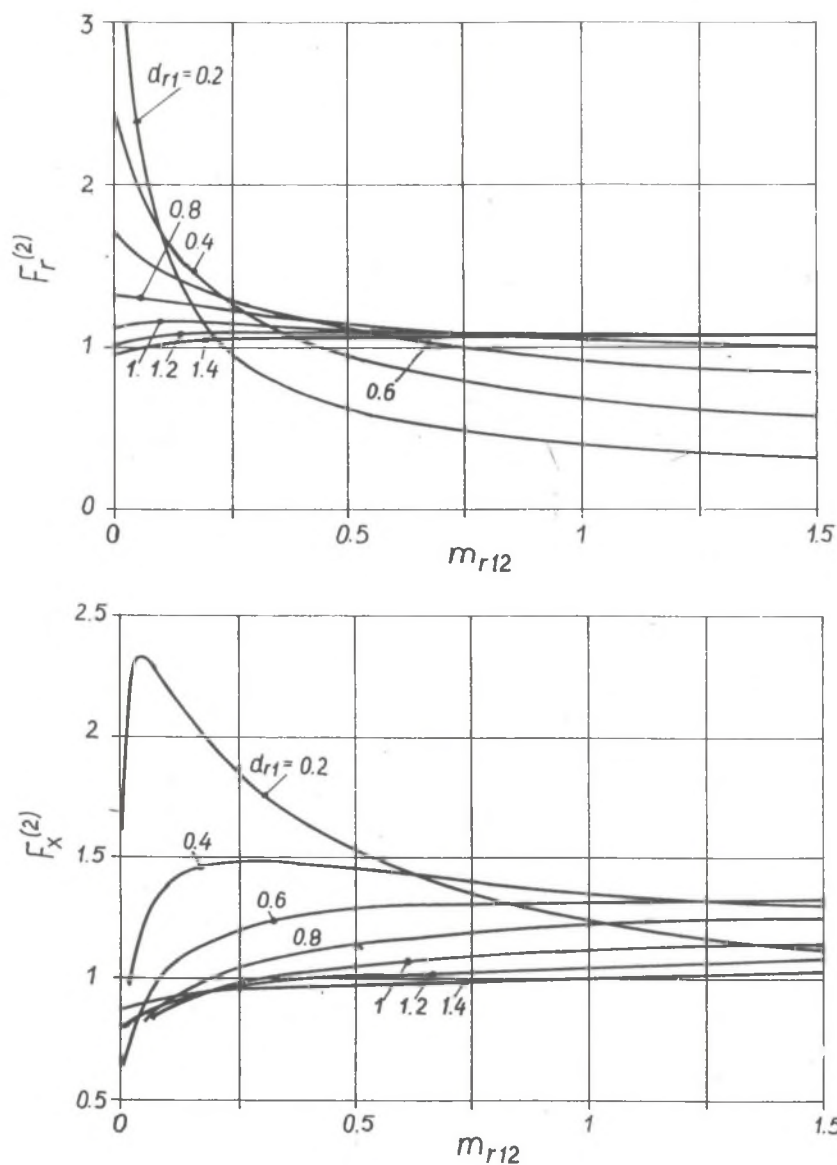


Rys.7. Współczynniki kształtu wsadu trójwarstwowego dla $m_{r12} = 0.1$,

$$m_{r23} = 0.2 \text{ i } d_{r2} = 1$$

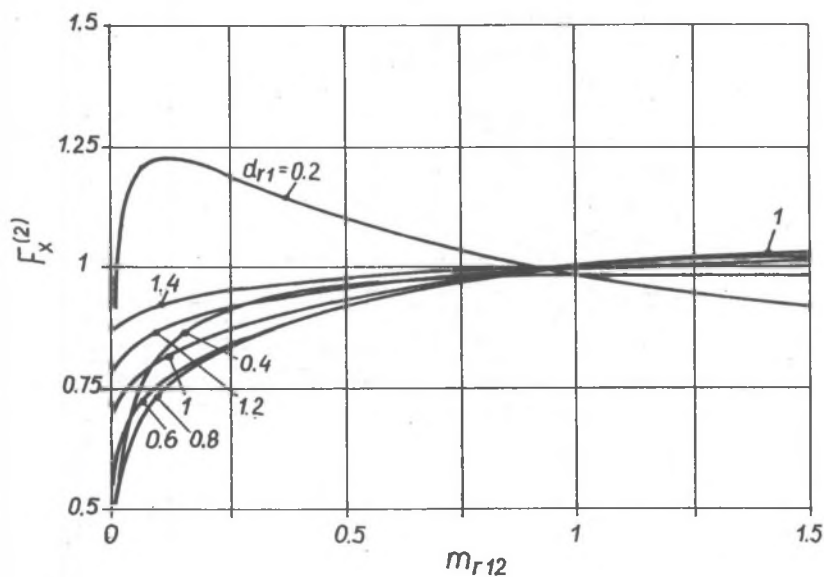
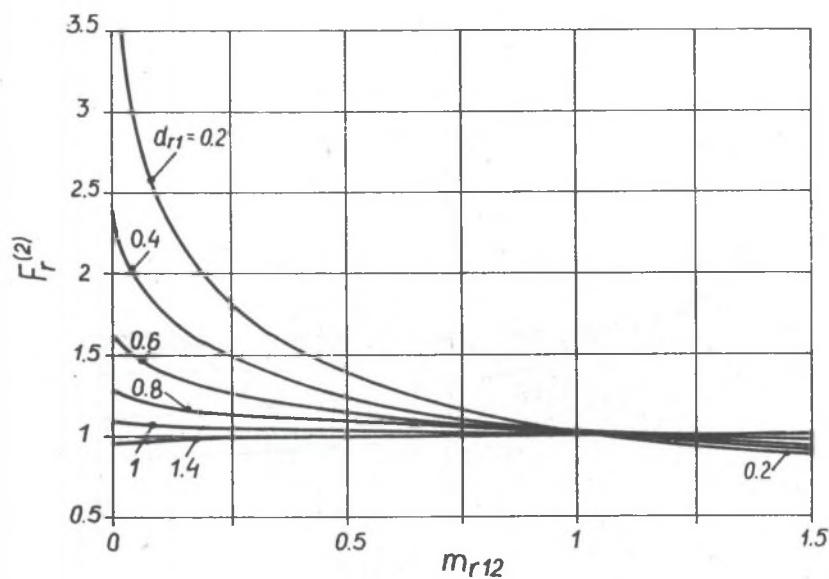
Fig.7. Shape coefficients of three-layer charge for $m_{r12} = 0.1$,

$$m_{r23} = 0.2 \text{ and } d_{r2} = 1$$



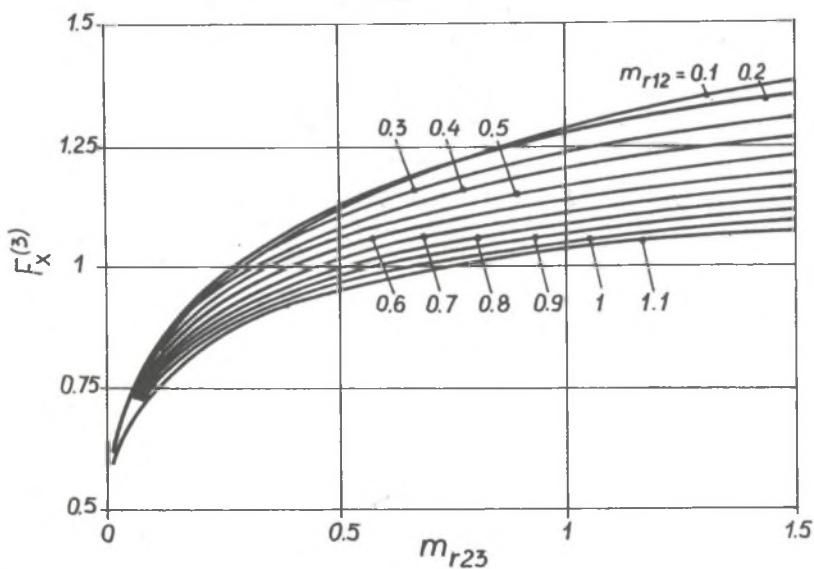
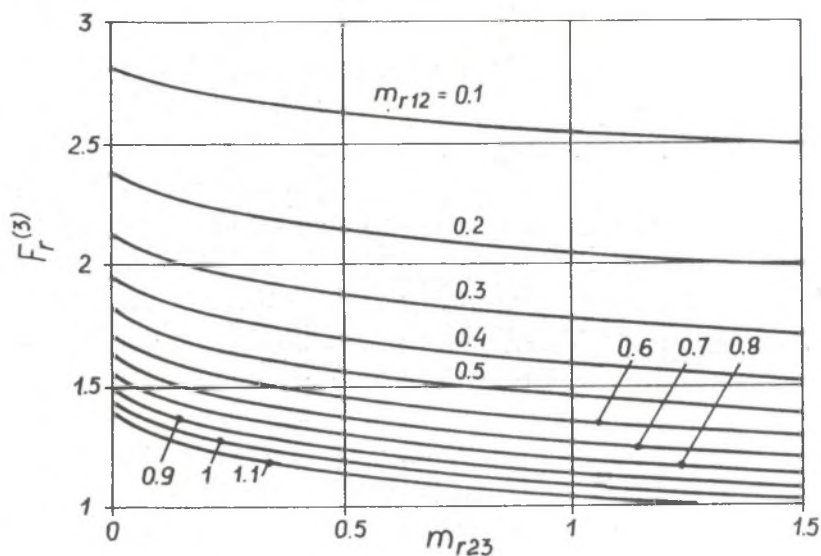
Rys.8. Zależność współczynników kształtu wsadu dwuwarstwowego od parametru m_{r12} , przy $d_{r2} = 0.5$

Fig.8. Shape coefficients dependence of two-layer charge from parameter m_{r12} with $d_{r2} = 0.5$



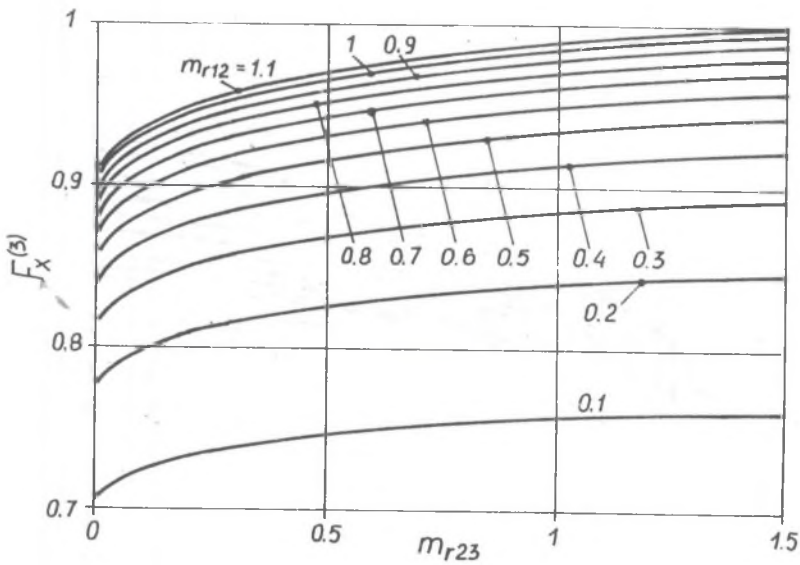
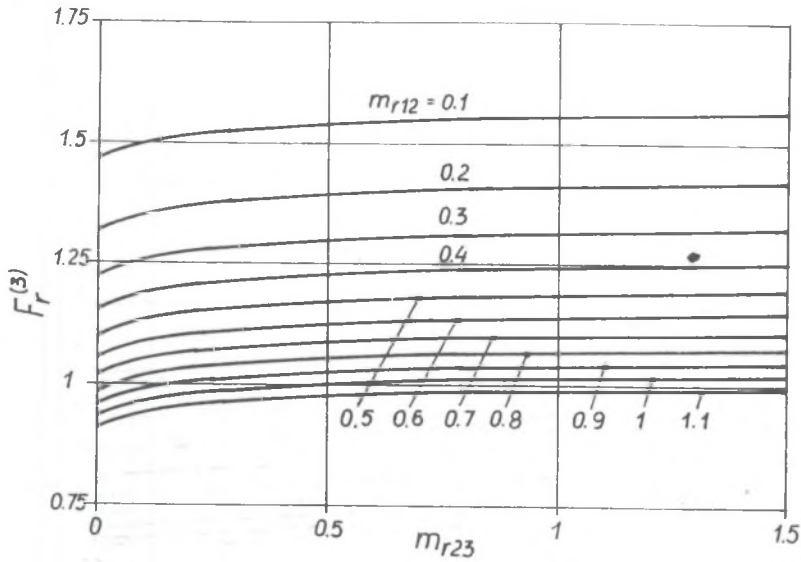
Rys.9. Zależność współczynników kształtu wsadu dwuwarstwowego od parametru m_{r12} , przy $d_{r2} = 2$

Fig.9. Shape coefficients dependence of two-layer charge from parameter m_{r12} with $d_{r2} = 2$



Rys.10. Zależność współczynników kształtu wsadu trójwarstwowego od parametrów m_{r12} i m_{r23} ($d_{r1} = 0.2$, $d_{r2} = 0.5$, $d_{r3} = 1$)

Fig.10. Shape coefficients dependence of three-layer charge from parameters m_{r12} and m_{r23} ($d_{r1} = 0.2$, $d_{r2} = 0.5$, $d_{r3} = 1$)



Rys.11. Zależność współczynników kształtu wsadu trójwarstwowego od

parametrów m_{r12} i m_{r23} ($d_{r1} = 0.5, d_{r2} = 1, d_{r3} = 1$)

Fig.11. Shape coefficients dependence of three-layer charge from

parameters m_{r12} and m_{r23} ($d_{r1} = 0.5, d_{r2} = 1, d_{r3} = 1$)

4. PODSUMOWANIE

Przy analizie niektórych procesów grzejnych w nagrzewnicach indukcyjnych zwiększenie dokładności przybliżonych metod obliczeniowych jest możliwe po uwzględnieniu zmian (wzdłuż grubości wsadu) własności elektrycznych i magnetycznych wsadu. Dotyczy to np. nagrzewania szybkiego, nagrzewania powierzchniowego stali, analizy pośrednich etapów nagrzewania prądami średniej i wysokiej częstotliwości oraz innych rodzajów nagrzewania charakteryzujących się dużymi gradientami temperatur i wyraźnym różnicowaniem konduktywności i przenikalności magnetycznej wsadu.

W pracy rozwinięto jedną z najprostszych metod wprowadzenia do analizy pola elektromagnetycznego zmienności μ i σ - uwarstwienie wsadu. Podano zależności ogólne umożliwiające obliczenie jednostkowej impedancji, rezystancji i reaktancji n-warstwowego wsadu nagrzewanego dwustronnie oraz wzory szczegółowe dla wsadu podzielonego na $i = 2, 3$ i 4 warstwy. Wyznaczone charakterystyki uniwersalne, ilustrujące zależność współczynników kształtu od różnych parametrów wsadu, ułatwiają znacznie przeprowadzenie konkretnych obliczeń.

LITERATURA

- [1] Nemkow W.S., Demidowicz W.B.: Teorija i rascziot ustrojstw indukcyjnogo nagriewa. Energoatomizdat, Leningrad 1988.
- [2] Liwiński W.: Nagrzewnice indukcyjne skośne. WNT, Warszawa 1968.
- [3] Elektrowärme - Theorie und Praxis. Red.K.Kegel, Verlag W. Girardet, Essen 1973.
- [4] Sajdak Cz., Samek E.: Nagrzewanie indukcyjne. Podstawy teoretyczne i zastosowanie. Wyd.Śląsk, Katowice 1987.
- [5] Słuchockij A.E., Ryskin S.E.: Induktory dla indukcyjnogo nagriewa. Energija, Leningrad 1974.
- [6] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.
- [7] Pasternak J.: Nagrzewanie indukcyjne wsadów wielowarstwowch. Mat.Konferencji "Postęp w budowie urządzeń elektrotermicznych w metalurgii", Żelazno 1979, s.238 - 246.
- [8] Sajdak Cz.: Nagrzewanie indukcyjne płaskich i cylindrycznych wsadów dwuwarstwowch. ZN Pol.Śl., seria Hutnictwo z.24, Gliwice 1992.

MULTI-LAYER IMPEDANCE OF FLAT CHARGE HEATED INDUCTIVELY

Abstract

The great gradients of charge temperature, especially in the process of steel heating before heat treatment, are characteristic for the induction heating. This phenomenon can be observed also in the initial stadium of through heating before plastic working. The charge electric conductivity and for steel also magnetic permeability depend on temperature. One of the simple methods for considering the heterogeneity of charge parameters can be its division into layers with different electrical conductivity and magnetic permeability in each layer.

The impedance of flat charge heated in two-side inductor (fig.1) has been determined in the paper. The charge was divided into n -layers with thickness d_i , electrical conductivity σ_i , and magnetic permeability μ_i (fig.2). The general relationships enabling the calculations of unit impedance (formula 8), resistance (formula 22) and reactance (formula 23) for n -layers charge were presented. All the charge dimensions and parameters were represented in a dimensionless form. It was found, that the charge impedance could be expressed with two dimensionless parameters m_r and d_r which were defined by formulae (14) and (15). Similarly to the form factors of a homogenous charge [2,4] the form factors of n -layer charge $F_R^{(n)}$ and $F_X^{(n)}$ were defined as a ratio of charge unit resistance (or reactance) to metal half-space unit resistance R_0 (or reactance X_0) (formula (9)). Then it was possible to present n -layer charge resistance and reactance as a function of the form factors (formulae 22,23). The general characteristics which simplify the calculations of two-layer and three-layer charges were determined. The dependence between form factors for two-layer charges (fig.3-5) and three-layer charges (fig.6-7) and relative thickness of internal charge layer (d_{r2} or d_{r3}) were presented. On the basis of fig. 8-11 it is possible to analyse the influence of the parameters $m_{r1,2}$ and $m_{r2,3}$ at the form factors of two-layer (fig.8-9) and three-layer (fig.10-11) charges. The general dependences and characteristics presented here can find their practical application for heater design especially in case when great gradients of charge temperature are observed (for instance in the process of "quick heating" or for surface steel heating). These dependences and characteristics can be also applied while calculating the induction heaters electrical parameters in the process of through heating for non-ferrous metals.