

Marian ŁUKANISZYN<sup>1)</sup>, Rafał WRÓBEL<sup>2)</sup>, Mariusz JAGIEŁA<sup>3)</sup>

## MOMENT ELEKTROMAGNETYCZNY SILNIKÓW PRĄDU STAŁEGO WZBUDZANYCH MAGNESAMI TRWAŁYMI

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono podział pulsacji momentu elektromagnetycznego oraz kryteria ich oceny. Na podstawie wprowadzonych definicji wykonano obliczenia składowych pulsacji momentu elektromagnetycznego dwóch prototypów bezszczotkowych silników tarczowych z magnesami trwałymi. Obliczenia zostały przeprowadzone z wykorzystaniem trójwymiarowej metody elementów skończonych (MES). Uzyskane wyniki obliczeń pozwalają na określenie wartości oraz charakteru składowych pulsacji, co jest szczególnie istotne w przypadku ich minimalizacji.

## ELECTROMAGNETIC TORQUE OF DC PERMANENT MAGNET MOTORS

**Summary.** In this paper pulsation torque definitions and their evaluation criteria are presented. On the basis of the introduced definitions the torque components calculations are carried out for two prototypes of brushless, disc-type permanent magnet motors. The three-dimensional finite element method (FEM) is applied. The calculation results enable to determine values and the nature of pulsation components, which is of particular importance for improvement of torque smoothness.

**Key words:** Brushless disc-type dc motor, permanent magnets, field modelling, electromagnetic torque

### 1. WSTĘP

Silniki z magnesami trwałymi znalazły szerokie zastosowanie w aplikacjach wymagających dużej sprawności napędu, gdzie szczególnie ważny jest niski poziom pulsacji momentu elektromagnetycznego [1, 9, 10]. Zwiększenie średniej wartości momentu oraz ograniczanie jego pulsacji to podstawowe zagadnienie optymalizacyjne w projektowaniu przetworników elektromechanicznych.

Rozwój technologii elementów energoelektronicznych spowodował zwiększone zainteresowanie napędami przekształtnikowymi. Do tej grupy napędów można zaliczyć między innymi bezszczotkowe silniki prądu stałego wzbudzone magnesami trwałymi.

Obecnie trendy optymalizacji dotyczą modyfikacji obwodu magnetycznego oraz elektrycznego wraz z układem przekształtnikowym maszyny elektrycznej. Jednym z kluczowych elementów badań optymalizacyjnych jest określenie pulsacji momentu elektromagnetycznego mającej zasadniczy wpływ na właściwości napędu.

Najczęściej stosowany podział pulsacji momentu elektromagnetycznego przedstawiono między innymi w pracach [1, 9]. Wypadkowe pulsacje momentu elektromagnetycznego są wynikiem sumowania się dwóch składowych. Pierwsza składowa określana w literaturze jako moment od zębów (*cogging torque*) powstaje w wyniku współdziałania pola magnetycznego wirnika ze stojanem o kątowej zmienności oporu magnetycznego [1, 9]. Składnik ten określa się przy braku zasilania uzwojenia stojana. Druga składowa to moment tętniący (*ripple torque*), składa się z momentu wzajemnego (*mutual or alignment torque*) oraz momentu reluktancyjnego (*reluctance torque*) [1, 9]. Moment wzajemny jest generowany przez interakcję prądu płynącego w uzwojeniu stojana z polem magnetycznym wirnika. Składnik ten dominuje w większości typów silników z magnesami trwałymi. Moment reluktancyjny powstaje w wyniku współdziałania prądu płynącego w

<sup>1)</sup> Dr hab. inż., prof. PO, Katedra Automatykacji i Diagnostyki Układów Elektromechanicznych, Politechnika Opolska, ul. Luboszycka 7, 45-036 Opole, tel/fax (077) 4538447, e-mail: luk@po.opole.pl.

<sup>2)</sup> dr inż., adres jw., e-mail: rwrobel@po.opole.pl.

<sup>3)</sup> Mgr inż., adres jw., e-mail: miagiela@po.opole.pl.

uzwojeniu stojana z wirnikiem o kątowej zmienności reluktancji [1, 9]. Dodatkowym elementem składowej (*ripple torque*) w silnikach prądu stałego z magnesami trwałymi jest składowa od komutacji (*commutation torque*). Składowa ta powstaje w chwilach czasowych odpowiadających zmianie poziomu prostokątnych fal prądów pasmowych, zasilających silnik (impulsy oraz skoki momentu elektromagnetycznego). Wymieniony składnik jest wywołany niezerowymi indukcyjnościami gałęzi przekształtnika oraz skończoną wartością napięcia zasilania.

Ważnym zagadnieniem w analizie pulsacji momentu elektromagnetycznego jest sposób ich oceny. Najczęściej stosowane są współczynniki dane następującymi zależnościami [2]:

$$\varepsilon = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}}, \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{av}}, \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{2 T_{rms}}{T_{av}}, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{(T_{\max} - T_{\min})/2}{T_{av}} \cdot \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}}, \quad (4)$$

gdzie:

- $T_{\max}$  – wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego,
- $T_{\min}$  – wartość minimalna momentu elektromagnetycznego,
- $T_{av}$  – wartość średnia momentu elektromagnetycznego,
- $T_{rms}$  – wartość skuteczna momentu elektromagnetycznego.

Przedstawione kryteria pozwalają na ocenę poziomu pulsacji na podstawie wypadkowego momentu elektromagnetycznego rozwijanego przez badaną maszynę elektryczną [3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16].

W artykule zamieszczono wyniki obliczeń wybranych składowych momentu dwóch prototypów silników tarczowych z magnesami trwałymi.

## 2. OPIS ANALIZOWANYCH SILNIKÓW

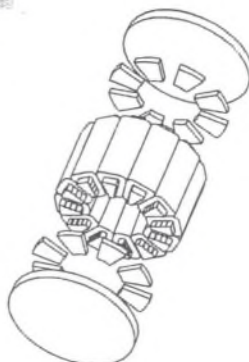
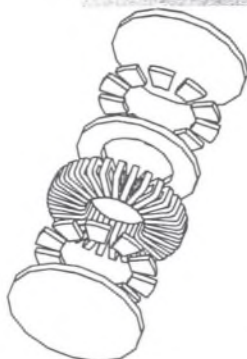
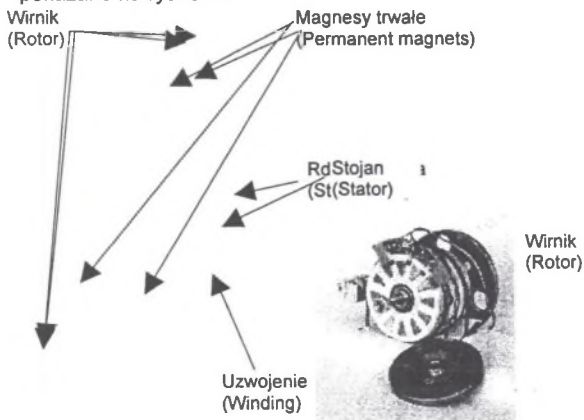
Do obliczeń przyjęto dwie prototypowe konstrukcje silników tarczowych zaprojektowane przez prof. E. Mendrelę z Politechniki Opolskiej (rys. 1 i 2). Pierwsza z rozważanych maszyn elektrycznych to silnik typu torus (rys. 1 – silnik A). Natomiast drugi silnik to maszyna z poosiowym strumieniem magnetycznym w stojanie (rys. 2 – silnik B).

Wirnikami badanych silników są tarcze wykonane z litej stali. Po wewnętrznej stronie każdej z tarcz są naklejone neodymowe magnesy trwałe ( $B_r=1.21T$ ,  $H_c=950kA/m$ ), stanowiące wzbudzenie badanych przetworników elektromechanicznych. Istotnym zagadnieniem konstrukcyjnym maszyn tarczowych jest polaryzacja magnesów. W przypadku maszyny A jest zachowana polaryzacja N-N, natomiast w silniku B wprowadzono polaryzację N-S. Względna przenikalność magnetyczna zastosowanych magnesów trwałych z pierwiastków ziem rzadkich zawiera się w przedziale 1.1+1.4 [11]. Ze względu na to w rozważanym przypadku składowa reluktancyjna pulsacji momentu jest pomijalnie mała. Z polaryzacją magnesów trwałych jest ściśle związana konstrukcja uzwojenia silników oraz ich stojanów. Zastosowano trójpasemowe uzwojenia połączone w gwiazdę, typu Gramma, w silniku A oraz uzwojenie klasyczne dla maszyny B.

Stojany badanych silników to odpowiednio rdzeń toroidalny oraz rdzenie o przekroju trapezowym wykonane z taśmy stalowej typu ET 41-30. W obu badanych maszynach stojan wraz z nawiniętym nań uzwojeniem jest zalany żywicą, co umożliwiła zwiększenie sztywności konstrukcji.

Badane maszyny elektryczne można zaliczyć do grupy silników małej mocy (silnik A –  $P_n=300$  W,  $U_n=480$  V DC,  $I_n=8$  A,  $n_n=300$  obr/min, silnik B –  $P_n=460$  W,  $U_n=300$  V DC,  $I_n=1,9$  A,  $n_n=960$  obr/min). Wymiary zewnętrzne rozważanych przetworników elektromechanicznych to odpowiednio: (średnica zewnętrzna – 166mm, długość – ok. 60mm) dla silnika A oraz (średnica zewnętrzna – 90mm, długość – ok. 76mm) dla silnika B.

Do obliczeń wykorzystano komercyjny pakiet obliczeniowy OPERA 3d implementujący trójwymiarową metodę elementów skończonych (MES) [13,15]. Zastosowane modele numeryczne pokazano na rys. 3 i 4.

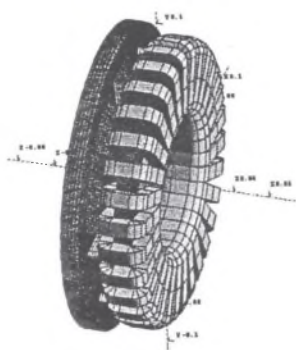


Rys. 1. Struktura silnika tarczowego typu torus (A)

Fig. 1. Structure of the torus type motor (A)

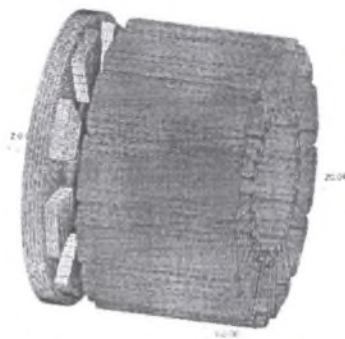
Rys. 2. Struktura silnika tarczowego ze strumieniem poosiowym w stojanie (B)

Fig. 2. Structure of the disc motor with co-axial flux in the stator (B)



Rys. 3. Model numeryczny silnika (A) z siatką dyskretyzacyjną

Fig. 3. Mathematical model of the motor (A) with calculating mesh



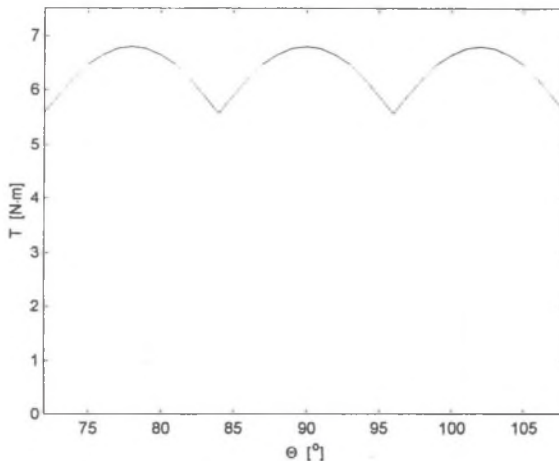
Rys. 4. Model numeryczny silnika (B) z siatką dyskretyzacyjną

Fig. 4. Mathematical model of the motor (B) with calculating mesh

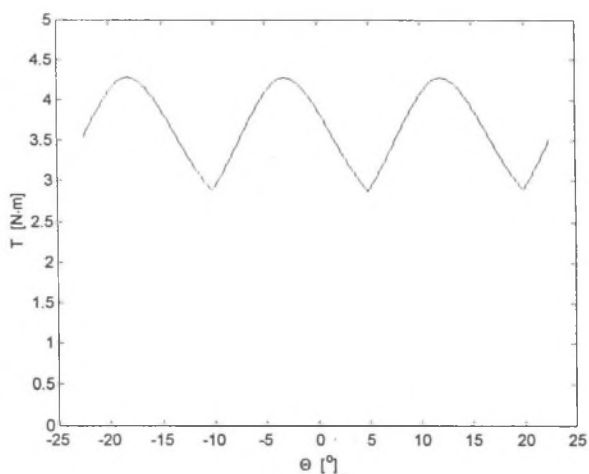
Analizę polową badanych maszyn ograniczono do pola magnetostatycznego. Ruch wirnika silnika został odwzorowany z wykorzystaniem metody stałej siatki, przy założeniu stałej prędkości obrotowej silnika. Poprawną pracę obu silników zapewnia układ elektronicznego komutatora. W obliczeniach założono prostokątną zmienność fali natężenia prądu w uzwojeniu silnika. Moment elektromagnetyczny został wyznaczony metodą tensora naprężeń Maxwella [13,15].

### 3. WYNIKI OBLICZEŃ

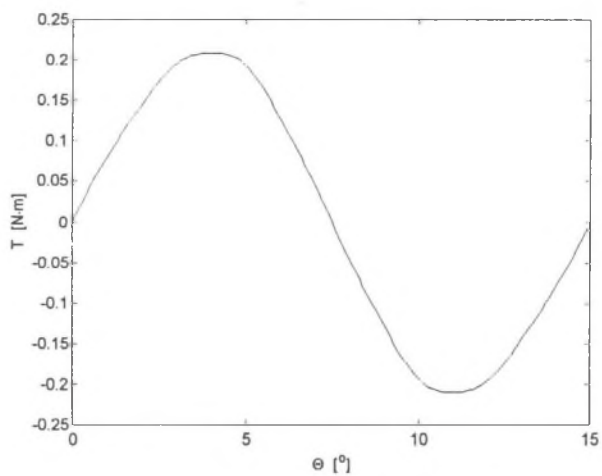
Podstawowym parametrem całkowym pozwalającym określić właściwości maszyny elektrycznej jest moment elektromagnetyczny. Na rys. 5 przedstawiono kątową charakterystykę momentu elektromagnetycznego rozwijanego przez silnik A. Specyfika konstrukcji silnika typu torus (gładki stojan) powoduje, że w tym przypadku istnieje tylko jedna składowa momentu odpowiedzialna za pulsacje – (*ripple torque*). Rozwiązanie silnika z gładkim stojanem pozwala na uzyskanie niskiego poziomu pulsacji momentu. Kolejny rysunek (rys. 6) ilustruje moment elektromagnetyczny w funkcji kąta obrotu wirnika względem stojana, rozwijany przez maszynę B. Silnik z poosiowym strumieniem w stojanie charakteryzuje się kątową zmiennością oporu magnetycznego stojana, co jest przyczyną występowania dodatkowej składowej pulsacji momentu – (*cogging torque*), określanej również mianem momentu zaczepowego [14]. Należy zwrócić uwagę, że przedstawiona zmienność momentu (rys.6) jest wynikiem sumowania się dwóch składowych pulsacji (*ripple torque*) oraz (*cogging torque*). Składowa momentu od zębów (*cogging torque*) została pokazana na rys. 7.



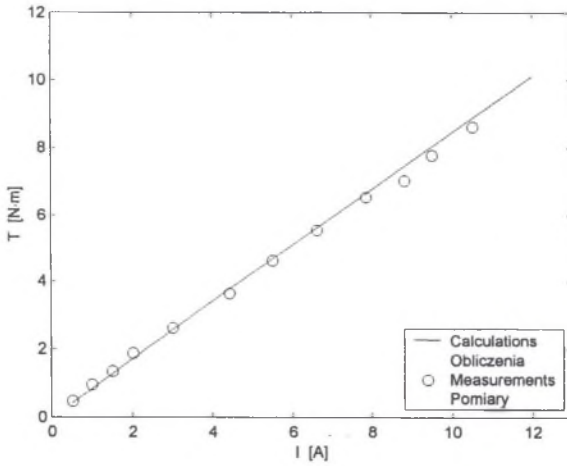
Rys. 5. Moment elektromagnetyczny w funkcji kąta obrotu wirnika względem stojana – silnik A  
 Fig. 5. Ripple torque vs. displacement angle ( $\Theta$ ) – motor (A)



Rys. 6. Moment elektromagnetyczny w funkcji kąta obrotu wirnika względem stojana – silnik B  
Fig. 6. Ripple-cogging torque vs. displacement angle ( $\theta$ ) – motor (B)

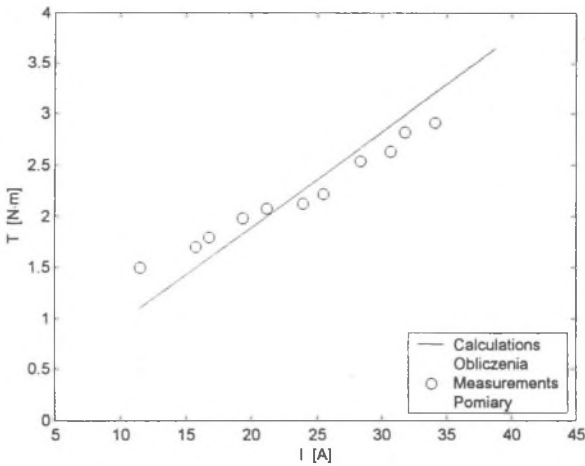


Rys. 7. Moment zaczepowy w funkcji kąta obrotu wirnika względem stojana – silnik B  
Fig. 7. Cogging torque vs. displacement angle ( $\theta$ ) – motor (B)



Rys. 8. Wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego w funkcji natężenia prądu w uzwojeniu silnika – silnik A

Fig. 8. Torque peak vs. motor current – motor (A)



Rys. 9. Wartość maksymalna momentu elektromagnetycznego w funkcji natężenia prądu w uzwojeniu silnika – silnik B

Fig. 9. Torque peak vs. motor current – motor (B)

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń połowych wyznaczano średni moment elektromagnetyczny oraz współczynnik pulsacji według zależności (2). Uzyskano następujące wartości  $T_{av}=6.3\text{Nm}$ ,  $\varepsilon=21\%$  – silnik (A) oraz  $T_{av}=3.7\text{Nm}$ ,  $\varepsilon=38\%$  – silnik (B). Obliczony średni moment elektromagnetyczny odpowiada znamionowemu natężeniu prądu. Natomiast rys. 8 i 9 ilustrują zależność momentu elektromagnetycznego w funkcji natężenia prądu w uzwojeniu silnika.



#### 4. WNIOSKI

Przedstawiony w artykule podział pulsacji momentu elektromagnetycznego oraz sposoby ich oceny są swego rodzaju standardem obowiązującym w literaturze anglojęzycznej. W szeregu pracach można odnaleźć praktyczne wykorzystanie przytoczonych definicji w analizie różnego typu maszyn elektrycznych [3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 15, 16]. Znajomość zmienności składowych pulsacji momentu jest szczególnie istotna na etapie projektowania przetwornika elektromechanicznego bądź też optymalizacji istniejącej już konstrukcji. Odpowiednie ukształtowanie obwodu magnetycznego maszyny pozwala między innymi na wyeliminowanie tzw. martwych punktów (*death points*) w kątowej charakterystyce momentu, co znacząco poprawia właściwości ruchowe maszyny [10]. W zależności od specyfiki konstrukcji danego silnika możliwe jest zastosowanie szeregu technik pozwalających na minimalizację pulsacji momentu poprzez modyfikację obwodu magnetycznego i elektrycznego wraz z obwodem zasilania [9]. Przedstawione definicje dotyczące pulsacji momentu elektromagnetycznego mają charakter użytkowy i są w stosowane w praktyce inżynierskiej.

#### LITERATURA

1. Bianchi N., Bolognani S., Reducing Torque Ripple in PM Synchronous Motors by Pole Shifting, International Conference on Electrical Machines ICEM 2000, Espoo, Finland, 28-30 August 2000, pp. 1222-1226.
2. Cai W., Fulton D., Reichert K., Design of Permanent Magnet Motors with Low Torque Ripples: A Review, International Conference on Electrical Machines ICEM 2000, Espoo, Finland, 28-30 August 2000, pp. 1384-1388.
3. Chun J-S., Jung H-K.: Shape Optimization of Closed Slot Type Permanent Magnet Motors for Cogging Torque Reduction Using Evolution Strategy, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 33, No. 2, March 1997, pp. 1912 – 1916.
4. Favre E., Cardoletti L., Jufer M.: Permanent – magnet synchronous motors: a comprehensive approach to cogging torque suppression, IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 29, No. 6., November/December 1993, pp. 1141 – 1149.
5. Filho E. R. B., Lima A. M. N., Araujo T. S.: Reduction Cogging Torque in Interior Permanent Magnet Machines without Skewing, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 34, No. 5, September 1998, pp. 3652 – 3655.
6. Goto M., Kobayashi K.: An analysis of the cogging torque of a DC motor and new technique of reducing the cogging torque, Elec. Eng. Jpn., Vol. 103, No. 5, 1983, pp. 113 – 120.
7. Hamler A., Hribernik B.: Impact of Shape of Stator Pole of One Phase Brushless Motor on Cogging Torque, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No. 3, May 1996, pp. 1545-1548.
8. Hur J., Hyun D-S., Hong J-P.: A Method for Reduction of Cogging Torque in Brushless DC Motor Considering the Distribution of Magnetization by 3DEMCM, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 34., No. 5, September 1998, pp. 3532 – 3535.
9. Jahns T. M., Soong W. L., Pulsating Torque Minimization Techniques for Permanent Magnet AC Motor Drives – A Review, IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, April 1996, pp. 321 – 330.
10. Kenjo T., Nagamori S., Permanent-Magnet and Brushless DC Motors, Clarendon Press, Oxford 1985.
11. Leonowicz M.: Nanokrystaliczne materiały magnetyczne, Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Fundacja Książka Naukowo-Techniczna, Warszawa 1998.
12. Li T., Slemon G.: Reduction of cogging torque in permanent magnet motors, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 24, No. 6, November 1988, pp. 2901 – 2903.
13. Łukaniszyn M., Wróbel R.: A Study on the Influence of Permanent Magnet Dimensions and Stator Core Structures on the Torque of the Disc-Type Brushless DC Motor, Electrical Engineering, Vol. 82, 3-4, 2000, pp. 163-171.
14. Pochanek A.: Modele obwodowo-polowe pośrednio sprzężone silników bezzestykowych z uwarunkowaniami zasilania, Prace Naukowe, Elektryka z. 110, Politechnika Warszawska 1999.

15. Wróbel R.: Analiza wpływu parametrów obwodu magnetycznego i elektrycznego na pracę silnika tarczowego prądu stałego z magnesami trwałymi i elektronicznym komutatorem, Praca doktorska, Politechnika Łódzka 2000.
16. Zhu Z. Q., Howe D.: Analytical Prediction of the Cogging Torque in Radial-Field Permanent Magnet Brushless Motors, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 28, No. 2, March 1992, pp. 1371 – 1374.

Recenzent: Dr hab. inż. Ignacy Dudzikowski  
Profesor Politechniki Wrocławskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 lutego 2001 r.

## Abstract

One of the most challenging problems in the design of electrical machines is maximization of the average torque and simultaneous minimization of the torque pulsations. There is a wide range of motor and controller-based design techniques that have been described in the literature [1, 9].

The first part of the paper is devoted to definitions of the torque components and methods for their evaluation. Calculations of the torque components were carried out for two prototype disc-type permanent magnet motors, which are shown in Figs. 1 and 2. The first motor (Fig. 1) is called torus-type due to a specific construction of its stator core, whereas the second one (Fig. 2) is so called a co-axial flux motor. Both tested electrical machines can be considered among low power motors (motor A – 300W, motor B – 460W). The control of motors is realized in a microcontroller-driven system producing rectangular-wave supply current.

The second part of the paper are the calculations of the electromagnetic torque components developed by considered motors. The mathematical models were constructed using the three-dimensional finite element method (FEM). The OPERA 3d commercial software package for the solution of magnetic field was applied. The numerical models of the motors with calculating mesh are presented in Figs. 3 and 4. The calculations of the electromagnetic torque developed by the motor were performed making use of the Maxwell's stress tensor method.

Figures 5 to 7 illustrate the variations of the torque components versus displacement angle. In case of the torus-type motor there is only one component of the torque pulsation, namely the ripple torque, and this is because of the slotless stator core (Fig. 5). The angular variations in the stator magnetic reluctance cause generation of the cogging torque for the motor B (Fig. 7). Additionally, the calculation results of electromagnetic torque obtained from the theoretical approach as compared to experimental results are shown in Figs. 8 and 9.

Knowledge of torque pulsations is essential for design and optimization of new types of motors. The presented definitions and calculation examples can be used in engineering practice to improve torque smoothness of permanent magnet motors.