ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: ELEKTRYKA z.182 Nr kol. 1551

Bernard BARON, Zygmunt PIĄTEK, Maciej SOŁTYSIK

IMPEDANCJE OBWODÓW ZIEMNOPOWROTNYCH NAPOWIETRZNEJ LINII PRZESYŁOWEJ DWUPRZEWODOWEJ O PRZEWODACH DWUWARSTWOWYCH

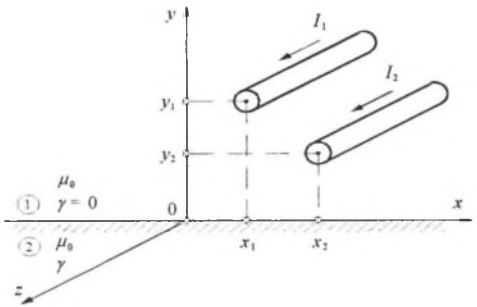
Streszczenie. Całkowite natężenie pola elektrycznego w przewodzie dwuwarstwowym napowietrznej dwuprzewodowej linii przesyłowej przedstawiono w postaci sumy indukowanego i statycznego pola elektrycznego. Obliczając transformatę Laplace'a z funkcji opisującej wektorowy potencjał magnetyczny, indukowane pole elektryczne przedstawiono w postaci wzorów analitycznych jako sumę pola elektrycznego indukowanego przez prąd własny przewodu i pola elektrycznego indukowanego przez prąd przewodu sąsiedniego. Statyczne pole elektryczne określa całkowite napięcie w rozważanym przewodzie i jest ono sumą spadku napięcia na impedancji własnej przewodu i spadku napięcia na impedancji wzajemnej, przy czym impedancja własna jest sumą impedancji wewnętrznej określonej na podstawie całkowitego pola elektrycznego i impedancji zewnętrznej określonej na podstawie pola elektrycznego indukowanego przez prąd własny przewodu. W zakończeniu opracowano projekt w Delphi 4, skąd obliczono impedancje własne i wzajemne dwuprzewodowej napowietrznej linii przesyłowej dla kilku wybranych typów przewodów dwuwarstwowych.

IMPEDANCES OF CIRCUITS WITH GROUND RETURN OF AN OVERHEAD DOUBLE WIRE TRANSMISSION LINE WITH TWO-LAYER CONDUCTORS

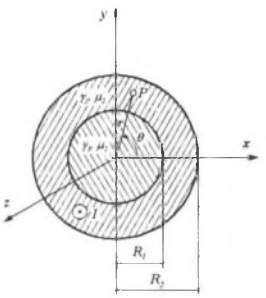
Summary. The total electric field strength in the two-layer conductor of an overhead double wire transmission line is presented as a sum of induced and static electric fields. Calculating the Laplace transform from the function describing the vector magnetic potential we can represent the induced electric field by means of analytical formulae as a sum of the electric field induced by the own current of the conductor and of the electric field induced by the current of the neighbouring conductor. The static electric field determines the total voltage in the considered conductor and it is a sum of the voltage drop across the self-impedance of the conductor and of the voltage drop across the mutual impedance, while the self-impedance is a sum of the internal impedance determined on the basis of the total electric field and the external impedance determined on the basis of the electric field induced in the conductor by its own current. Finally a project elaborated in Delphi 4 is used to calculate the self- and mutual impedances of the overhead double wire transmission line for a few selected types of two-layer conductors.

1. WSTĘP

Obwody ziemnopowrotne składają się z dwóch przewodów dwuwarstwowych umieszczonych na wysokościach odpowiednio y_1 i y_2 nad ziemią – rys.1. Prądy sinusoidalnie zmienne o pulsacji ω i wartościach zespolonych I_1 i I_2 w przewodach wracają przez ziemię do źródła.



Rys. 1. Dwuprzewodowa napowietrzna linia przesyłowa
Fig. 1. Double wire overhead transmission line



Rys. 2. Przewód dwuwarstwowy z prądem I
Fig. 2. Two-layer conductor with current I

Przewód walcowy jest dwuwarstwowy z rdzeniem o promieniu R_1 i konduktywności γ_1 oraz z warstwą zewnętrzną o promieniach R_1 oraz R_2 i konduktywności γ_2 - rys.2.

2. POLE ELEKTRYCZNE

W układzie dwóch przewodów przedstawionym na rys.1 całkowite pole elektryczne w l – tym przewodzie ([12], s. 162), tzn. w punkcie $X = X(x, y) \in S_l$ (S_l jest przekrojem poprzecznym l – tego przewodu)

$$\boldsymbol{E}_l^{(1)}(X) = \boldsymbol{E}_{st.l}^{(1)}(X) + \boldsymbol{E}_{ind.l}^{(1)}(X), \tag{1}$$

gdzie

$$\boldsymbol{E}_{st.l}^{(1)}(X) = -\,\mathbf{grad}\,\varphi_l, \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{E}_{ind.l}^{(1)}(X) = -\,\mathrm{j}\,\varpi\,\boldsymbol{A}_l^{(1)}(X) \tag{1b}$$

oznaczają odpowiednio natężenie statycznego oraz indukowanego pola elektrycznego, zaś φ_l jest zespolonym potencjałem skalarnym elektrycznym.

W rozważanym przypadku (rys.1) statyczne pole elektryczne $\boldsymbol{E}_{st.l}^{(1)}(X) = \mathbf{1}_z E_{st.l}^{(1)}$, gdzie

$$E_{st.l}^{(1)} = -\frac{\mathrm{d}\varphi_l}{\mathrm{d}z} = \vartheta_l \tag{2}$$

jest [8, 9, 12] polem pierwotnym (źródłowym), zaś $\mathcal{U}_l$ jest napięciem na jednostkę długości (w V·m^{-1}) w l – tym przewodzie.

Indukowane pole elektryczne $E^{(1)}_{ind.l}(X) = E^{(1)}_{ind.l}\,\mathbf{1}_z = -\mathrm{j}\varpi\, A^{(1)}_l(X)\,\mathbf{1}_z$, gdzie potencjał magnetyczny dany jest wzorem [4]

$$A^{(1)}(x,y) = \frac{\mu_0}{\pi}\sum_{k=1}^{2} I_k Q_1 + \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{k=1}^{2} I_k \ln\frac{(x-x_k)^2+(y+y_k)^2}{(x-x_k)^2+(y-y_k)^2}, \tag{3}$$

a funkcja Q_1 określona jest wzorem

$$Q_1(p,q) = \int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{-pu}\cos qu}{u+\sqrt{u^2+\mathrm{j}}}\,\mathrm{d}u, \tag{4}$$

w którym

$$p = \alpha(y+y_k),\quad q = \alpha(x-x_k),\quad \alpha = \sqrt{\varpi\mu_0\gamma},\quad \varpi = \alpha u\,. \tag{5}$$

Natężenie indukowanego pola elektrycznego w l – tym przewodzie jest zatem określone następującym wzorem

$$E^{(1)}_{ind.l}(x,y) = -\frac{\varpi\mu_0}{\pi}\sum_{k=1}^{2} I_k\left[Q(p,q+\frac{\mathrm{j}}{4}\ln\frac{(x-x_k)^2+(y+y_k)^2}{(x-x_k)^2+(y-y_k)^2}\right], \tag{6}$$

gdzie funkcja

$$Q(p,q) = \mathrm{j}Q_1(p,q) = \mathrm{j}\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{-pu}\cos qu}{u+\sqrt{u^2+\mathrm{j}}}\,\mathrm{d}u, \tag{6a}$$

tzn. funkcja ta określona jest wzorem podanym przez M. Krakowskiego w pracy [12] (wzór (9.137), str. 207).

Podstawiając do wzoru (6a) za

$$\left.\cos qu = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}qu}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}qu}),\qquad \frac{1}{u+\sqrt{u^2+\mathrm{j}}} = -\mathrm{j}(\sqrt{u^2+\mathrm{j}}-u)\right\}, \tag{7}$$

otrzymuje się funkcję Q wyrażoną wzorem

$$Q(p,q) = \frac{1}{2}\left\{\int_0^\infty(\sqrt{u^2+\mathrm{j}}-u)\,\mathrm{e}^{-su}\,\mathrm{d}u\Big|_{s=p-\mathrm{j}q} - \int_0^\infty(\sqrt{u^2+\mathrm{j}}-u)\,\mathrm{e}^{-su}\,\mathrm{d}u\Big|_{s=p+\mathrm{j}q}\right\}. \tag{8}$$

Dla $Re\{s\} = p > 0$ całka we wzorze (8) jest transformatą Laplace'a funkcji podcałkowej, tzn.

$$\int_0^\infty(\sqrt{u^2+\mathrm{j}}-u)\,\mathrm{e}^{-su}\,\mathrm{d}u = \mathcal{L}\left\{\sqrt{u^2+\mathrm{j}}-u\right\} = \mathcal{L}\left\{\sqrt{u^2+\mathrm{j}}\right\} - \mathcal{L}\{u\}. \tag{9}$$

Transformaty Laplace'a funkcji $\mathcal{L}\left\{\sqrt{u^2+\mathrm{j}}\right\}$ oraz $\mathcal{L}\{u\}$ oblicza się za pomocą programu Mathematica 3.0. Transformata Laplace'a z funkcji u

$$\mathcal{L}\{u\} = \frac{1}{s^2}, \tag{9a}$$

zaś transformata z funkcji $\sqrt{u^2+\mathrm{j}}$ (Mathematica 3.0)

$$\mathcal{L}\left\{\sqrt{u^2+\mathrm{j}}\right\} = -\frac{-1+\mathcal{J}_0(\sqrt{\mathrm{j}}\,s)}{s^2} + \frac{1}{12s^2}\{12 - 3(-1)^{\frac{3}{4}}\pi\, s\,\mathcal{J}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] +$$

$$+ 4(-1)^{\frac{3}{4}} s^3\, \mathrm{F}\left(1, \frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{\mathrm{j}s^2}{4}\right) + 6(-1)^{\frac{1}{4}} s\,\mathcal{J}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] \ln 4 -$$

$$-12(-1)^{\frac{1}{4}} s\,\mathcal{J}_1\left[(-1)^{\frac{1}{4}} s\right] \ln s\} - \frac{\mathrm{j}}{2s^2}[-4(-1)^{\frac{3}{4}} + 2(-1)^{\frac{3}{4}}\mathcal{J}_0(\sqrt{\mathrm{j}}\,s) -$$

$$-2\,\mathrm{j}\gamma\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{J}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s) + 2(-1)^{\frac{3}{4}}\gamma\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{J}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s) + 2(-1)^{\frac{1}{4}}\pi\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{J}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s) -$$

$$-(-1)^{\frac{3}{4}}\pi\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{Y}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s) - 2(-1)^{\frac{3}{4}}\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{J}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s)\ln 2 + (-1)^{\frac{3}{4}}\sqrt{\mathrm{j}}\,s\,\mathcal{J}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s)\ln(\mathrm{j}\,s^2)] \tag{9b}$$

gdzie

$\mathcal{Y}_1(\sqrt{\mathrm{j}}\,s)$ jest funkcją Bessela drugiego rodzaju, pierwszego rzędu,

$\gamma = 0{,}577216...$ jest stałą Eulera.

3. IMPEDANCJE PRZEWODÓW

Całkując równanie (1) wzdłuż drogi całkowania C_l znajdującej się na powierzchni l –tego przewodu, otrzymuje się następujące równanie

$$\int_{C_l} \boldsymbol{E}_{st.l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_{C_l} \boldsymbol{E}_{l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} - \int_{C_l} \boldsymbol{E}_{ind.l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}\,. \tag{10}$$

Lewa strona równania (10) jest ([12], wzór (8.81), s. 169) różnicą potencjałów między dwoma punktami l – tego przewodu, czyli napięciem

$$U_l = \int_{C_l} \boldsymbol{E}_{st.l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}\,. \tag{11}$$

Zgodnie ze wzorem (6) natężenie indukowanego pola elektrycznego w l – tym przewodzie można przedstawić jako sumę natężenia pola elektrycznego indukowanego przez prąd I_l w l – tym przewodzie oraz natężenia pola elektrycznego indukowanego przez prąd $I_{k\neq l}$ w k – tym przewodzie. Wtedy ze wzoru (10) otrzymuje się następujące równanie

$$U_l = \frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}_{l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_l} I_l - \frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}_{ind.ll}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_l} I_l + \frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}_{ind.lk\neq l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_{k\neq l}} I_{k\neq l}\,. \tag{12}$$

Iloraz wartości zespolonej napięcia wzdłuż linii C_l znajdującej się na powierzchni l – tego przewodu przez wartość zespoloną prądu I_l w tym przewodzie, występujący w pierwszym składniku sumy prawej strony równania (12), jest ([12], wzór (8.75), s. 167) ***impedancją wewnętrzną przewodu***

$$Z_{wew.l} = \frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}_{l}^{(1)}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_l}\,. \tag{13}$$

W drugim składniku sumy prawej strony równania (12) iloraz siły elektromotorycznej indukowanej przez prąd I_l wzdłuż linii C_l pomnożony przez -1 do wartości zespolonej prądu I_l jest ([12], wzór (8.76), s. 168) ***impedancją zewnętrzną przewodu***

$$Z_{zew.l} = -\frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}^{(1)}_{ind.ll}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_l}. \tag{14}$$

W trzecim składniku sumy prawej strony równania (12) iloraz siły elektromotorycznej indukowanej przez prąd $I_{k\neq l}$ wzdłuż linii C_l pomnożony przez -1 do wartości zespolonej prądu $I_{k\neq l}$ jest ([12], wzór (8.76), s. 168) ***impedancją wzajemną*** między l – tym a k – tym przewodem

$$Z_{lk} = -\frac{\int_{C_l} \boldsymbol{E}^{(1)}_{ind.lk\neq l}(X)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}{I_{k\neq l}} \tag{15}$$

Po wprowadzeniu powyższych impedancji z równania (12) otrzymuje się napięcie l – tego przewodu

$$U_l = Z_{wew.l} I_l + Z_{zew.l} I_l + Z_{lk} I_{k\neq l} = Z_{ll} I_l + Z_{lk} I_{k\neq l} \tag{16}$$

gdzie ***impedancja własna*** l – tego przewodu $Z_{ll} = Z_{wew.l} + Z_{zew.l}$.

Dla układu przewodów przedstawionego na rys.1 natężenia pól elektrycznych nie zależą od zmiennej z kartezjańskiego układu współrzędnych i wtedy zgodnie ze wzorem (2) równanie (16) można wyrazić przez napięcie i odpowiednie impedancje na jednostkę długości l – tego przewodu

$$\mathcal{U}_l = \mathcal{Z}_{wew.l} I_l + \mathcal{Z}_{zew.l} I_l + \mathcal{Z}_{lk} I_{k\neq l}. \tag{17}$$

Impedancję wewnętrzną na jednostkę długości przewodu dwuwarstwowego (rys.1) wyznacza się z wektorowego równania Helmholtza, otrzymując [3, 5]

$$\mathcal{Z}_{wew.l} = C_2\, \mathcal{J}_0(\beta_2 R_2) + C_3\, \mathcal{N}_0(\beta_2 R_2), \tag{18}$$

gdzie funkcje $\mathcal{J}_0(\beta_2 R_2)$ i $\mathcal{N}_0(\beta_2 R_2)$ są funkcjami Bessela rzędu zerowego odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, zaś stałe we wzorze (17) wyznacza się z układu równań

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J}_0(\beta_1 R_1) & -\mathcal{J}_0(\beta_2 R_1) & -\mathcal{N}_0(\beta_2 R_1) \\ -\frac{\gamma_1}{\beta_1}\mathcal{J}_0'(\beta_1 R_1) & \frac{\gamma_2}{\beta_2}\mathcal{J}_0'(\beta_2 R_1) & \frac{\gamma_2}{\beta_2}\mathcal{N}_0'(\beta_2 R_1) \\ 0 & \frac{\gamma_2}{\beta_2}\mathcal{J}_0'(\beta_2 R_2) & \frac{\gamma_2}{\beta_2}\mathcal{N}_0'(\beta_2 R_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2\pi R_2} \end{bmatrix}. \tag{18a}$$

Impedancję zewnętrzną na jednostkę długości przewodu wyznacza się ze wzoru (14) i wzoru (6), z których dla przewodu prostoliniowego otrzymuje się

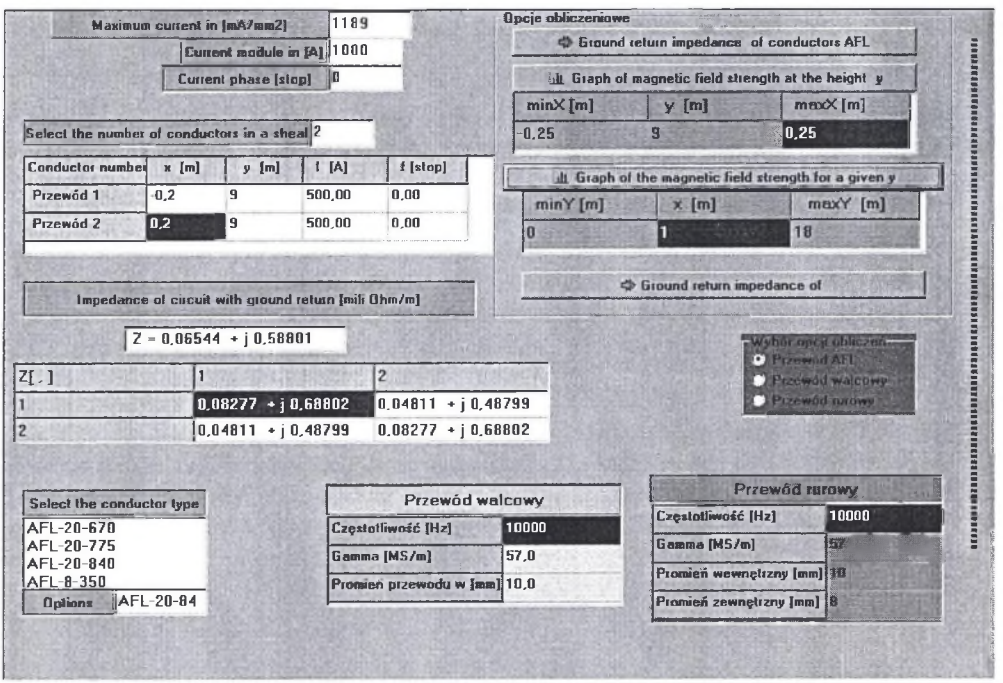
$$\mathcal{Z}_{zew.l} = \frac{E^{(1)}_{ind.ll}(x_l, y_l - R_2)\big|_{k=l}}{I_l} = \frac{\varpi\mu_0}{\pi}\left[Q(2\alpha\, y_l, 0) + \frac{\mathrm{j}}{2}\ln\frac{2y_l}{R_2}\right]. \tag{19}$$

Impedancję wzajemną na jednostkę długości przewodu wyznacza się ze wzorów (15) i (6), z których dla przewodów prostoliniowych otrzymuje się

$$\mathcal{Z}_{lk} = \frac{E^{(1)}_{ind\,lk\neq l}(x_l, y_l - R_2)\big|_{k\neq l}}{I_k} = \frac{\varpi\mu_0}{\pi}\left[Q[\alpha(y_l + y_k), \alpha(x_l - x_k)] + \frac{\mathrm{j}}{4}\ln\frac{(x_l - x_k)^2 + (y_l + y_k)^2}{(x_l - x_k)^2 + (y_l - y_k)^2}\right]_{k\neq l} \tag{20}$$

4. ZAKOŃCZENIE

Do wyznaczania impedancji własnych i wzajemnych układu dwóch przewodów nad ziemią opracowano projekt w Delphi – rys.3. Do obliczeń numerycznych wybrano kilka typów przewodu dwuwarstwowego, przyjmując: $y_1 = y_2 = 9$ m, odległość między przewodami $d = x_2 - x_1 = 0{,}4$ m ($x_1 = 0{,}2$ m, $x_2 = -0{,}2$ m). Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1.



Rys. 3. Formularz symulatora cyfrowego do wyznaczania impedancji własnych i wzajemnych dwóch przewodów nad ziemią

Fig. 3. Form of a numerical simulator for determination of self and mutual impedances of two overhead conductors

Tabela 1

Impedancja własna i wzajemna dwóch przewodów nad ziemią

	Typ przewodu	Impedancja własna $\mathcal{Z}_{11}$ w mΩ·m^{-1}	Impedancja wzajemna $\mathcal{Z}_{12}$ w mΩ·m^{-1}
1	AFL – 20 - 670	0,09138 + j 0,69538	0,04811 + j 0,48799
2	AFL – 20 - 840	0,08277 + j 0,68802	0,04811 + j 0,48799
3	AFL – 8 - 350	0,12790 + j 0,71284	0,04811 + j 0,48799
4	AFL – 8 – 525 *linia 400 kV*	0,10324 + j 0,70055	0,04811 + j 0,48799
5	AFL – 6 - 25	1,18202 + j 0,82821	0,04811 + j 0,48799
6	AFL – 6 - 240	0,16784 + j 0,72498	0,04811 + j 0,48799
7	AFL – 1,7 – 50 *linka odgromowa*	0,61617 + j 0,78822	0,04811 + j 0,48799

Przedstawioną w pracy metodę obliczania impedancji linii dwuprzewodowej nad ziemią można stosować również dla jednorodnych przewodów walcowych i rurowych. Wtedy należy tylko odpowiednio wyznaczyć impedancję wewnętrzną $\mathcal{Z}_{wew.}$ na jednostkę długości przewodu, tzn. dla przewodu walcowego wykorzystać wzór (11.1.34), p.216 z pracy [6], zaś dla przewodu rurowego wzór (1.112), p.42 z pracy [11]. Wtedy też można porównać otrzymane wyniki z wynikami otrzymanymi na podstawie wzorów i metod obliczeniowych podanych w [11, 13, 14]. Do obliczeń numerycznych przyjęto: $R = 0{,}01$ m, $y_k = 10$ m, $f = 10^4$ Hz, konduktywność gruntu $\gamma_g = 10^{-2}$ S·m^{-1}, konduktywność przewodów $\gamma_{Cu} = 5{,}7\cdot 10^7$ S·m^{-1}, $d = 1$ m. Otrzymano następujące wyniki:

$$Z_{11} = 7{,}95826 + j113{,}86517 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$$

$$Z_{12} = 7{,}52409 + j55{,}57705 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$$

Wartości tych impedancji obliczone w dostępnej literaturze są następujące:

Krakowski ([11], p. 69, Eq. (3.19)) : $Z_{11} = 7{,}583 + j113{,}6 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

Krakowski ([11], p. 72, Eq. (3.26)) : $Z_{12} = 7{,}582 + j55{,}77 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

Mayer – Ulrych ([13], p. 327) : $Z_{11} = 6{,}621 + j117{,}6 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

Mayer – Ulrych ([13], p. 329) : $Z_{12} = 1{,}120 + j56{,}45 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

Piątek ([14], p. 103) : $Z_{11} = 8{,}558 + j113{,}9 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

Piątek ([14], p. 105) : $Z_{12} = 5{,}901 + j54{,}50 \ [\mathrm{m\Omega\cdot m^{-1}}]$

LITERATURA

1. Baron B., Marcol A., Pawlikowski S.: *Metody numeryczne w Delphi 4*. Helion, Gliwice 1999.
2. Baron B., Piątek Z., Kolańska J., Kaleta K.: *Magnetic field of an overhead conductor*. XXIV SPETO'2001, Gliwice – Ustroń 2001, pp. 121-124.
3. Baron B., Piątek Z., Kaleta K., Sołtysik M.: *Impedance of a circuit with grond return for a two-layer overhead conductor*. XXIV SPETO'2001, Gliwice – Ustroń 2001, pp. 125-129.

4. Baron B., Piątek Z., Kolańska J.: *Magnetic field of a circuits with ground retorn of overhead double wire transmission line*. AMTEE'2001, Plzeň, Czech Republic 2001.
5. Baron B., Piątek Z., Umińska–Bortliczek M.: *Symulacja komputerowa pola elektromagnetycznego w przewodach o symetrii obrotowej*. V ZKwE, Poznań –Kiekrz 2000, ss. 613-616.
6. Dědek L., Dědkowa J.: *Elektromagnetismus*. VUTIUM, Brno 1998.
7. Déri A., Tevan G.: *Mathematical verification of Dubanton's simplified calculation of overhead transkission line parametrs and its phisical interpretation*. Arcg. f. El. 63 1981.
8. Konrad A.: *Integrodifferential Finite Element Formulation of Two-Dimensional Steady-State Skin Effect Problems*. IEEE Trans. on Magn., Vol. MAG-18, No 1, January 1982, pp. 284-292.
9. Konrad A.: *The Numerical Solution of Steady-State Skin Effect Problems - An Integrodifferential Approach*. IEEE Trans. on Magn., Vol. MAG-17, No 1, January 1981, pp. 1148-1152.
10. Kowalczyk D.: *Mathematica*. Wyd. Lynx-SFT,Warszawa 1997.
11. Krakowski M.: *Obwody ziemnopowrotne*. WNT, Warszawa 1979.
12. Krakowski M.: *Elektrotechnika teoretyczna. Tom 2. Pole elektromagnetyczne*. WN PWN, Warszawa 1995.
13. Mayer D., Ulrych B.: *Solving the problem of overhead transimission line with ground return*. Acta Techn. CSAV 39 1994, pp. 319-333.
14. Piątek Z.: *Impedance of overhead transmission line with ground return*. Acta Techn. CSAV 43 1998, pp. 95-107.

Wpłynęło do Redakcji dnia 5 stycznia 2002 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ryszard Nawrowski

Abstract

In a system consisting of a double wire overhead transmission line (Fig.1) with two-layer conductors (Fig. 2) the vector magnetic potential is defined by the formula (3), while the induced electric field strength by the relationship (6). Function $Q(p,q)$, formula (6a), after appropriate transformation of the calculations (7), is presented as a Laplace transform (9a), itself presented in the form of formulae (9a) and (9b).

The static electric field determines the total voltage (11) in the considered conductor, and it is a sum (12) of the voltage drop across the internal impedance of the conductor (13), of the external impedance (14) and of the mutual impedance (15), or it can also be a sum (16) of the voltage drops across the self and mutual impedance.

The internal impedance of the conductor is determined from the equations (18) and (18a), the external impedance from the formula (19) and the mutual impedance from the formula (20).

A project elaborated in Delphi (Fig.3) enables the calculation of those impedances for any type of conductors (Table 1).