

Krzysztof DĘBOWSKI, Marian PASKO

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej. Zakład Elektrotechniki i Informatyki

ZASTOSOWANIE UKŁADU SYMETRYZUJĄCEGO O UPROSZCZONEJ STRUKTURZE DO SYMETRYZACJI UKŁADU TRÓJFAZOWEGO CZTEROPRZEWODOWEGO ZASILANEGO Z NIEIDEALNEGO ŹRÓDŁA NAPIĘCIA OKRESOWEGO ODKSZTAŁCONEGO

Streszczenie. Artykuł stanowi kontynuację wcześniejszych prac autorów dotyczących możliwości minimalizacji wartości skutecznych prądów fazowych źródeł w układach trójfazowych. Problem symetryzacji rozpatrywany był w wielu pracach i artykułach, głównie dla układów trójfazowych. Artykuł stanowi uzupełnienie wcześniejszych prac w zakresie możliwości uproszczenia struktury układu symetryzującego. Prezentowany w artykule problem dotyczy układów trójfazowych czteroprzewodowych ze źródłami napięcia okresowego odkształconego o niezerowej impedancji wewnętrznej i asymetrycznymi liniowymi trójfazowymi odbiornikami. Symetryzacja układu osiągana jest poprzez włączenie układu symetryzującego złożonego z dwójników LC. Ich struktura wyznaczana jest jako rezultat odpowiedniego procesu syntezy. Po symetryzacji prądy źródła są symetryczne, maleją ich wartości skuteczne oraz straty mocy czynnej na impedancjach wewnętrznych źródła, a źródło wydaje większą moc czynną niż przed symetryzacją. Rozwiązanie prezentowanego problemu może być uzyskane za pomocą rozwiązania problemu optymalizacji lub za pomocą teorii składowych symetrycznych. W prezentowanym artykule problem symetryzacji został rozwiązany z wykorzystaniem teorii składowych symetrycznych i kompensacji mocy biernej dla każdej rozpatrywanej harmonicznej napięcia.

APPLICATION OF THE SYMMETRIZING SYSTEM WITH SIMPLIFIED STRUCTURE TO SYMMETRIZATION OF THE THREE-PHASE FOUR-WIRE SYSTEM SUPPLIED FROM NON-IDEAL PERIODIC NONSINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE

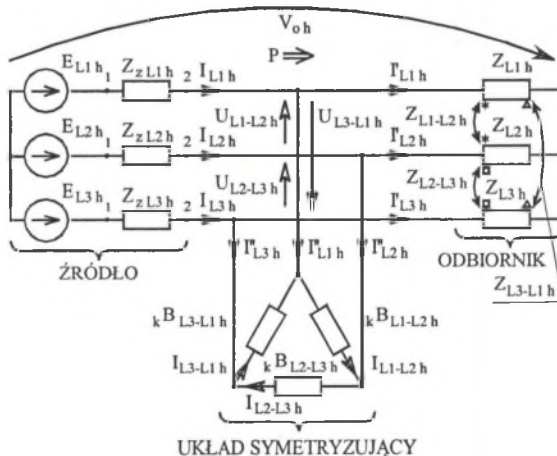
Summary. This paper is a continuation of the earlier authors' papers concerning the possibilities of minimization of the RMS value of phase currents in three-phases systems. The problem of symmetrization has been presented in many works and papers, mainly for three-phase systems. The paper fills the gap between earlier papers in the field of

simplification of the structure of the symmetrizing system. The problem presented in the paper concerns three-phase four-wire systems with periodical nonsinusoidal voltage sources with inner impedances and asymmetrical linear three-phase loads. Symmetrization of the system is obtained by means of connection of the symmetrizing system composed of LC one-ports. Their structure is determined as a result of the synthesis process. After symmetrization currents become symmetrical and their RMS values and active power losses in source impedances become lower, but the source generates active power greater than before symmetrization. The solution of the presented problem may be obtained by means of solving of the optimization problem or by means of symmetrical components theory. In this paper the symmetrization problem has been solved by using the symmetrical components theory and compensation of reactive power for each of voltage harmonics under consideration.

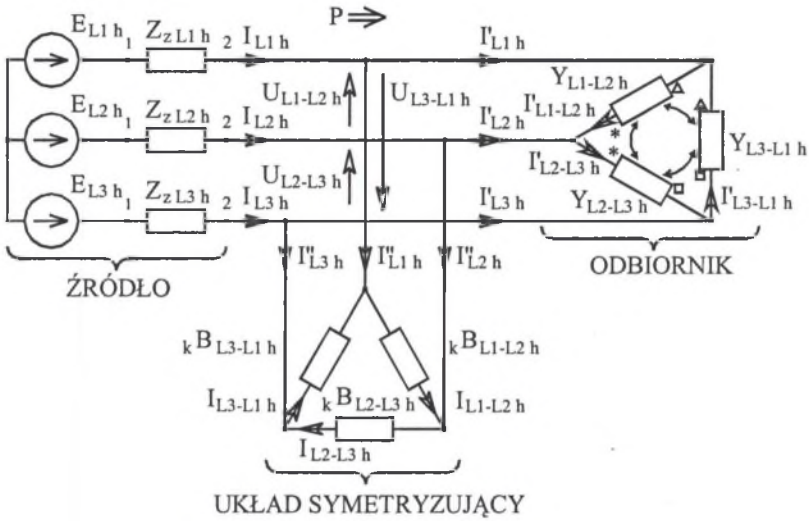
1. WPROWADZENIE

Prezentowane wcześniej prace [2,3,4] omawiały już zagadnienia symetryzacji układów dla przebiegów sinusoidalnych, jak również okresowych odkształconych [1,5,6,7], w tym również zasilanych ze źródeł o niezerowej impedancji wewnętrznej [6,7]. Artykuł stanowi kontynuację wcześniejszych prac autorów dotyczących problemów symetryzacji układów trój- i wielofazowych. Stanowi uzupełnienie wcześniejszych prac [6,7] w zakresie możliwości uproszczenia struktury układu symetryzującego. Symetryzację rozpatrywanego układu realizuje się poprzez dołączenie do niego dwójników symetryzujących LC, o odpowiednio dobranej strukturze. Problem symetryzacji został już przedstawiony i rozwiązany dla następujących układów [7]:

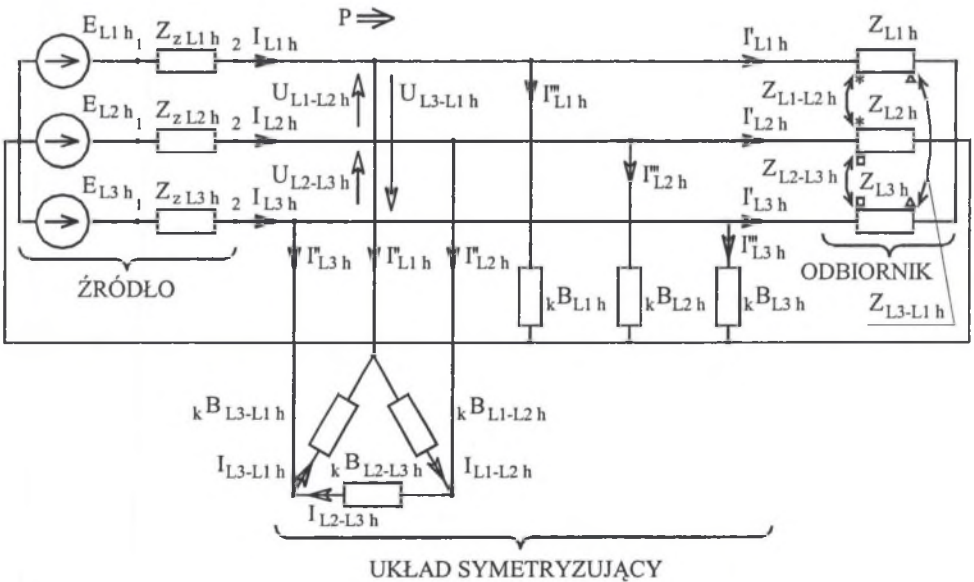
- 1) układy trójfazowe z idealnymi źródłami napięć okresowych odkształconych,
- 2) układy N-fazowe z idealnymi źródłami napięć okresowych odkształconych,
- 3) układy trójfazowe z nieidealnymi źródłami napięć okresowych odkształconych.



Rys. 1. Symetryzacja w układzie trójfazowym trójprzewodowym z odbiornikiem połączonym w gwiazdę
Fig. 1. The symmetrization of three-phase three-wire star connected load



Rys. 2. Symetryzacja w układzie trójfazowym trójprzewodowym z odbiornikiem połączonym w trójkąt
 Fig. 2. The symmetrization of three-phase three-wire delta connected load

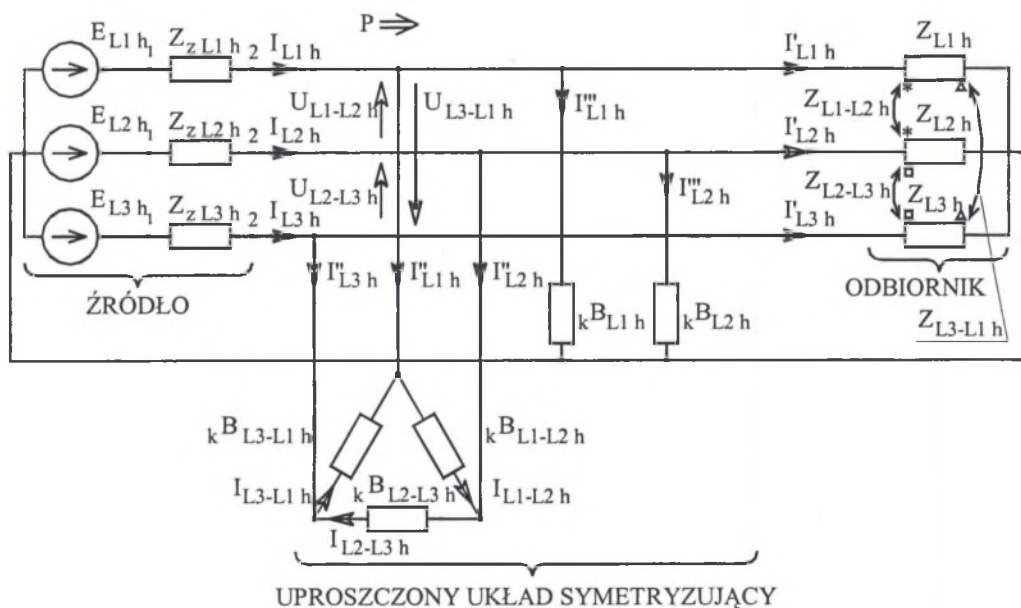


Rys. 3. Symetryzacja w układzie trójfazowym czteroprzewodowym z odbiornikiem połączonym w gwiazdę
 Fig. 3. The symmetrization of three-phase four-wire star connected load

Ponadto, dla wymienionych układów uzyskano rozwiązanie dla każdego z praktycznie wykorzystywanych typów połączeń trójfazowych asymetrycznych odbiorników, tj. dla odbiornika połączonego w trójkąt oraz w gwiazdę w układzie trój- i czteroprzewodowym. Wspomniane układy zostały przedstawione na rys. 1,2,3. Na rys. 3 został przedstawiony obwód z pełnym układem symetryzującym. W następnym rozdziale została przedstawiona idea symetryzacji oraz uproszczona struktura układu symetryzującego.

2. IDEA SYMETRYZACJI

W artykule rozpatrywany jest układ trójfazowy z przewodem zerowym, złożony z trójfazowego źródła napięć okresowych odkształconych o niezerowej impedancji wewnętrznej oraz z asymetrycznego odbiornika połączonego w gwiazdę. Obwód z pełną strukturą układu symetryzującego, analizowany w pracach [6,7] został przedstawiony na rys. 3. Natomiast na rys. 4 przedstawiony został rozpatrywany w artykule asymetryczny obwód z uproszczoną strukturą układu symetryzującego.



Rys. 4. Rozpatrywany układ z uproszczoną strukturą układu symetryzującego
Fig. 4. The considered system with the simplified structure of symmetrizing system

Zakłada się, że trójfazowe źródło napięcia okresowego odkształconego ma niezerowe i ogólnie asymetryczne impedancje wewnętrzne:

$$\underline{Z}_{z\alpha h} = R_{z\alpha h} + jX_{z\alpha h}; \quad \alpha = L1, L2, L3; \quad \underline{Z}_{zh} = \mathbf{R}_{zh} + j\mathbf{X}_{zh}; \quad \underline{Z}_{zh} = \underline{Z}_{zh}^T;$$

oraz ogólnie: $\bigwedge_h \underline{Z}_{zL1 h} \neq \underline{Z}_{zL2 h} \neq \underline{Z}_{zL3 h};$

Napięcia źródłowe są symetryczne o kolejności zgodnej dla podstawowej harmonicznej, tzn.:

$$e_{L1}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^N \underline{E}_{L1h} \exp(jh\omega t), \quad e_{L2}(t) = e_{L1}\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad e_{L3}(t) = e_{L1}\left(t + \frac{T}{3}\right), \quad (1)$$

gdzie: \underline{E}_{L1h} - skuteczna wartość zespolona napięcia dla kolejnych harmonicznych, $h=1,2,\dots,m$.

Ogólnie w rozpatrywanym układzie bez włączonych dwójników symetryzujących prądy przewodowe i_{L1}, i_{L2}, i_{L3} są asymetryczne. Cel, jakim jest symetryzacja rozpatrywanego układu, osiągany jest poprzez rozwiązanie następującego problemu [6],[7]: Asymetryczny odbiornik liniowy statyczny połączony w gwiazdę z przewodem zerowym, opisany pełną macierzą admittancji \underline{Y}_h dla rozpatrywanych harmonicznych, zasilany z rzeczywistego źródła napięcia asymetrycznego impedancyjnie, należy doprowadzić za pomocą dwójników LC włączonych na napięcia fazowe i międzyfazowe (rys. 4) do układu symetrycznego z punktu widzenia zacisków źródła idealnego (zaciski „1”). Ponadto stawia się wymaganie, aby po dołączeniu układu symetryzującego ze źródła nie była pobierana moc bierna dla każdej rozpatrywanej harmonicznej napięcia źródła.

Dla układu z rys. 4 dla każdej rozpatrywanej harmonicznej prawdziwe są zależności:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1-L2} \\ \underline{I}_{L2-L3} \\ \underline{I}_{L3-L1} \end{bmatrix}_h = j \begin{bmatrix} {}_k B_{L1-L2} & 0 & 0 \\ 0 & {}_k B_{L2-L3} & 0 \\ 0 & 0 & {}_k B_{L3-L1} \end{bmatrix}_h \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{L1-L2} \\ \underline{U}_{L2-L3} \\ \underline{U}_{L3-L1} \end{bmatrix}_h. \quad (2)$$

Można wówczas zapisać, że:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1}'' \\ \underline{I}_{L2}'' \\ \underline{I}_{L3}'' \end{bmatrix}_h = j \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_M \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} {}_k B_{L1-L2} & 0 & 0 \\ 0 & {}_k B_{L2-L3} & 0 \\ 0 & 0 & {}_k B_{L3-L1} \end{bmatrix}_h}_{B_{1h}} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_{L1-L2} \\ \underline{U}_{L2-L3} \\ \underline{U}_{L3-L1} \end{bmatrix}_h. \quad (3)$$

Równanie (3) można zapisać w postaci macierzowej:

$$\underline{I}_h'' = jMB_{1h}\underline{U}_h. \quad (4)$$

Natomiast dla zacisków „2” prawdziwe są zależności:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1-L2} \\ \underline{U}_{L2-L3} \\ \underline{U}_{L3-L1} \end{bmatrix}_h = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\underline{N}} \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} \\ \underline{E}_{L3} \end{bmatrix}_h - \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{zL1} & -\underline{Z}_{zL2} & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{zL2} & -\underline{Z}_{zL3} \\ -\underline{Z}_{zL1} & 0 & \underline{Z}_{zL3} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}_w} \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix}_h, \quad (5)$$

stąd w postaci macierzowej

$$\underline{U}_h = \underline{N}\underline{E}_h - \underline{Z}_{wh}\underline{I}_h. \quad (6)$$

Z równania (4) i (6) otrzymuje się zależność w postaci:

$$\underline{I}_h'' = j\mathbf{MB}_{1h}(\underline{N}\underline{E}_h - \underline{Z}_{wh}\underline{I}_h). \quad (7)$$

Ponadto można zapisać następujące zależności dla każdej rozpatrywanej harmonicznej:

➤ dla fazy a

$$\underline{E}_{L1} - \underline{Z}_{zL1}\underline{I}_{L1} - \underline{Z}_{L1}\underline{I}'_{L1} - \underline{Z}_{L1-L2}\underline{I}'_{L2} - \underline{Z}_{L3-L1}\underline{I}'_{L3} = 0, \quad (8)$$

➤ dla fazy b

$$\underline{E}_{L2} - \underline{Z}_{zL2}\underline{I}_{L2} - \underline{Z}_{L2}\underline{I}'_{L2} - \underline{Z}_{L2-L3}\underline{I}'_{L3} - \underline{Z}_{L2-L1}\underline{I}'_{L1} = 0, \quad (9)$$

➤ dla fazy c

$$\underline{E}_{L3} - \underline{Z}_{zL3}\underline{I}_{L3} - \underline{Z}_{L3}\underline{I}'_{L3} - \underline{Z}_{L3-L1}\underline{I}'_{L1} - \underline{Z}_{L3-L2}\underline{I}'_{L2} = 0. \quad (10)$$

Równania (8) + (10) można zapisać zbiorczo w postaci:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{L1} & \underline{Z}_{L1-L2} & \underline{Z}_{L1-L3} \\ \underline{Z}_{L2-L1} & \underline{Z}_{L2} & \underline{Z}_{L2-L3} \\ \underline{Z}_{L3-L1} & \underline{Z}_{L3-L2} & \underline{Z}_{L3} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}_o} \begin{bmatrix} \underline{I}'_{L1} \\ \underline{I}'_{L2} \\ \underline{I}'_{L3} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} \\ \underline{E}_{L3} \end{bmatrix}_h - \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{zL1} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{zL2} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{zL3} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}_z} \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix}_h, \quad (11)$$

a po przekształceniu otrzymuje się równanie macierzowe:

$$\underline{I}_h' = \underline{Y}_{oh}(\underline{E}_h - \underline{Z}_{zh}\underline{I}_h), \quad (12)$$

gdzie:

$$\underline{\Lambda}_h \underline{Y}_{oh} = \underline{Z}_{oh}^{-1}. \quad (13)$$

Poza tym dla każdej rozpatrywanej harmonicznej prawdziwe są zależności:

$$\underline{E}_{L1h} - \underline{Z}_{zL1h} \underline{I}_{L1h} - \frac{1}{j_k B_{L1h}} \underline{I}_{L1h}'' = 0, \quad (14)$$

$$\underline{E}_{L2h} - \underline{Z}_{zL2h} \underline{I}_{L2h} - \frac{1}{j_k B_{L2h}} \underline{I}_{L2h}'' = 0. \quad (15)$$

Z równań (14) + (15) można otrzymać zależność:

$$\underline{I}_h'' = \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1}'' \\ \underline{I}_{L2}'' \\ \underline{I}_{L3}'' \end{bmatrix}_h = j \underbrace{\begin{bmatrix} {}_k B_{L1} & 0 & 0 \\ 0 & {}_k B_{L2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{B}_{2h}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{E}_b \\ \underline{E}_c \end{bmatrix}}_h - \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{Z}_{zL1} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{zL2} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{zL3} \end{bmatrix}}_{\underline{Z}_z} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ \underline{I}_{L2} \\ \underline{I}_{L3} \end{bmatrix}}_h, \quad (16)$$

stąd w zapisie macierzowym:

$$\underline{I}_h'' = j \underline{B}_{2h} (\underline{E}_h - \underline{Z}_{zh} \underline{I}_h). \quad (17)$$

Z uwagi na to, że:

$$\underline{I}_h = \underline{I}_h' + \underline{I}_h'' + \underline{I}_h''' \quad (18)$$

z równań (7),(12),(17) otrzymuje się zależność:

$$\underline{I}_h = (\underline{Y}_{oh} + j \underline{B}_{2h}) (\underline{E}_h - \underline{Z}_{zh} \underline{I}_h) + j \underline{M} \underline{B}_{1h} (\underline{N} \underline{E}_h - \underline{Z}_{wh} \underline{I}_h), \quad (19)$$

a po przekształceniach można uzyskać równanie:

$$[\underline{1} + (\underline{Y}_{oh} + j \underline{B}_{2h}) \underline{Z}_{zh} + j \underline{M} \underline{B}_{1h} \underline{Z}_{wh}] \underline{I}_h = [(\underline{Y}_{oh} + j \underline{B}_{2h}) + j \underline{M} \underline{B}_{1h} \underline{N}] \underline{E}_h. \quad (20)$$

Przechodząc na składowe symetryczne napięć i prądów z równania (20) otrzymuje się następującą zależność:

$$\underline{I}_S = \underline{S}^{-1} [\underline{1} + (\underline{Y}_{oh} + j \underline{B}_{2h}) \underline{Z}_{zh} + j \underline{M} \underline{B}_{1h} \underline{Z}_{wh}]^{-1} \cdot [(\underline{Y}_{oh} + j \underline{B}_{2h}) + j \underline{M} \underline{B}_{1h} \underline{N}] \underline{S} \underline{E}_S. \quad (21)$$

gdzie \underline{S} - macierz składowych symetrycznych

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad \alpha = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \alpha = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Zapisując równanie (21) w postaci ogólnej

$$\underline{I}_s = {}_s \underline{Y}_h \underline{E}_s \quad (22)$$

i zakładając następującą postać macierzy zastępczej ${}_s \underline{Y}_h$

$${}_s \underline{Y}_h = \begin{bmatrix} {}_s \underline{Y}_{11h} & {}_s \underline{Y}_{12h} & {}_s \underline{Y}_{13h} \\ {}_s \underline{Y}_{21h} & {}_s \underline{Y}_{22h} & {}_s \underline{Y}_{23h} \\ {}_s \underline{Y}_{31h} & {}_s \underline{Y}_{32h} & {}_s \underline{Y}_{33h} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

z rozwiązania równania (21) można otrzymać ogólne związki o następującej postaci:

$$\underline{I}_{0h} = {}_s \underline{Y}_{11h} \underline{E}_{0h} + {}_s \underline{Y}_{12h} \underline{E}_{1h} + {}_s \underline{Y}_{13h} \underline{E}_{2h}, \quad (24a)$$

$$\underline{I}_{1h} = {}_s \underline{Y}_{21h} \underline{E}_{0h} + {}_s \underline{Y}_{22h} \underline{E}_{1h} + {}_s \underline{Y}_{23h} \underline{E}_{2h}, \quad (24b)$$

$$\underline{I}_{2h} = {}_s \underline{Y}_{31h} \underline{E}_{0h} + {}_s \underline{Y}_{32h} \underline{E}_{1h} + {}_s \underline{Y}_{33h} \underline{E}_{2h}. \quad (24c)$$

Ponieważ z założenia napięcia źródła są symetryczne o kolejności zgodnej dla podstawowej harmonicznej, więc np. dla harmonicznych rzędu $3n+1$ w składowych symetrycznych napięć źródła występuje składowa zgodna, dla harmonicznych rzędu $3n-1$ składowa przeciwna, zaś dla harmonicznych rzędu $3n$ składowa zerowa. Układ z rys. 4 będzie symetryczny, kiedy składowa symetryczna napięcia wynikająca z harmonicznej wywoływać będzie odpowiadającą jej składową symetryczną prądu, tzn.:

➤ dla harmonicznych rzędu $3n+1$ tworzących układ składowej zgodnej

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} \underline{E}_{0h} = \underline{E}_{2h} = 0, \underline{E}_{1h} \neq 0, \text{ więc należy spełnić warunki:}$$

$$\bigwedge_{h \in 3n+1} {}_s \underline{Y}_{12h} = 0, {}_s \underline{Y}_{32h} = 0, \quad (25)$$

➤ dla harmonicznych rzędu $3n-1$ tworzących układ składowej przeciwnej

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} \underline{E}_{0h} = \underline{E}_{1h} = 0, \underline{E}_{2h} \neq 0, \text{ więc należy spełnić warunki:}$$

$$\bigwedge_{h \in 3n-1} {}_s \underline{Y}_{13h} = 0, {}_s \underline{Y}_{23h} = 0, \quad (26)$$

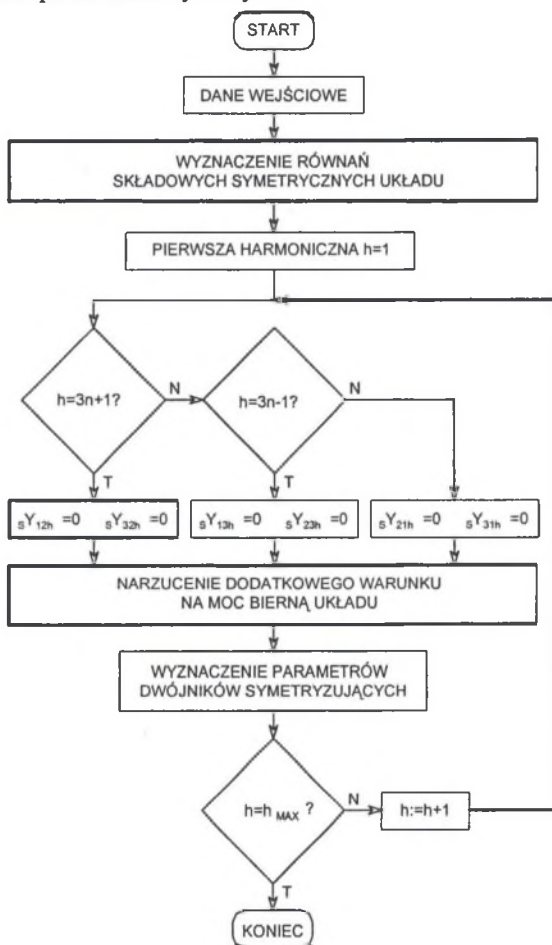
➤ dla harmonicznych rzędu $3n$ tworzących układ składowej zerowej:

$$\bigwedge_{h \in 3n} \underline{E}_{1h} = \underline{E}_{2h} = 0, \underline{E}_{0h} \neq 0, \text{ więc należy spełnić warunki:}$$

$$\bigwedge_{h \in 3n} {}_s \underline{Y}_{21h} = 0, {}_s \underline{Y}_{31h} = 0. \quad (27)$$

Jak podano w założeniach, zostaje dodatkowo narzucony warunek, aby układ nie pobierał mocy biernej - dla każdej rozpatrywanej harmonicznej - ze źródła idealnego (zaciski „1”). Z rozdzielania części rzeczywistej i urojonej układów równań (25), (26), (27) dla określonej harmonicznej oraz z warunku zerowego poboru mocy biernej przez układ dla każdej

harmonicznej otrzymuje się układ pięciu równań o pięciu niewiadomych wartościach susceptancji $k^{B_{L1-L2h}}$, $k^{B_{L2-L3h}}$, $k^{B_{L3-L1h}}$, $k^{B_{L1h}}$, $k^{B_{L2h}}$ dwójników symetryzujących kompensatora. Rozwiązanie problemu symetryzacji dla źródeł idealnych prowadziło do wyznaczenia susceptancji dwójników symetryzujących w sposób jednoznaczny i analityczny. W przypadku rozpatrywanego problemu na skutek odwracania macierzy z niewiadomymi wartościami susceptancji dwójników symetryzujących rozdzielenie układów równań (25), (26), (27) dla poszczególnych harmonicznych na część rzeczywistą i urojoną - ze względu na szukane wartości susceptancji - prowadzi do układów równań nieliniowych, a otrzymanie postaci analitycznej równań jest bardzo trudne. Dlatego też wyznaczenie wartości dwójników symetryzujących dla kolejnych harmonicznych zrealizowano w sposób numeryczny wykorzystując algorytm przedstawiony na rys. 5.



Rys. 5. Algorytm numeryczny wyznaczania parametrów dwójników symetryzujących
Fig. 5. The numerical algorithm for determination of parameters of the symmetrizing system

3. WNIOSKI

Przeprowadzone rozważania pozwalają sformułować następujące wnioski:

- przeprowadzenie symetryzacji układu według opisanego algorytmu pozwala obniżyć wartości skuteczne prądów przewodowych źródła;
- realizacja symetryzacji układu powoduje symetryczny rozptyw prądów fazowych źródła, tzn.

$$i_{L2}(t) = i_{L1}\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad i_{L3}(t) = i_{L1}\left(t + \frac{T}{3}\right);$$

- po przeprowadzeniu symetryzacji zwiększeniu ulega współczynnik mocy źródła λ , źródło wydaje większą moc czynną, zmniejszeniu ulegają straty mocy czynnej na impedancjach wewnętrznych źródła.

Należy zauważyć, że impedancje wewnętrzne źródła stanowić mogą w ogólnym przypadku impedancje układu transmisyjnego pomiędzy idealnym źródłem a odbiornikiem, a przeprowadzone rozumowanie umożliwi analizę pracy prostej sieci elektrycznej.

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Rozpatrywany jest układ przedstawiony na rys. 4, gdzie:

$$a) \quad e_{L1}(t) = \sqrt{2}[300 \cos \omega t + 150 \cos 2\omega t] V, \quad e_{L2}(t) = e_{L1}\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad e_{L3}(t) = e_{L1}\left(t + \frac{T}{3}\right),$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s};$$

- b) impedancje wewnętrzne źródła mają następujące wartości dla podstawowej harmonicznej:

$$\text{faza L1:} \quad R_{zL1} = 1 \Omega, \quad \omega L_{zL1} = 2 \Omega,$$

$$\text{faza L2:} \quad R_{zL2} = 2 \Omega, \quad \omega L_{zL2} = 1 \Omega,$$

$$\text{faza L3:} \quad R_{zL3} = 3 \Omega,$$

- c) impedancje trójfazowego odbiornika mają następujące wartości dla podstawowej harmonicznej:

$$\text{faza L1:} \quad R_{L1} = 6 \Omega, \quad \omega L_{L1} = 3 \Omega,$$

$$\text{faza L2:} \quad R_{L2} = 8 \Omega, \quad \omega L_{L2} = 4 \Omega,$$

$$\text{faza L3:} \quad R_{L3} = 10 \Omega, \quad \omega L_{L3} = 6 \Omega.$$

Przed symetryzacją prądy fazowe źródła i parametry układu mają następujące wartości:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2} [22,4 \cos(\omega t + 333^\circ) + 8,8 \cos(2\omega t + 315^\circ)] A,$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2} [16,8 \cos(\omega t + 213^\circ) + 6,6 \cos(2\omega t + 75^\circ)] A,$$

$$i_{L3}(t) = \sqrt{2} [12,8 \cos(\omega t + 89^\circ) + 4,8 \cos(2\omega t + 190^\circ)] A,$$

$$P = \sum_{\alpha=L1}^{L3} \left(\frac{1}{T} \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt \right) = 15\,910 \text{ W}; \quad \|i\| = |I| = \sqrt{\sum_{\alpha=L1}^{L3} \left(\frac{1}{T} \int_0^T i_{\alpha}^2(t) dt \right)} = 33 \text{ A}.$$

Po symetryzacji prądy fazowe źródła i parametry układu będą miały następujące wartości:

$$i_{L1}(t) = \sqrt{2} [15,1 \cos \omega t + 5,6 \cos 2\omega t] A,$$

$$i_{L2}(t) = \sqrt{2} [15,1 \cos(\omega t + 240^\circ) + 5,6 \cos(2\omega t + 120^\circ)] \text{ A,}$$

$$i_{L3}(t) = \sqrt{2} [15,1 \cos(\omega t + 120^\circ) + 5,6 \cos(2\omega t + 240^\circ)] \text{ A,}$$

$$P = \sum_{\alpha=L1}^{L3} \left(\frac{1}{T} \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt \right) = 16\,159 \text{ W;}$$

$$\|i\| = |I| = \sqrt{\sum_{\alpha=L1}^{L3} \left(\frac{1}{T} \int_0^T i_{\alpha}^2(t) dt \right)} = 28 \text{ A.}$$

Symetryzacja układu możliwa jest do osiągnięcia po włączeniu do rozpatrywanego obwodu układu symetryzującego o danych:

$$k_{B_{L1-L2\ 1}} = 0,0492 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L1-L2\ 2}} = 0,0111 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L2-L3\ 1}} = 0,0344 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L2-L3\ 2}} = 0,0012 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L3-L1\ 1}} = 0,0007 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L3-L1\ 2}} = 0,0383 \text{ S,}$$

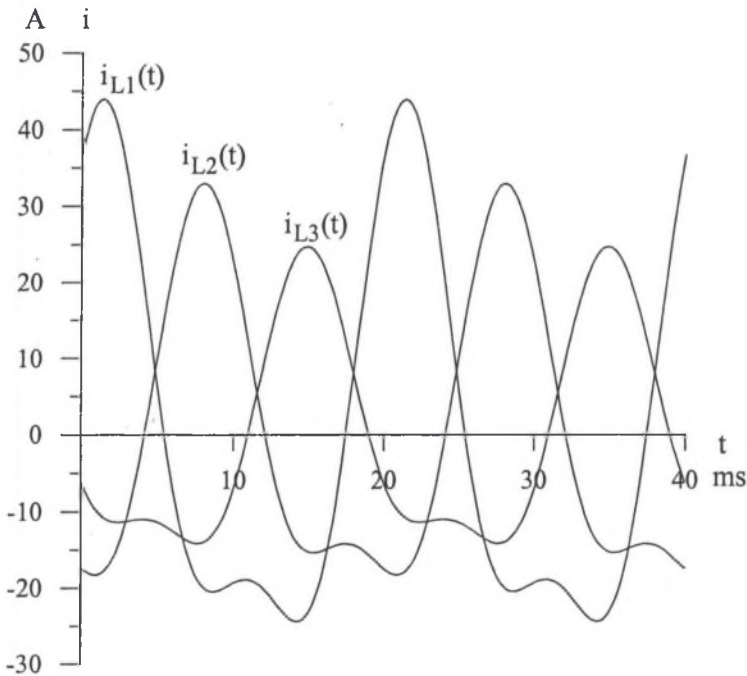
$$k_{B_{L1\ 1}} = -0,0076 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L1\ 2}} = 0,0186 \text{ S,}$$

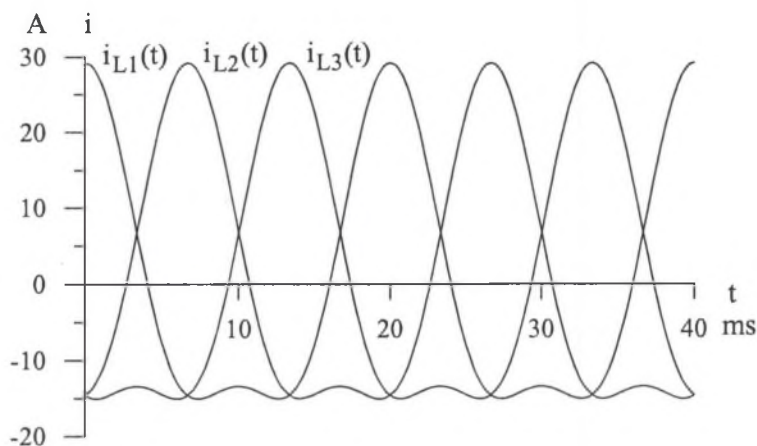
$$k_{B_{L2\ 1}} = -0,0992 \text{ S,}$$

$$k_{B_{L2\ 2}} = 0,0623 \text{ S.}$$

Efekty przeprowadzonej symetryzacji zostały przedstawione graficznie na rys. 6 i 7 w postaci przebiegów czasowych prądów źródła.



Rys. 6. Przebiegi czasowe prądów fazowych źródła przed symetryzacją
Fig. 6. The waveforms of source phase currents before symmetrization



Rys. 7. Przebiegi czasowe prądów fazowych źródła po symetryzacji
 Fig. 7. The waveforms of source phase currents after symmetrization

LITERATURA

- 1 Czarnecki S.: *Minimization of unbalanced and reactive currents in three-phase asymmetrical circuits with nonsinusoidal voltage*. IEE Proc. Part B, Vol. 139, No. 4, July 1992, pp. 347-354.
- 2 Klinger G.: *L-C Kompensation and Symmetrierung für Mehrphasesysteme mit beliebigen Spannungsverlauf*. ETZ Archiv, N.2, Feb.1979, pp.57-61.
- 3 Szidłowski A.K., Kuznecov V.G.: *Povyszenie kaczestva energiji v elektriczeskich setiach*. Naukova Dumka, Kijev 1985.
- 4 Hanzelka Z.: *Zastosowanie kompensatorów statycznych do symetryzacji kompensacji asymetrycznych odbiorników energii elektrycznej*. Materiały Konferencji. Jakość energii elektrycznej, Łódź 1987, 449-466.
- 5 Pasko M.: *Symmetrization of Deformed Three-Phase Current Supplying Asymmetrical Receiver*. 10th European Conference Circuit Theory and Design, Lyngby 1991, pp. 1068-1075.
- 6 Pasko M., Dębowski K.: *Symetryzacja niesymetrycznego układu trójfazowego z przewodem zerowym zasilanego z rzeczywistego źródła napięcia okresowego odkształconego*. XX Seminarium Z Podstaw Elektrotechniki I Teorii Obwodów, Gliwice-Ustroń, Gliwice 1997, ss.345-349.
- 7 Pasko M., Dębowski K.: *Symetryzacja układów trójfazowych i wielofazowych zasilanych ze źródeł napięć okresowych odkształconych*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002, monografia.

Wpłynęło do Redakcji dnia 4 września 2003 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk