

Stanisław KOWALIK

Katedra Organizacji i Ekonomiki Górnictwa  
Politechniki Śląskiej

## OKREŚLANIE OBSZARÓW NIEBEZPIECZNYCH NA PODSTAWIE DECYZJI ZESPOŁU DORADCÓW

**Streszczenie.** Praca dotyczy wyboru obszaru optymalnego na podstawie zbioru  $m$  decyzji podanych przez doradców. Decyzje  $n$ -wymiarowe albo przestrzenne wyznaczają obszary, które są kulami w przestrzeni  $n$ -wymiarowej. W pracy wprowadzono pojęcie bliskości dwóch obszarów  $n$ -wymiarowych oraz bliskości obszaru od zbioru obszarów sobie bliskich. Obszary nie bliskie są eliminowane. System wspomagania decyzji został opracowany w języku programowania TURBO BASIC i uruchomiony na komputerze IMB PC.

### DEFINING OF DANGER AREAS ON THE BASIS OF DECISIONS MADE BY EXPERTS

**Summary.** The paper deals with the selection of an optimal area on the basis of  $m$  set of decisions suggested by experts.  $N$ -dimensional or spacial decisions define the areas, which are spheres in  $n$ -dimensional space. The paper introduces a notion of proximity of two  $n$ -dimensional areas and proximity of an area from the set of areas close to each other. Areas which are not close are eliminated. The system of decision aiding has been worked out in TURBO BASIC language and put into the computer IMB PC.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПАСНЫХ РАЙОНОВ НА ОСНОВАНИИ РЕШЕНИЙ ГРУППЫ СОВЕТНИКОВ

**Резюме.** Работа касается выбора оптимального района на основании множества  $m$ -решений, предлагаемых советниками.  $N$ -мерные или пространственные решения определяют районы, которые являются шарами в  $n$ -мерном пространстве. В работе вводится понятие близости двух  $n$ -мерных районов, а также близости района от множества районов близких друг другу. Не-близкие районы устраняются. Вспомогательная система решений разработана на языке программирования TURBO BASIC производится с помощью компьютера IBM PC.

## WSTĘP

Praca dotyczy określania obszarów niebezpiecznych występujących pod ziemią w kopalni, a związanych z takimi zjawiskami jak wstrząsy podziemne, pożary, obszary zadymione itp. Do określenia obszaru niebezpiecznego wykorzystuje się opinie doradców w postaci tzw. decyzji. Decyzje i obszary będą miały charakter przestrzenny. W kopalni mogą to być obszary najwyżej trójwymiarowe, jako że żyjemy w przestrzeni trójwymiarowej. Na powierzchni stykamy się z obszarami dwuwymiarowymi, tj. płaskimi, ewentualnie z liniowymi. Aby ujednoczyć i uogólnić nasze rozważania, będziemy zajmowali się decyzjami i obszarami  $n$ -wymiarowymi. Doradcą na ogół będzie człowiek, który podaje swoją decyzję, określając w ten sposób obszar niebezpieczny. Obszar taki może być wyznaczany np. stężeniem gazu, wielkością niebezpiecznego promieniowania, ilością tlenu w powietrzu itp. Przykładowo, aby określić obszar niebezpieczny związany ze wstrząsem górniczym w kopalni, należy określić epicentrum wstrząsu oraz zasięg działania. Innymi słowy, należy podać trzy współrzędne środka i promień rażenia. Jako doradcę możemy potraktować też urządzenie lub zespół czujników, na podstawie których możemy określić te liczby. Za doradcę możemy także uważać połączenie człowieka i urządzenia, tj. człowiek podaje swoją decyzję, wykorzystując pomiary jakiegoś urządzenia [1], [2], [3], [4]. Dla opracowanego systemu nie jest ważne, kto jest doradcą, natomiast jest wymagane, aby systemowi udostępniono zbiór potrzebnych danych wejściowych. Będziemy w dobrej sytuacji, gdy wszyscy doradcy wydadzą podobne decyzje, co świadczy o tym, że doradcy są zgodni co do oceny. Może się też zdarzyć, że obszary niebezpieczne określone przez decyzje niektórych doradców zbyt różnią się od pozostałych. Takie decyzje, a zarazem i obszary nie będą brane pod uwagę w dalszych rozważaniach. Zostaną automatycznie wyeliminowane przez system. W związku z tym wprowadzono pojęcie bliskości dwóch obszarów.

W pracy zdefiniowano też pojęcie bliskości obszaru od zbioru obszarów sobie bliskich. Spośród wszystkich obszarów określonych przez doradców znajdujemy jest najliczniejszy podzbiór obszarów wzajemnie bliskich. Na podstawie tego podzbioru określa się tzw. optymalny obszar niebezpieczny. Odpowiedni program realizujący to zadanie został napisany w języku TURBO BASIC i uruchomiony na komputerze IBM PC.

## 2. OKREŚLENIE OBSZARÓW I DECYZJI n-WYMIAROWYCH

Praca ta dotyczy decyzji wymiernych albo mierzalnych, tj. takich, które mogą być przedstawione w postaci liczbowej. Przez podanie decyzji n-wymiarowej będziemy rozumieli określenie środka obszaru przestrzeni n-wymiarowej oraz tolerancji  $r$  interpretowanej jako promień kuli n-wymiarowej. Współrzędne i-tej decyzji będziemy oznaczali przez  $x_{i1}, \dots, x_{in}, r_i$ . Obszarem wyznaczonym przez tę decyzję będzie kula  $K_i$  o środku w punkcie  $S_i$  o współrzędnych  $x_{i1}, \dots, x_{in}$  i promieniu  $r_i$ . Jakie to ma zastosowanie? Na przykład przy lokalizacji centrum pożaru w kopalni na określonej głębokości albo przy określeniu epicentrum wstrząsu podziemnego w kopalni. Są to decyzje trójwymiarowe. Jest to ważne ze względu na bezpieczeństwo górników pracujących na dole w kopalni. Inny przykład decyzji dwuwymiarowej to lokalizacja miejsca wiercenia przy poszukiwaniu ropy naftowej.

Podanie decyzji  $D_i$  jest równoznaczne z określeniem kuli  $K_i$ . Promień  $r_i$  określa nam wielkość obszaru niebezpiecznego. W zagadnieniach, gdzie interesuje nas wyznaczenie środka obszaru niebezpiecznego na podstawie różnych decyzji  $D_i$ , promień  $r_i$  możemy interpretować jako dopuszczalną tolerancję albo dopuszczalny błąd przy określaniu środka.

Wprowadzimy teraz formalne oznaczenia dla różnych wielkości występujących w tym opracowaniu:

- $m$  - ilość decyzji, obszarów,
- $n$  - wymiar przestrzeni, ilość współrzędnych decyzji,
- $i$  - numer decyzji, obszaru ( $i = 1, \dots, m$ ),
- $j$  - numer współrzędnej decyzji ( $j = 1, \dots, m$ ),
- $D_i$  - i-ta decyzja,
- $K_i$  - i-ty obszar (kula) określony przez i-tą decyzję,
- $S_i$  - środek i-tej kuli,
- $r_i$  - promień i-tej kuli,
- $x_{ij}$  - wartość j-tej współrzędnej i-tej decyzji  
(j-ta współrzędna środka i-tego obszaru).

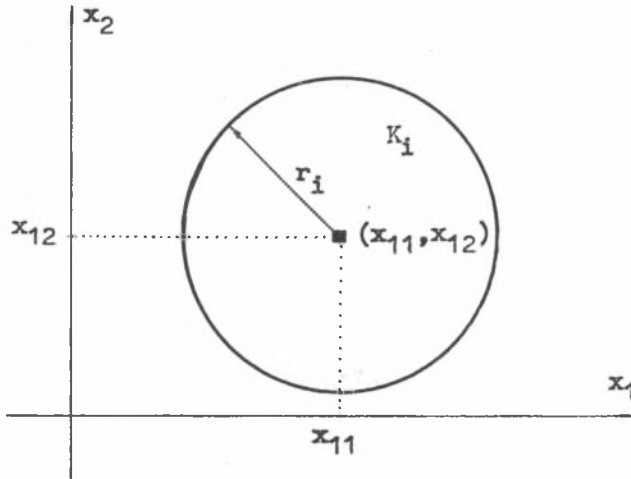
## Definicja 1

Obszarem wyznaczonym przez decyzję  $D_i$  w przestrzeni n-wymiarowej nazywamy kulę  $K_i$  o środku w punkcie  $S_i$  i promieniu  $r_i$ , gdzie:

$$S_i = (x_{i1}, \dots, x_{in}) \quad (1)$$

Ponieważ wygodniej jest ilustrować omawiane pojęcia na płaszczyźnie niż w przestrzeni, będziemy rysunki przedstawiali w dwóch wymiarach ( $n = 2$ ).

Na rysunku 1 przedstawiono graficzną interpretację obszaru  $K_1$ .



Rys. 1. Graficzne przedstawienie obszaru  $K_1$   
Fig. 1. Graphical presentation of the area  $K_1$

### 3. DEFINICJA BLISKOŚCI DWÓCH OBSZARÓW ORAZ BLISKOŚCI OBSZARU DO ZBIORU OBSZARÓW SOBIE BLISKICH

#### Definicja 2

Dwa obszary  $K_i$  i  $K_k$  są bliskie, gdy zachodzi warunek:

$$\forall x_{1j} \in K_k \wedge x_{kj} \in K_i \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2)$$

Wzór (2) możemy zapisać w prostszej postaci:

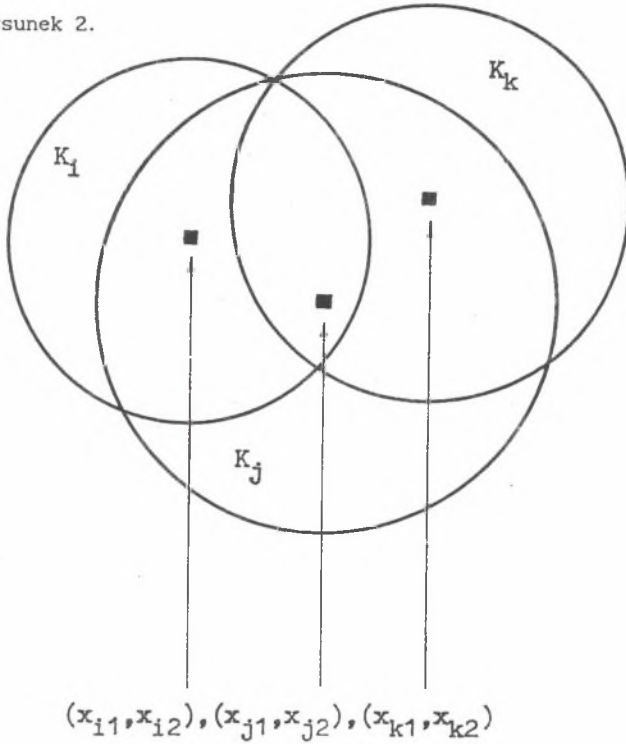
$$S_i \in K_k \wedge S_k \in K_i \quad (3)$$

Wzorując się na pojęciu bliskości obszarów, możemy także mówić o bliskości decyzji. Dwie decyzje będą bliskie, gdy zachodzi wzór (2). Należy zauważyć, że warunek bliskości nie jest przechodni, tzn. że jeżeli obszary  $K_1$  i  $K_j$

są bliskie oraz obszary  $K_j$  i  $K_k$  też są bliskie, to z tego nie wynika, że obszary  $K_i$  i  $K_k$  są bliskie:

$$(K_i \text{ bliskie } K_j) \wedge (K_j \text{ bliskie } K_k) \text{ nie wynika, że } (K_i \text{ bliskie } K_k) \quad (4)$$

Ilustruje to rysunek 2.



Rys. 2. Graficzne przedstawienie nieprzechodniości relacji bliskości obszarów  
Fig. 2. Graphical presentation of nontransitiveness of the relation  
of areas proximity

Zbiór  $m$  obszarów zaproponowanych przez doradców zostanie przez relację bliskości podzielony na wiele grup. W najgorszym przypadku będzie to grupa, w której nie ma obszarów bliskich. W najlepszym przypadku, gdy decyzje wszystkich doradców są prawie takie same, to otrzymamy jedną grupę, w której wszystkie  $m$  obszarów będą sobie bliskie.

Dla wygody zapisu zdefiniujemy jeszcze bliskość obszaru ze zbiorem obszarów sobie bliskich.

### Definicja 3

Obszar  $D$  jest bliski ze zbiorem  $A = \{K_1, \dots, K_k\}$  obszarów bliskich, jeżeli jest on bliski z każdym obszarem zbioru  $A$ .

$$D \text{ bliskie } A \Leftrightarrow \forall D \text{ bliskie } K_i \quad (i = 1, \dots, k) \quad (5)$$

Relację bliskości na schematach blokowych będziemy zaznaczać skrótowo symbolem ".bl.".

### 4. ZNAJDYWANIE NAJLICZNIEJSZEGO ZBIORU OBSZARÓW BLISKICH

Rysunek 3 ilustruje obszary, wśród których można rozróżnić następujące grupy:

- $\{K_6\}$  - jeden obszar, który nie jest bliski żadnemu pozostałemu,
- $\{K_1, K_4\}, \{K_3, K_5\}$  - grupa obszarów parami bliskich,
- $\{K_1, K_2, K_3\}$  - grupa obszarów trójkami bliskich.

Naszym zadaniem będzie znaleźć spośród zbioru obszarów  $\{K_1, \dots, K_m\}$  najliczniejszy podzbiór obszarów NPOB (najliczniejszy podzbiór obszarów bliskich), w którym każdy obszar z każdym będą bliskie względem siebie. Dla sześciu obszarów z rysunku 3 tym podzbiorem będzie  $\{K_1, K_2, K_3\}$  jako trójelementowy.

Pokażemy teraz, jak znajdujemy podzbiór NPOB.

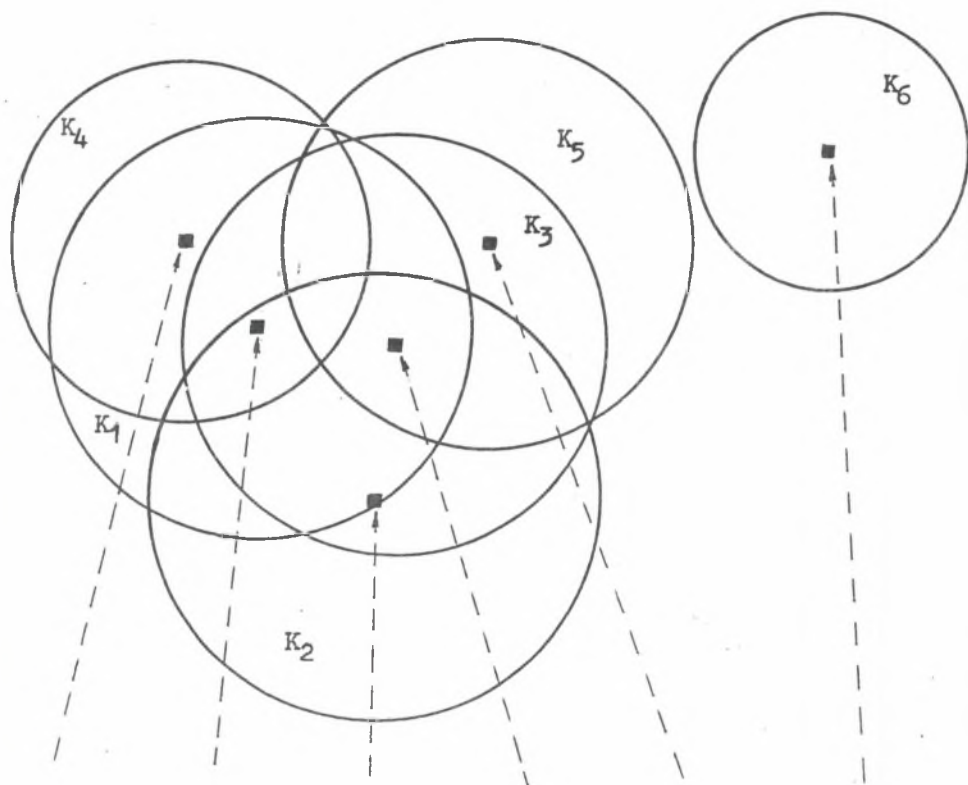
- a) Najpierw sprawdzamy, czy obszar  $K_1$  jest bliski  $K_2$ .
- b) Jeżeli tak, to sprawdzamy, czy obszar  $K_3$  jest bliski  $K_1$  i  $K_2$ .
- c) Jeżeli nie, to sprawdzamy, czy obszar  $K_3$  jest bliski  $K_1$ .
- d) W przypadku znalezienia obszarów bliskich zapamiętujemy numery tych obszarów i liczebność podzbioru NPOB.
- e) Sprawdzamy, czy obszar  $K_4$  jest bliski z każdym obszarem znajdującym się w podzbiorze NPOB.

To postępowanie kontynuujemy aż do sprawdzenia ostatniego obszaru  $K_m$ . W międzyczasie liczebność podzbioru NPOB mogła wzrosnąć. Nie oznacza to jeszcze, że znaleźliśmy największy podzbiór, ponieważ w naszych poszukiwaniach braliśmy pod uwagę cały czas obszar  $K_1$ . Może być inny podzbiór liczniejszy od dotychczas znalezionej nie zawierający obszaru  $K_1$ .

Postępowanie nasze kontynuujemy dalej: szukamy nowego zbioru NPOB powtarzając czynności wymienione w punktach a), b), c), d), e), ale rozpoczynając od obszaru  $K_2$ , tj.:

Sprawdzamy, czy obszar  $K_m$  jest bliższy  $K_3$  itd.

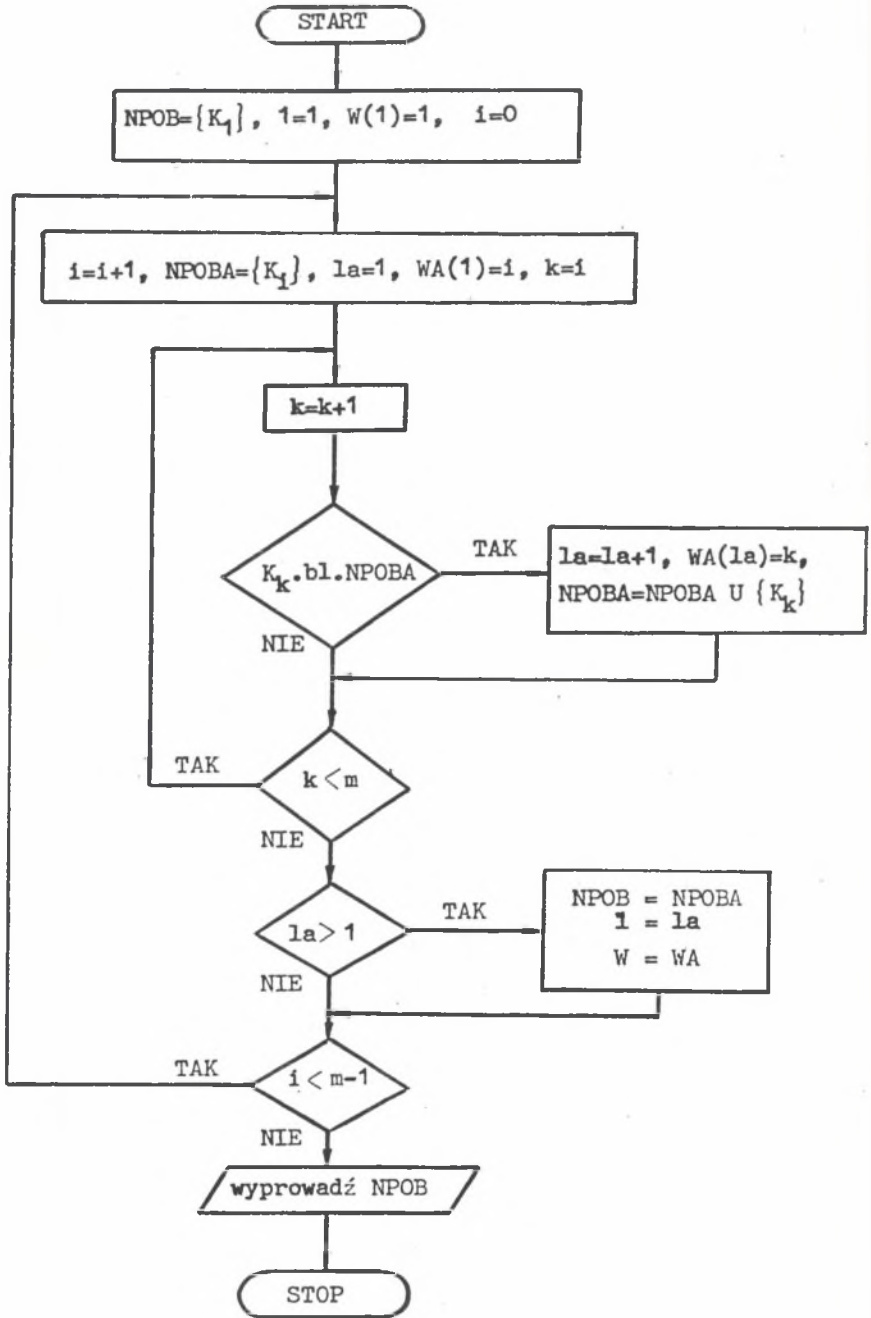
Po dojściu do obszaru  $K_m$  sprawdzamy, który zbiór NPOB jest liczniejszy: stary czy nowy. Zapamiętujemy liczniejszy.



$(x_{41}, x_{42}), (x_{11}, x_{12}), (x_{21}, x_{22}), (x_{31}, x_{32}), (x_{51}, x_{52}), (x_{61}, x_{62})$

Rys. 3. Podział obszarów na grupy

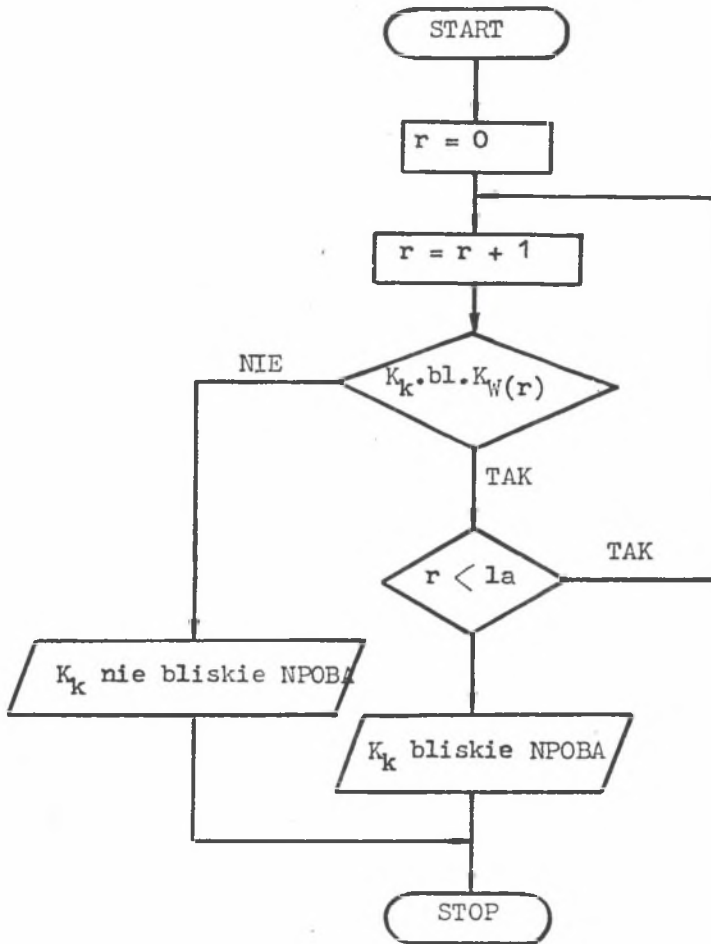
Fig. 3. Division of the areas into groups



Rys. 4. Schemat blokowy wyznaczania zbioru NPOB

Fig. 4. Block diagram of NPOB set determination





Rys. 5. Schemat blokowy określania bliskości obszaru od zbioru obszarów  
 Fig. 5. Block diagram of describing the area proximity from the areas set

Następnie będziemy poszukiwać zbioru NPDB spośród obszarów:

$K_3, \dots, K_m$

$K_4, \dots, K_m$

⋮

$K_{m-1}, K_m$

Ta metoda postępowania zapewni nam znalezienie zbioru najliczniejszego NPOB spośród obszarów  $K_1, \dots, K_m$ .

Bardziej szczegółowo ta metoda jest przedstawiona na schemacie blokowym (rys. 4). Na schemacie tym wprowadzono dodatkowe pomocnicze oznaczenia, mianowicie:

- NPOBA - jest to aktualny albo roboczy odpowiednik zbioru końcowego NPOB,
- W - wektor wskaźników obszarów należących do NPOB,
- WA - wektor wskaźników obszarów należących do NPOBA,
- l - liczebność zbioru NPOB,
- la - liczebność zbioru NPOBA.

Pokażemy jeszcze na schemacie blokowym (rys. 5) w sposób bardziej dokładny, na czym polega badanie, czy obszar  $K_k$  jest bliski zbiorowi NPOBA obszarów sobie bliskich.

## 5. OKREŚLENIE OPTYMALNYCH OBSZARÓW NIEBEZPIECZNYCH

Mając wyznaczony najliczniejszy podzbiór obszarów bliskich NPOB, będziemy określać obszar optymalny. Przyjmujemy zasadę, że obszar optymalny będziemy wyznaczać tylko w przypadku, gdy liczebność podzbioru NPOB jest większa od  $m/2$ , tj.:

$$l > m/2 \quad (6)$$

Oznacza to, że ponad 50% decyzji podanych przez doradców musi być bliskich. W przeciwnym wypadku uważamy, że decyzje doradców są rozbieżne. Należy z doradcami ponownie przedyskutować kryteria podejmowania decyzji i uściślić je, aby nie było dużo decyzji zbyt różniących się. Doradcy muszą ponownie podać swoje decyzje zmodyfikowane oraz ponownie należy wykonać obliczenia. W przypadku gdy powyższy warunek jest spełniony, jako wartość współrzędnych środka obszaru optymalnego przyjmujemy średnie arytmetyczne współrzędnych środków (obszarów) należących do podzbioru NPOB, mianowicie:

$$x_{opt_j} = (1/l) \sum_{k=1}^l x_{W(k), j} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (7)$$

Przy określaniu obszaru niebezpiecznego dla tak wyznaczonego optymalnego środka przyjmujemy trzy warianty zależne od interpretacji i potrzeby użytkownika.

**a) Minimalny obszar niebezpieczny**

Wyznaczamy go jako kulę o środku określonym wzorem (7) i najmniejszym promieniu spośród obszarów należących do zbioru NPOB:

$$r_{\text{opt}} = \min_k r_{W(k)} \quad (k = 1, \dots, l) \quad (8)$$

**b) Maksymalny obszar niebezpieczny**

Wyznaczamy go jako kulę o środku określonym wzorem (7) i największym promieniu spośród obszarów należących do zbioru NPOB:

$$r_{\text{opt}} = \max_k r_{W(k)} \quad (k = 1, \dots, l) \quad (9)$$

**c) Średni obszar niebezpieczny**

Wyznaczamy go jako kulę o środku określonym wzorem (7) i średnim promieniu spośród obszarów należących do zbioru NPOB:

$$r_{\text{opt}} = (1/l) \sum_{k=1}^l r_{W(k)} \quad (10)$$

Zastanowimy się teraz nad jednoznacznością znalezienia podzbioru NPOB. Może się zdarzyć, że zbiór obszarów doradców  $\{K_1, \dots, K_m\}$  będzie zawierał kilka takich równolicznych podzbiorów. Na przykład na rys. 2 mamy dwie pary obszarów bliskich  $\{K_1, K_2\}$ ,  $\{K_2, K_3\}$ . Gdy liczebność każdego z nich będzie mniejsza lub równa od  $m/2$ , to obszaru optymalnego nie wyznaczamy. Uważamy, że decyzje doradców są zbyt rozbieżne. W przypadku gdy będzie  $r$  takich podzbiorów o liczebności większej od  $m/2$ , to tworzymy iloczyn mnogościowy  $r$  zbiorów wskaźników tych  $r$  równolicznych podzbiorów. Ostateczny zbiór NPOB będzie zawierał kule o numerach ze znalezionej iloczynu mnogościowego zbiorów wskaźników. Następnie sprawdzamy, czy liczebność otrzymanego iloczynu podzbiorów stanowi ponad 50% liczby  $m$ . Jeżeli tak, to obliczamy współrzędne  $x_{\text{opt}}$  środka obszaru niebezpiecznego oraz promień  $r_{\text{opt}}$  tak, jak to powyżej zostało podane dla jednego podzbioru NPOB. Jeżeli liczebność znalezionej iloczynu podzbiorów jest mniejsza lub równa niż  $m/2$ , to obszar optymalny nie będzie wyznaczony, a doradcy będą musieli skorygować swoje decyzje.

## 6. ZAKOŃCZENIE

System wspomagania decyzji zaprezentowany w tym opracowaniu można wykorzystywać do ustalania interesujących nas obszarów. Wykorzystuje się tu pewne przesłanki czy sugestie pochodzące z różnych źródeł informacji. Te źródła traktuje się jako doradców. Metodę zaprezentowaną tutaj można określić jako wymagającą od doradców rzetelnej oceny sytuacji przy podejmowaniu decyzji. Obszar optymalny będzie określony przez system jedynie wtedy, gdy ponad 50% decyzji doradców będzie bliskich. Z punktu widzenia matematycznego zwiększenie liczby decyzji bliskich można osiągnąć poprzez:

- a) zmniejszenie wariancji poszczególnych współrzędnych decyzji.
- b) zwiększenie promieni  $r_i$  dla poszczególnych obszarów.

## LITERATURA

- [1] Beer S.: Cybernetyka a zarządzanie. PWN, Warszawa 1966.
- [2] Hagemeyer W., Hellwig Z., Przelaskowski W., Vielrose E.: Zagadnienia matematyki stosowanej w ekonomii. Zakład im. Ossolińskich, Wrocław 1966.
- [3] Kantorowicz L., Gorstko A.: Optymalne decyzje ekonomiczne. PWE, Warszawa 1976.
- [4] Kryński H., Badach A.: Zastosowanie matematyki do podejmowania decyzji ekonomicznych. PWE, Warszawa 1976.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Janusz SZOPA

Wpłynęło do Redakcji w maju 1992 r.

## A b s t r a c t

The paper deals with the selection of an optimal area on the basis of  $m$  set areas  $\{K_1, \dots, K_m\}$  suggested by experts.  $N$ -dimensional or spacial decisions define the areas which are spheres in  $n$ -dimensional space, E.g., it is necessary to find out an epicentre of a tremor in a coal mine. Three coordinates of the tremor place and radius of shock are required to it. This area is the sphere in three-dimensional space.

Coordinates  $x_{i1}, \dots, x_{in}, r_i$  of decision  $D_i$  define the danger area  $K_1$ . It is a sphere of centre  $S_i$  of coordinates  $x_{i1}, \dots, x_{in}$  and of radius  $r_i$ . This sphere is in  $n$ -dimensional space.

The paper defines a notion of area proximity from the set of areas close to each other. Also a notion of proximity of two  $n$ -dimensional areas is introduced.

Among the elements of the set  $\{K_1, \dots, K_m\}$ , the most numerous subset of the areas close to each other is found. Areas which are not close are eliminated. On the basis of this subset, an optimal area its coordinate centre of sphere and radius. Enlarging the radius for the decision coordinates causes that the number of areas and decisions close to each other increases.

The system of decision aiding has been worked out in TURBO Basic language and put into the computer IBM PC.

Figures illustrating  $n$ -dimensional areas and block diagrams of a computer program are enclosed.

The system of decision aiding presented here may be applied in coal mines to determine dangerous places. Such facts as smokiness in headings or underground tremors are considered here to determine the so called tolerances necessary for finding out a dangerous area.