

Marcin MACIĄŻEK, Marian PASKO

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej. Zakład Elektrotechniki i Informatyki

## ALGORYTMY STEROWANIA ENERGETYCZNYM FILTREM AKTYWNYM DLA UKŁADÓW TRÓJFAZOWYCH CZTEROPRZEWODOWYCH Z WYKORZYSTANIEM TEORII MOCY CHWILOWEJ „PQR”

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono przykładowe algorytmy sterowania *energetycznym filtrem aktywnym*, które mogłyby znaleźć zastosowanie przy optymalizacji energetycznej stanu układów trójfazowych czteroprzewodowych. Do opracowania tych algorytmów wykorzystano teorię mocy chwilowej, nazywaną w literaturze *teorią pqr*. Teoria ta umożliwia wyznaczenie wartości chwilowych wzorcowych prądów kompensacyjnych w taki sposób, by zminimalizować rozmiary elementu gromadzącego energię w konstrukcji EFA. Rozważania teoretyczne zilustrowane zostały licznymi wynikami przeprowadzonych symulacji, które dowodzą poprawności proponowanych rozwiązań.

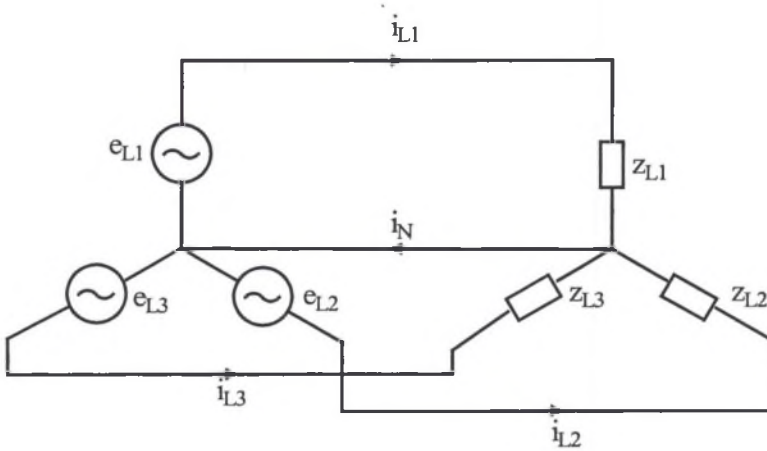
## THE CONTROL ALGORITHMS OF ACTIVE POWER FILTER IN THREE-PHASE FOUR-WIRE SYSTEMS BASED ON INSTANTANEOUS POWER THEORY „PQR”

**Summary.** In this article methods useful for determining reference compensating currents in three-phase four-wire circuits with periodic nonsinusoidal waveforms have been presented. Shunt active filtering is an effective method to eliminate current harmonics. The method of control of active power filter, which is based on "pqr" theory, has been developed. It may be applied to control compensators working in real-time. The theoretical considerations have been illustrated by a simulation example carried out for many various operating conditions.

### 1. WPROWADZENIE

Układy trójfazowe czteroprzewodowe są stosowane w niskonapięciowych układach zasilania. Eliminacja prądu w przewodzie neutralnym jest w tym przypadku zadaniem priorytetowym. Do opracowania prezentowanych w pracy algorytmów sterowania

wykorzystano teorię mocy chwilowej nazywaną w literaturze teorią „pqr”. Teoria ta łączy zalety teorii „pq” [1,5] i „cross-vector”, umożliwiając efektywną kompensację bez stosowania elementów gromadzących energię. W rozważaniach przyjęto uproszczony schemat zastępczy czteroprzewodowej sieci trójfazowej, podany na rys. 1.



Rys. 1. Uproszczony schemat zastępczy czteroprzewodowej sieci trójfazowej  
Fig. 1. Simplified diagram of a three-phase four-wire network

W teorii tej [2,3,4] napięcia i prądy fazowe transformowane są z trójfazowego układu naturalnego do układu współrzędnych **p-q-r**. Transformacja przeprowadzana jest dwuetapowo, w pierwszym etapie sygnały transformowane są do układu współrzędnych prostokątnych  $\alpha$ - $\beta$ -0 (1)

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

W następnym kroku z układu współrzędnych prostokątnych  $\alpha$ - $\beta$ -0, napięcia i prądy transformowane są do układu współrzędnych **p-q-r** (2),(3)

$$\begin{bmatrix} e_p \\ e_q \\ e_r \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{\alpha\beta 0}} \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta & e_0 \\ e_{\alpha\beta 0} e_\beta & e_{\alpha\beta 0} e_\alpha & 0 \\ e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} \\ -e_0 e_\alpha & -e_\beta e_0 & e_{\alpha\beta} \\ e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \\ e_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta 0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{\alpha\beta 0}} \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta & e_0 \\ e_{\alpha\beta 0} e_\beta & e_{\alpha\beta 0} e_\alpha & 0 \\ e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} \\ -e_0 e_\alpha & -e_\beta e_0 & e_{\alpha\beta} \\ e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} & e_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gdzie:

$$e_{\alpha\beta 0} = \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2 + e_0^2}, \quad (4)$$

$$e_{\alpha\beta} = \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}. \quad (5)$$

Autorzy teorii [2,3,4] zaproponowali definicje trzech mocy chwilowych. Chwilowa moc czynna zdefiniowana jest tak, jak w teorii „cross-vector”

$$p \stackrel{def}{=} e_\alpha i_{\alpha p} + e_\beta i_{\beta p} + e_0 i_{0 p}. \quad (6)$$

Dodatkowo zdefiniowano dwie moce urojone (7), (8)

$$q_q \stackrel{def}{=} -e_p i_r, \quad (7)$$

$$q_r \stackrel{def}{=} e_p i_q. \quad (8)$$

Wszystkie zdefiniowane moce są liniowo niezależne, co oznacza, że można je niezależnie kompensować.

Możliwe są dwa warianty generowania prądów kompensujących: według metody bazującej na wyznaczaniu ich z mocy chwilowych bądź bezpośrednio z prądów fazowych.

## 2. ALGORYTM STEROWANIA – WARIANT MOCOWY

Wariant ten jest odpowiedni w przypadku, gdy zależy nam na wyeliminowaniu elementu gromadzącego energię z filtru aktywnego (eliminacja bądź też redukcja rozmiarów elementów

gromadzących energię jest bardzo ważna w filtrach aktywnych stosowanych w układach dużej mocy).

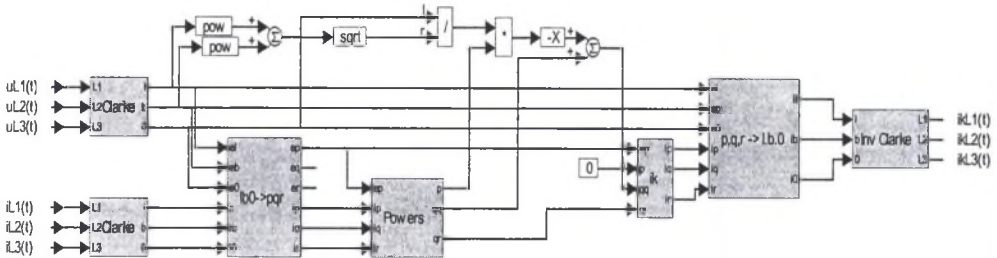
Do wyznaczenia prądów kompensujących wykorzystane zostaną następujące założenia

$$p_k = 0, \quad (9)$$

$$q_{qk} = q_q - \left( \frac{e_0}{e_{\alpha\beta}} \right) p, \quad (10)$$

$$q_{rk} = q_r, \text{ lub } q_{rk} = \overline{q_r}, \text{ lub } q_{rk} = \tilde{q}_r. \quad (11)$$

Dla takich założeń i przypadku  $q_{rk}=q_r$ , zaproponowano schemat blokowy algorytmu sterowania podany na rys.2.

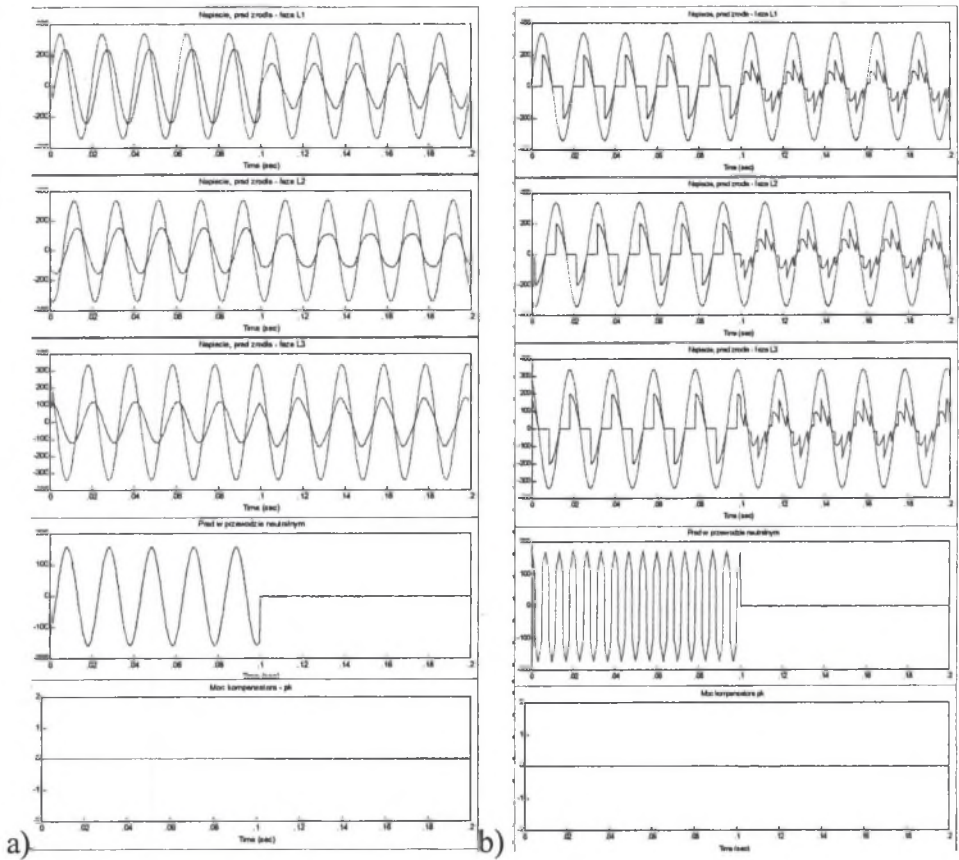


Rys. 2. Schemat blokowy algorytmu sterowania EFA wg teorii „pqr”, wariant mocy  
Fig. 2. Block diagram of the algorithm of APF control accordingly to pqr theory – power variant

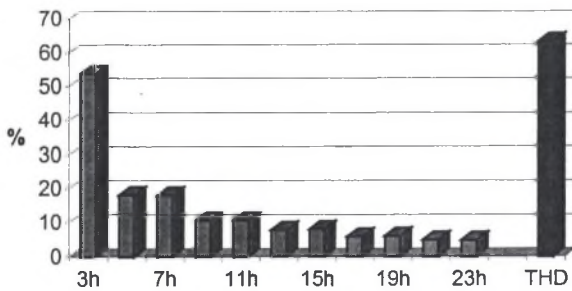
Chwilowe wartości napięć i prądów fazowych transformowane są z układu 1-2-3 do układu prostokątnego  $\alpha$ - $\beta$ , a następnie do układu  $p$ - $q$ - $r$ . W kolejnym etapie wyznaczone są wartości mocy chwilowych (blok „powers”) zgodnie ze wzorami (9), (10), (11). Blok  $I_k$  ma za zadanie wyznaczenie wartości chwilowych wzorcowych prądów kompensujących, które następnie są transformowane do układu  $\alpha$ - $\beta$ , a następnie 1-2-3.

W celu zapoznania się z właściwościami tego algorytmu sterującego, poddano jego pracę symulacjom w sytuacjach z symetrycznym, niesymetrycznym i odkształconym okresowym napięciem zasilania.

Symulacje przeprowadzono z wykorzystaniem pakietu VisSim w układzie z symetrycznym źródłem trójfazowym dla przypadków obciążenia liniowego (o charakterze R-L) oraz obciążenia nieliniowego (w pełni sterowany zawór energoelektroniczny). W wyniku symulacji układu otrzymano przebiegi (napięć i prądów fazowych, prądu w przewodzie neutralnym) przedstawiono na rys.3. Z analizy tego rysunku wynika, że prąd w przewodzie neutralnym został praktycznie całkowicie wyeliminowany, natomiast prądy fazowe pozostały odkształcone (wyeliminowane zostało przesunięcie fazowe pomiędzy prądem a napięciem).



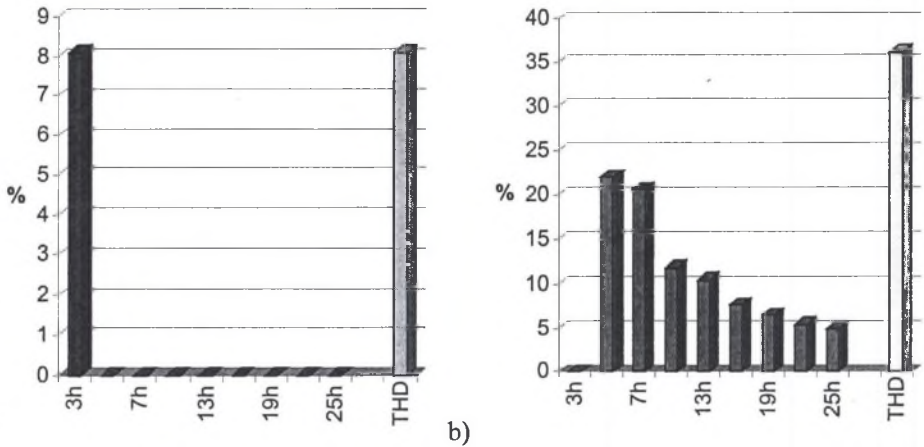
Rys. 3. Wyniki symulacji algorytmu z rys.2, w przypadku zasilania napięciem symetrycznym: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy  
 Fig. 3. Simulation results for the algorithm from fig.2 in the case of symmetrical supply voltage: a) linear load, b) nonlinear load



Rys. 4. Procentowa zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła przed i po załączeniu filtra  
 Fig. 4. Percent contents of higher harmonics in the source current before switching active power filter on

Na rys.4 pokazano procentową zawartość wyższych harmonicznych (oraz współczynnika zawartości harmonicznych THD), w stosunku do harmonicznej podstawowej, w prądzie źródła dla odbiornika nieliniowego przed włączeniem filtra aktywnego.

Dla porównania na rys.5 przedstawiono procentową zawartość wyższych harmonicznych, w stosunku do harmonicznej podstawowej, w prądzie źródła (faza  $L_1$ ) dla obu przypadków obciążenia, odbiornikiem liniowym i nieliniowym.



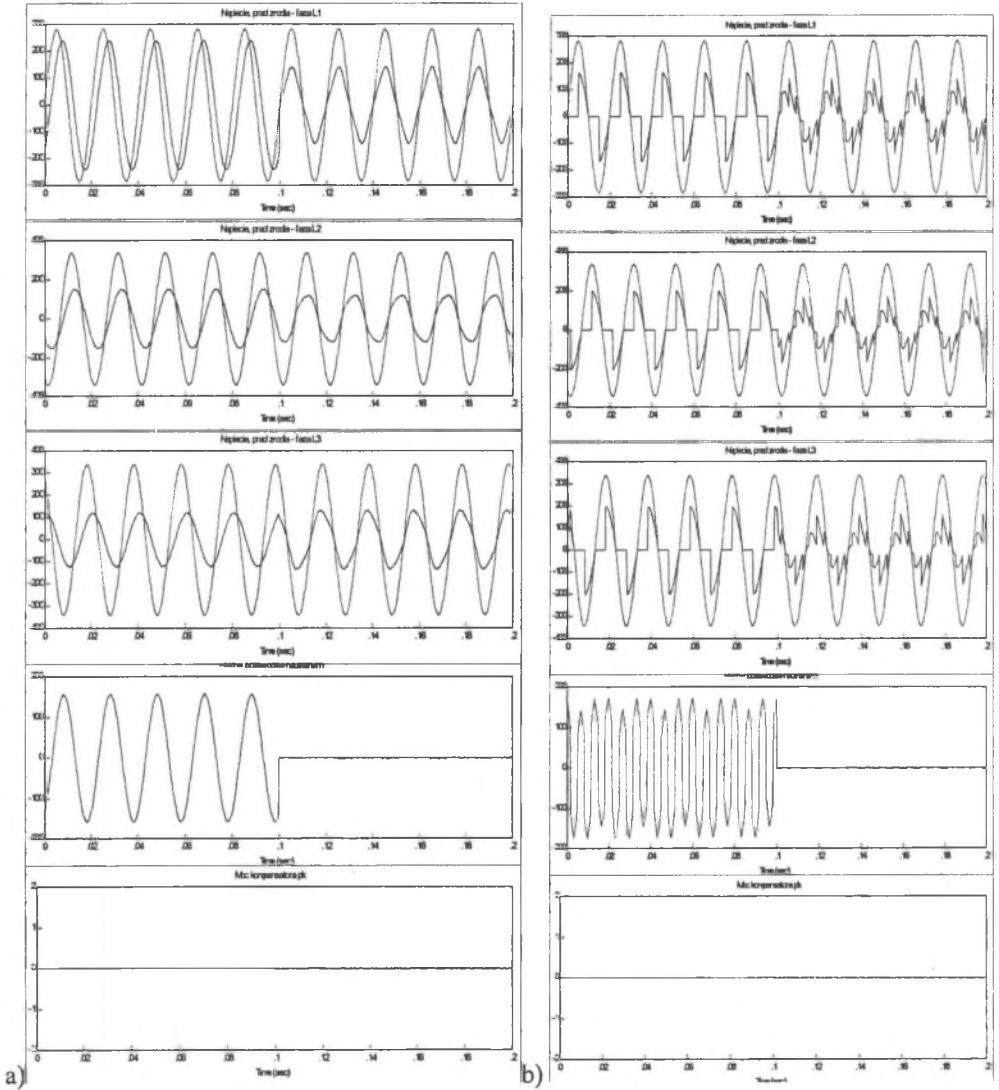
Rys. 5. Procentowa zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła w stosunku do harmonicznej podstawowej: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

Fig. 5. Percent contents of higher harmonics in the source current switching after active power filter on: a) linear load, b) nonlinear load

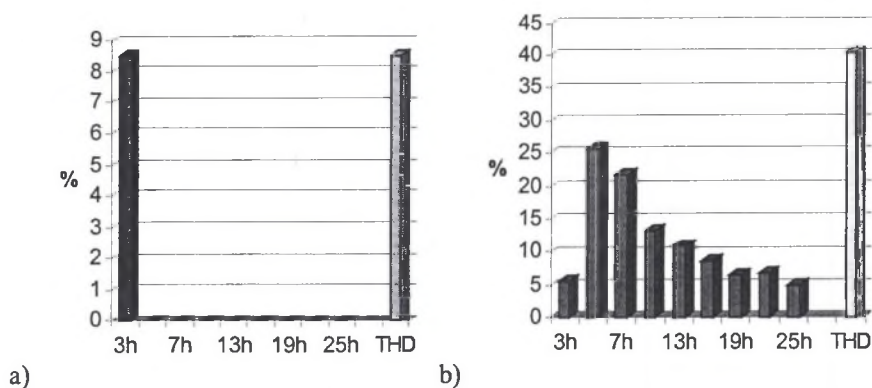
W dalszej części, na rys.6 przedstawiono wyniki symulacji dla przypadku asymetrycznego (niezgodność amplitud w poszczególnych fazach) napięcia zasilania (przebiegi analogiczne do występujących w poprzednim przypadku).

Analizując te przebiegi można zauważyć, że w przypadku zasilania napięciem niesymetrycznym (przy niezgodnych amplitudach w poszczególnych fazach) całkowicie skompensowany został prąd w przewodzie neutralnym (bez użycia elementu gromadzącego energię w EFA). Prądy fazowe dla odbiornika nieliniowego nie są po załączeniu filtra sinusoidalne, ale jest to pewien koszt, jaki trzeba „zapłacić” stosując tę metodę sterowania EFA. Na rys.7 pokazano procentową zawartość wyższych harmonicznych, w stosunku do harmonicznej podstawowej, w prądzie źródła (faza  $L_1$ ) dla obu przypadków obciążenia, odbiornikiem liniowym i nieliniowym.





Rys.6. Wyniki symulacji algorytmu z rys.2, w przypadku zasilania napięciem niesymetrycznym: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy  
 Fig.6. Simulation results for the algorithm from fig.2 in the case of non-symmetrical supply voltage: a) linear load, b) nonlinear load



Rys. 7. Procentowa zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła w stosunku do harmonicznej podstawowej: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

Fig. 7. Percent contents of higher harmonics in the source current after switching active power filter on: a) linear load, b) nonlinear load

Na rys.8 pokazano wyniki symulacji algorytmu sterowania z rys.2 w przypadku zasilania napięciem odkształconym okresowym (napięcia zawierają dodatkowo udział piątej harmonicznej). Natomiast na rys.9 pokazano procentową zawartość wyższych harmonicznych, w stosunku do harmonicznej podstawowej, w prądzie źródła (faza  $L_1$ ) dla obu przypadków obciążenia, odbiornikiem liniowym i nieliniowym.

Analizując przebiegi z rys.8, można zauważyć, że w przypadku zasilania napięciem odkształconym nie da się wyeliminować elementu gromadzącego energię w filtrze aktywnym (występują oscylacje chwilowej mocy czynnej kompensatora), ale także w tym przypadku algorytm w pełni poradził sobie z eliminacją prądu w przewodzie neutralnym.

### 3. ALGORYTM STEROWANIA – WARIANT PRĄDOWY

Wariant ten należy zastosować wtedy, gdy zależy nam na uzyskaniu symetrycznego układu z przebiegami sinusoidalnymi (w takim przypadku zazwyczaj nie jest możliwe wyeliminowanie elementu gromadzącego energię w filtrze aktywnym, gdyż mogą występować wymiany mocy chwilowej w układzie odbiornik - filtr aktywny). W wariantcie tym prądy chwilowe we współrzędnych p-q-r wyznaczone są z napięć i prądów fazowych bez opóźnienia czasowego, następnie filtry górnoprzepustowe rozdzielają je na składowe stałe i zmienne.

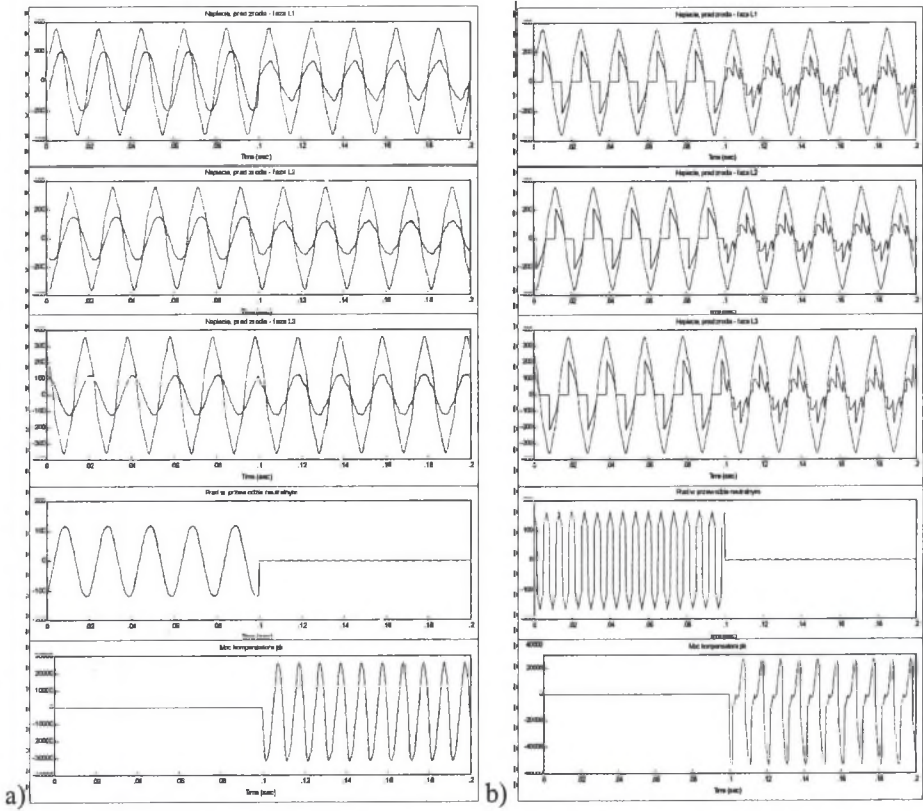
Do wyznaczenia prądów kompensujących wykorzystane zostaną następujące założenia

$$i_{pk} = \tilde{i}_p, \quad (12)$$

$$i_{qk} = \tilde{i}_q, \text{ lub } i_{qk} = i_q, \text{ lub } i_{qk} = \bar{i}_q, \quad (13)$$

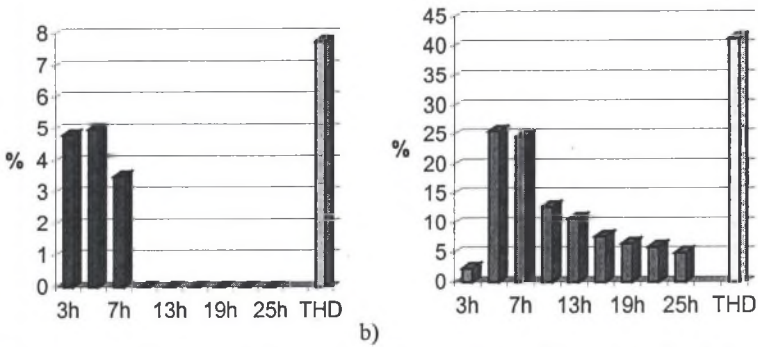
$$i_{rk} = i_r + \left( \frac{e_0}{e_{\alpha\beta}} \right) \tilde{i}_p. \quad (14)$$





Rys. 8. Wyniki symulacji algorytmu z rys.2, w przypadku zasilania napięciem odkształconym okresowym: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

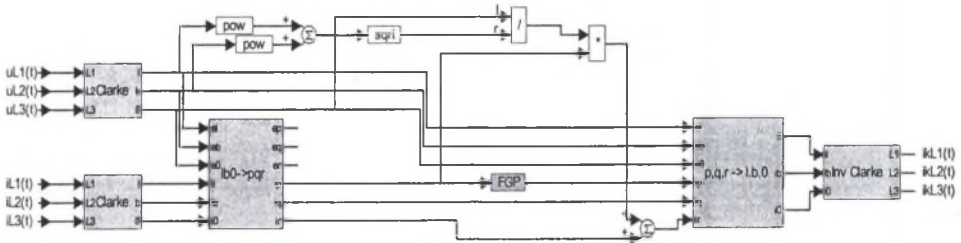
Fig. 8. Simulation results for the algorithm from fig.2 in the case of distortion of supply voltage: a) linear load, b) nonlinear load



Rys. 9. Procentowa zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła w stosunku do harmonicznej podstawowej: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

Fig. 9. Percent contents of higher harmonics in the source current after switching active power filter on : a) linear load, b) nonlinear load

Istnieją trzy możliwości wyboru składowych w osi  $q$ , jeżeli wybierzemy  $i_q$  lub  $i_{qDC}$ , to z linii zasilającej eliminowana jest też konwencjonalnie rozumiana moc bierna (wg Budeanu). Wyboru przypadku należy dokonać w zależności od warunków pracy układu. Dla założeń (12), (14) i przypadku  $i_{qk}=i_q$ , zaproponowano algorytm sterowania podany na rys.10.



Rys. 10. Schemat blokowy algorytmu sterowania EFA wg teorii „pqr”, wariant prądowy  
Fig. 10. Block diagram of the algorithm of APF control accordingly to pqr theory – current variant

W wyniku symulacji układu z symetrycznym źródłem trójfazowym obciążonym odbiornikiem liniowym o charakterze R-L, a także odbiornikiem nieliniowym, otrzymano przebiegi (napięć i prądów fazowych, prądu w przewodzie neutralnym, mocy czynnej wydawanej przez kompensator) jak na rys.11. Analiza FFT wykazała brak zawartości wyższych harmonicznych w prądzie źródła po włączeniu EFA.

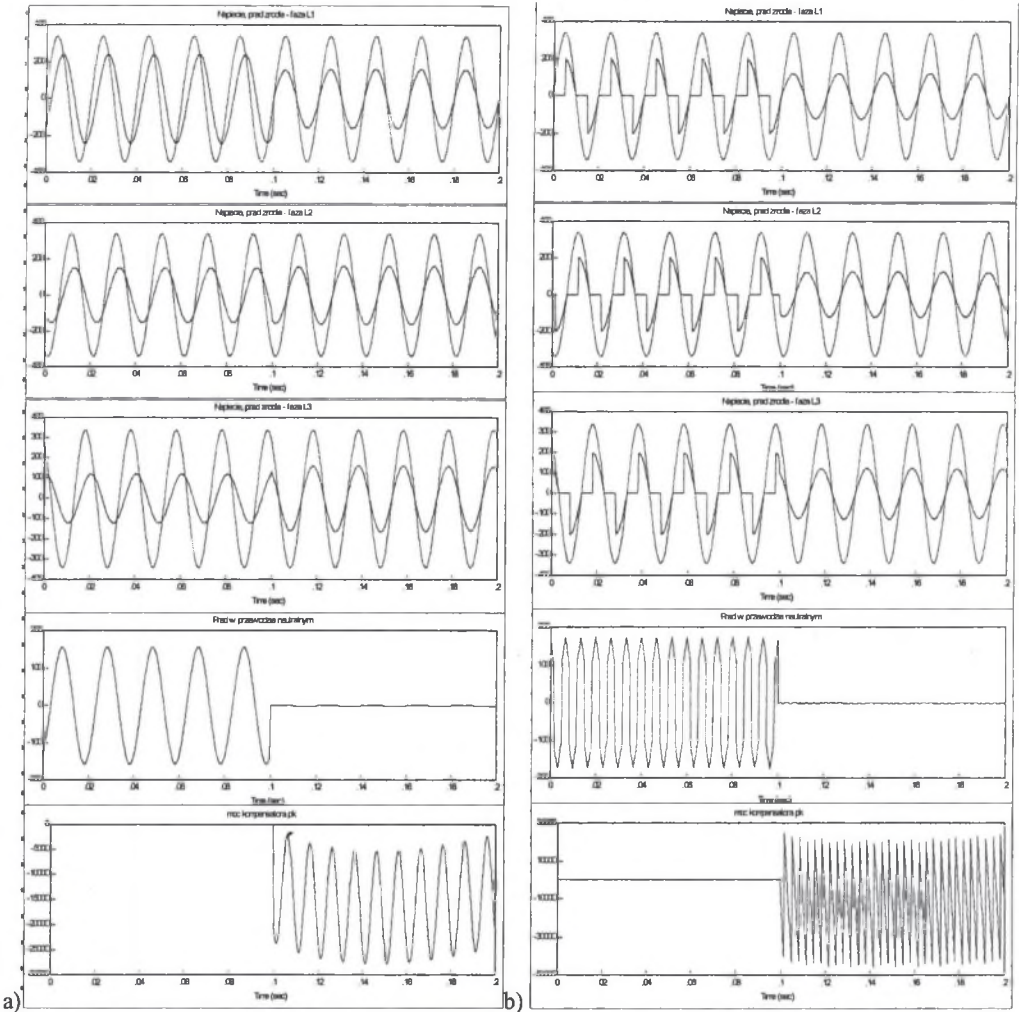
Z analizy rys.11 wynika, że włączenie do układu EFA powoduje, że przebiegi prądów źródła są sinusoidalne (poszczególne fazy są równomiernie obciążone). Prąd w przewodzie zerowym został całkowicie skompensowany. Jednak wymaga to zastosowania elementu gromadzącego energię (rys.11 – przebieg „moc kompensatora  $p_k$ ”).

Na rys.12 pokazano przebiegi napięć i prądów fazowych, mocy czynnej wydawanej przez EFA w przypadku zasilania układu napięciem niesymetrycznym dla obciążeń analogicznych do przedstawionych w poprzednim przypadku. Analizując te przebiegi można zauważyć, że w przypadku zasilania napięciem niesymetrycznym prąd w przewodzie neutralnym nie został całkowicie wyeliminowany, ale mimo wszystko został znacząco zredukowany. Może to być spowodowane opóźnieniem wywołanym przez filtr górnoprzepustowy.

Na rys. 13 pokazano procentową zawartość wyższych harmonicznych, w stosunku do harmonicznej podstawowej, w prądzie źródła (faza  $L_1$ ) dla obu przypadków obciążenia, odbiornikiem liniowym i nieliniowym.

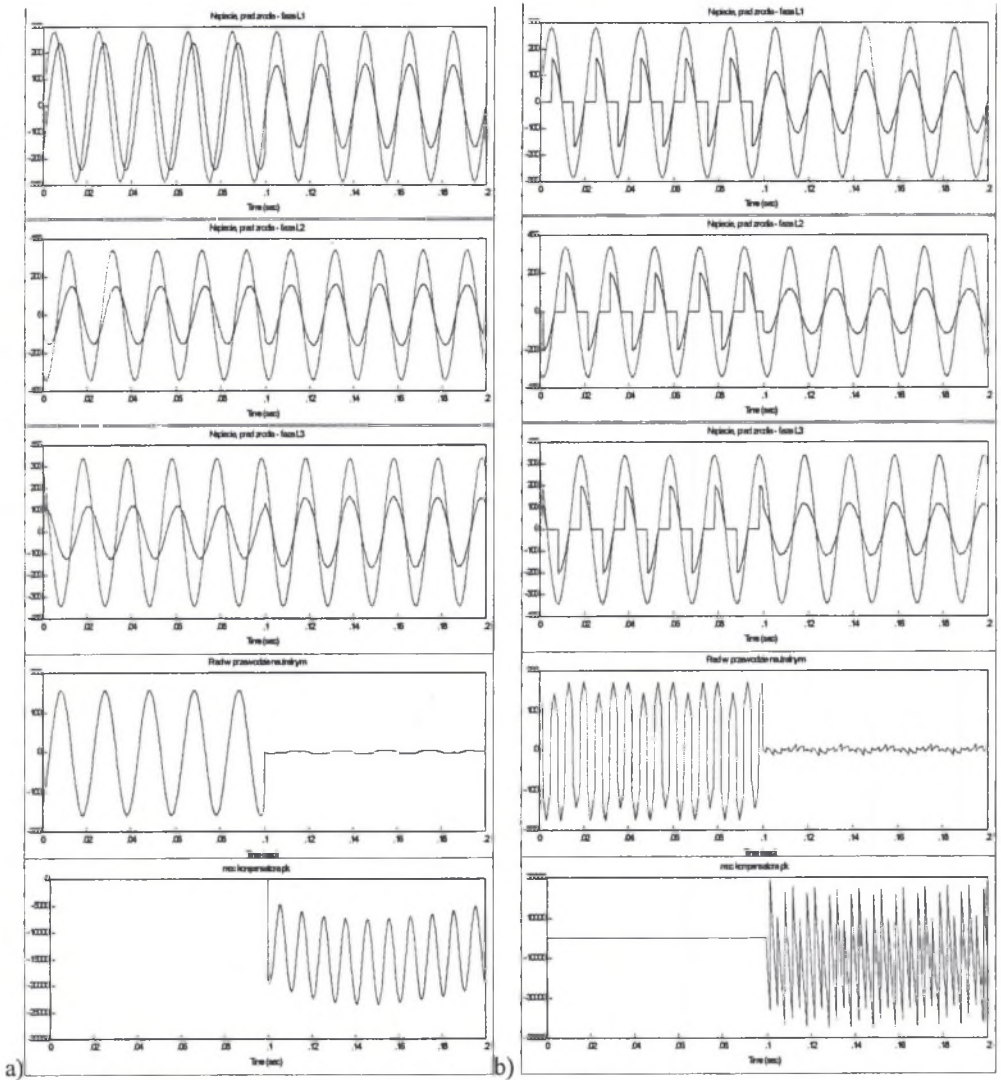
Na rys.14 pokazano wyniki symulacji algorytmu sterowania z rys.10, w przypadku zasilania napięciem odkształconym okresowym zawierającym dodatkowo udział piątej harmonicznej (przebiegi analogiczne do wcześniejszych przypadków).

Osiągnięte wyniki są takie, jak w poprzednich przypadkach, wyeliminowanie prądu w przewodzie neutralnym, okupione koniecznością stosowania elementu gromadzącego energię. W prądzie źródła pozostał niewielki udział harmonicznych związanych z charakterem odkształcenia napięcia zasilania (w tym wypadku piątej harmonicznej).



Rys. 11. Wyniki symulacji algorytmu z rys.10, w przypadku zasilania napięciem symetrycznym:  
 a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

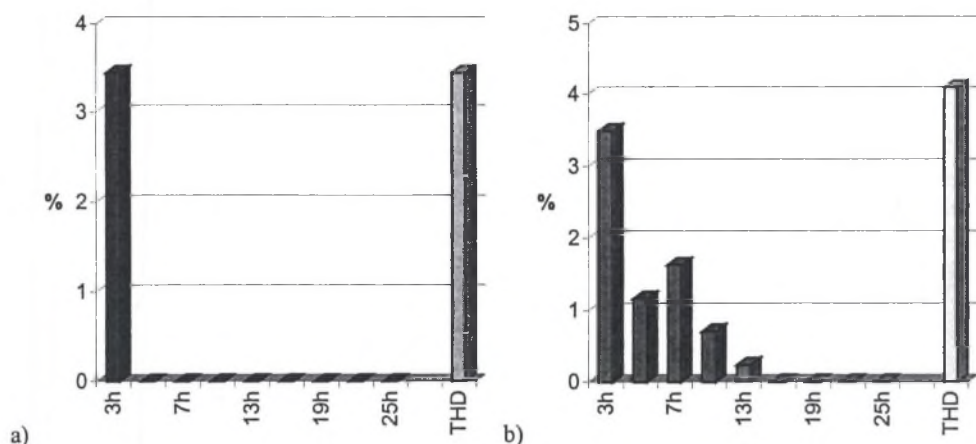
Fig. 11. Simulation results for the algorithm from fig.10 in the case of symmetrical supply voltage:  
 a) linear load, b) nonlinear load



Rys. 12. Wyniki symulacji algorytmu z rys.10, w przypadku zasilania napięciem niesymetrycznym:  
 a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

Fig. 12. Simulation results for the algorithm from fig.10 in the case of non-symmetrical supply voltage:  
 a) linear load, b) nonlinear load



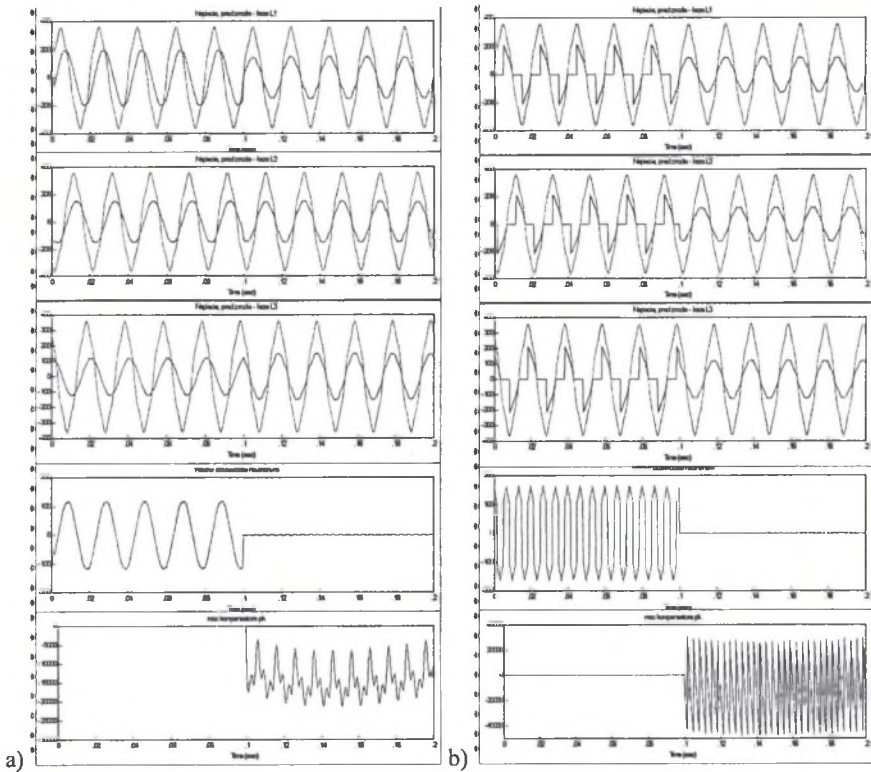


Rys. 13. Procentowa zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła w stosunku do harmonicznej podstawowej: a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy

Fig. 13. Percent contents of higher harmonics in the source current after switching active power filter on: a) linear load, b) nonlinear load

#### 4. WNIOSKI

- Algorytm sterowania bazujący na teorii „pqr” może kontrolować prądy fazowe i prąd w przewodzie neutralnym niezależnie, bez korzystania z elementów magazynujących energię.
- Możliwe są dwa warianty generowania prądów kompensujących, w zależności od zapotrzebowania:
  - \* eliminacja elementu gromadzącego energię w konstrukcji filtra aktywnego (wariant mocowy),
  - \* otrzymanie zrównoważonego układu z prądami o przebiegach sinusoidalnych (wariant prądowy).
- Przy kompensacji z wykorzystaniem wariantu mocowego, prądy fazowe linii mogą nie być sinusoidalne, ale prąd w przewodzie zerowym zostanie całkowicie skompensowany.
- Przy kompensacji z wykorzystaniem wariantu prądowego, prądy fazowe będą zrównoważone i sinusoidalne, również prąd w przewodzie zerowym będzie praktycznie zerowy (niewielka zawartość harmonicznych może być rezultatem opóźnienia wprowadzanego przez filtr górnoprzepustowy).
- Algorytm sterowania wykorzystujący tę metodę zapewni bardzo dobry stopień eliminacji prądu w przewodzie zerowym, pomimo tego że wymaga on znacznie więcej mnożeń na cykl, niż metoda „cross-vector”, to jednak nie ma to większego znaczenia w dobie specjalizowanych układów do obróbki sygnału, jak np. procesory DSP.



Rys. 14. Wyniki symulacji algorytmu z rys.10, w przypadku zasilania napięciem odkształconym:  
 a) odbiornik liniowy, b) odbiornik nieliniowy  
 Fig. 14. Simulation results for the algorithm from fig.10 in the case of distortion of supply voltage:  
 a) linear load, b) nonlinear load

## LITERATURA

1. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.: *Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 1A-20, No. 3, May/June 1984, pp.625-630.
2. Kim H.S., Akagi H.: *The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames*. Conference Records of IEEE/PEDS'99, July 1999, pp.422-427.
3. Kim H.S., Blaabjerg F., BakJensen B., Choi J.: *Instantaneous Power Compensation in Three-Phase Systems by Using p-q-r Theory*. IEEE Trans. on Power Electronics, Vol.17, No.5, 2002, pp. 701-710.
4. Kim H.S., Blaabjerg F., BakJensen B.: *Spectral Analysis of Instantaneous Power in Single-Phase and Three-Phase Systems with Use of p-q-r Theory*. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.17, No.5, 2002, pp. 711-720.
5. Maciążek M., Pasko M.: *Sterowanie trójfazowym filtrem aktywnym przy wykorzystaniu teorii mocy chwilowej*. XXV IC-SPETO, Gliwice-Ustroń 2002, ss.303-308.

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 września 2003 r.

Recenzent: Dr hab. inż. Konrad Skowronek