ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1966
Seria: MATEMATYKA - FIZYKA z. 11 Nr kol. 172

JULIAN BORY

ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ DRUGIEGO STOPNIA SUWAKIEM

Wstęp

W podręczniku autora "Suwak logarytmiczny" [1], przeznaczonym dla inżynierów, nawet bardziej złożone zadania, jak liczenie z dokładnością do sześciu miejsc, wymagają pamiętania tylko najprostszych wzorów, którymi inżynier s t a l e się posługuje. Ta zasada, żeby (przynajmniej w odniesieniu do pewnego kręgu czytelników) radzić sobie ogólnie stosowanymi wzorami i środkami, jeśli inne nie dają szczególnej korzyści, nie jest niestety bynajmniej ogólnie stosowana i często dla rozwiązania najprostszych rzeczy wymaga się nawet od inżyniera praktyka (zupełnie niepotrzebnie!) prawdziwej "ekwilibrystyki" matematycznej. Tak jest między innymi z rozwiązywaniem na suwaku równań drugiego stopnia metodą próbowania. Metoda ta nie nadaje się do pierwiastków zespolonych, wymaga przyswojenia sobie pewnych poza tym nie używanych reguł rozmieszczenia pierwiastków, które się momentalnie zapomina, a nawet przy ich znajomości znalezienie pierwiastków nie zawsze jest łatwe.

W niniejszym artykule założono, że współczynniki równania są dane tylko "z dokładnością suwaka" (tj. mają 3-4 miejsca znaczące), przy czym pokazano, w jaki sposób, rozwiązując równanie w p r o s t (nie przez próbowanie), można szybko uzyskać taką dokładność rozwiązania, jaka jest przy danych współczynnikach równania w ogóle możliwa.

Teoria

Postać równania drugiego stopnia nadająca się do rozwiązywania suwakiem jest

$$x^2 + p x + q = 0 \tag{1}$$

(współczynnik przy drugiej potędze niewiadomej równy jeden, dalsze współczynniki rzeczywiste).

Przepisujemy to równanie w postaci

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

czyli

$$x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}=\pm\sqrt{\Delta}$$

Wielkość

$$\Delta=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$

nazywamy "wyróżnikiem równania". Otrzymamy rozwiązanie

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\Delta} \qquad (2)$$

gdzie:

x_1, x_2 są pierwiastkami równania,

Dla $\Delta > 0$ mamy pierwiastki rzeczywiste, przy czym x_1 (dla $+\sqrt{\Delta}$) jest większe od x_2,

dla $\Delta = 0$ - pierwiastek podwójny,

dla $\Delta < 0$ - pierwiastki zespolone.

Porównując równanie (1) z równaniem napisanym w formie

$$(x-x_1)(x-x_2)=0$$

otrzymamy związki:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\,p \\ x_1 \cdot x_2 = \quad q \end{array}\right\} \qquad (3)$$

których użyjemy do sprawdzenia rozwiązania i zwiększenia jego dokładności, w następujący sposób.

Ponieważ pierwiastki są

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\Delta}$$

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\Delta}$$

zatem suma ich musi wypaść równa - p. Ze względu na b ł ę d y w s p ó ł c z y n n i k ó w r ó w n a n i a iloczyn pierwiastków może wypaść mniejszy lub większy od q. Chcąc powiększyć jego bezwzględną wartość, powiększamy nieco bezwzględną wartość m n i e j s z e g o pierwiastka, zmniejszając równocześnie o tyle samo bezwzględną wartość większego, tak żeby ich suma pozostała niezmieniona. Przyrost względnie ubytek stanowi większy procent w stosunku do mniejszego pierwiastka niż w stosunku do większego, zatem bezwzględna wartość iloczynu wzrośnie. Gdy bowiem oznaczymy ten przyrost przez $+\delta$, otrzymamy:

$$(|x_1| + \delta)(|x_2| - \delta) = |x_1 \cdot x_2| + \delta(|x_2| - |x_1|) - \delta^2$$

δ^2 można pominąć. Zatem gdy $|x_2| > |x_1|$ to iloczyn wzrośnie.

Pierwiastki zespolone

$$x_{1,2} = a + j\,b$$

możemy zapisać w formie wykładniczej:

$$x_1 = \hat{r} = r\,e^{+j\varphi} \qquad \left(r = \sqrt{q},\ \varphi = \arc\cos\frac{-p/2}{\sqrt{q}}\right)$$
$$x_2 = \check{r} = r\,e^{-j\varphi}$$

Stąd:

$$\left.\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2a = \hat{r} + \check{r} = 2\,\mathrm{Re}\,[\hat{r}] = 2r\cos\varphi = -p \\ x_1 \cdot x_2 &= a^2 + b^2 = r^2 = q \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Łatwo więc sprawdzić tu rozwiązanie tak w formie algebraicznej jak wykładniczej.

W y k r e ś l n e przedstawienie rozwiązania na rysunkach 1-5 wynika z równ. (2) po napisaniu $\sqrt{q^2}$ zamiast q.

Przy tym gdy q jest ujemne, to

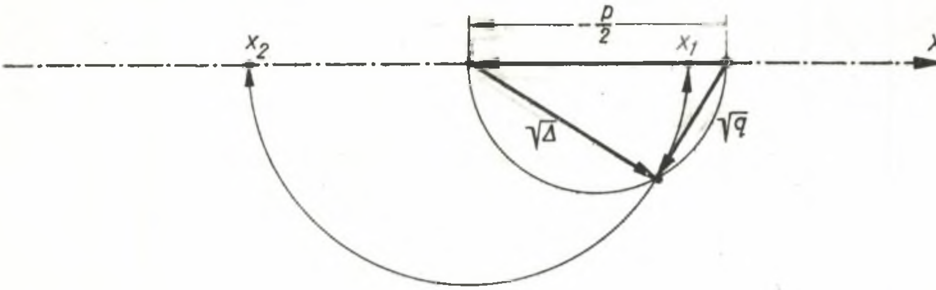
$$q = -|q|$$

Czyli wtedy

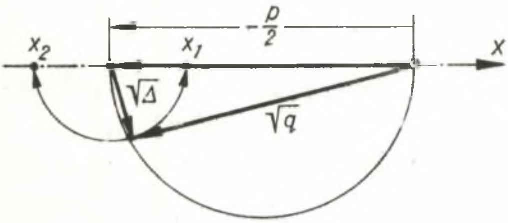
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + |q|} =$$
$$= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p}{2}^2 + \sqrt{|q|}^2}$$

Stąd - w s k r ó c i e - następujące zasady dla sporządzenia tych rysunków, pomocne do ich zapamiętania:

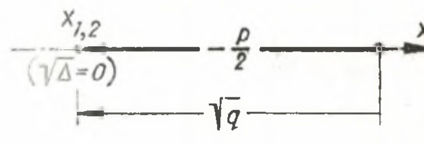
1) odcinek o długości $\sqrt{q}$ rysujemy zawsze z początku współrzędnych, $\sqrt{\Delta}$ z punktu o odciętej $-\frac{p}{2}$ - patrz rysunki 1-5 (wykonane dla dodatniej wartości współczynnika p).



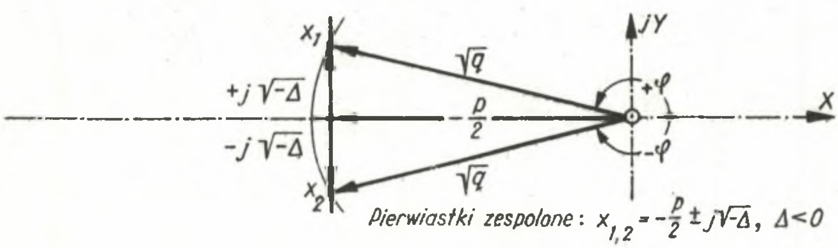
Rys. 1



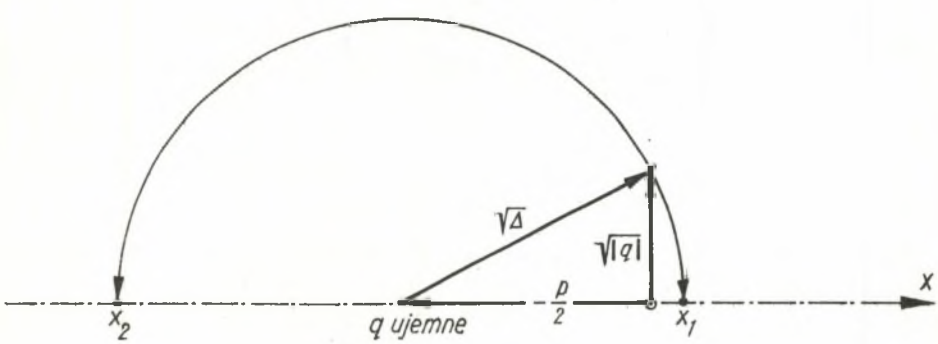
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

2) Dla dodatnich q:

a) Gdy $\sqrt{q} < \left|\frac{p}{2}\right|$ (rys.1-3 narysowane dla coraz większego $\sqrt{q}$) to $\sqrt{q}$ i $\sqrt{\Delta}$ są przyprostokątnymi trójkąta prostokątnego w półkolu zakreślonym na $\left|\frac{p}{2}\right|$. Pierwiastki są rzeczywiste.

b) Gdy $\sqrt{q} > \left|\frac{p}{2}\right|$ (rys. 4) to $\sqrt{q}$ jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego. Pierwiastki są zespolone.

3) Dla ujemnych q (rys. 5):

$\sqrt{\Delta}$ jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego. Pierwiastki są rzeczywiste.

Mając w pamięci powyższe rysunki i obliczywszy na suwaku $\sqrt{|q|}$, możemy ocenić natychmiast (również w pamięci) wartości pierwiastków równania. I tak dla dodatnich q, gdy $\sqrt{q}$ jest mały wobec $\left|\frac{p}{2}\right|$ pierwiastki będą oddalone od siebie, lecz jednakowego znaku (rys. 1). Gdy $\sqrt{q}$ będzie bliski $\left|\frac{p}{2}\right|$, otrzymamy pierwiastki blisko siebie leżące (rys. 2), gdy równy $\left|\frac{p}{2}\right|$ - pierwiastek podwójny (rys. 3). Gdy $\sqrt{q} > \left|\frac{p}{2}\right|$ to pierwiastki są zespolone (rys. 4). Przy ujemnym q pierwiastki są rzeczywiste, najbardziej od siebie oddalone i przeciwnego znaku (rys. 5).

Możemy też w wielu wypadkach szybko ocenić w pamięci liczbową wartość $\sqrt{\Delta}$. Np. $\sqrt{5^2 - 1^2}$ jest nieco mniejszy od 5, $\sqrt{5^2 + 1^2}$ nieco większy od 5, $\sqrt{5^2 + 4^2} \approx 1{,}4.4{,}5$, $\sqrt{5^2 - 4^2} = 5\sqrt{1 - 0{,}8^2} = 5\sqrt{0{,}36} = 3$.

Oczywiście przy dokładnym liczeniu liczymy równaniem (2) i sprawdzamy przy pomocy związków (3).

Z rysunków 2-4 widać, że dla pierwiastków zbliżonych do pierwiastka podwójnego najmniejsza zmiana wartości $\sqrt{q}$ w stosunku do $\left|\frac{p}{2}\right|$ powoduje bardzo znaczne zmiany $\sqrt{\Delta}$, którego wartość zmienia się nawet z rzeczywistej na urojoną gdy $\sqrt{q}$ staje się większy od $\left|\frac{p}{2}\right|$.

Zatem gdy współczynniki równania są dane tylko "z dokładnością suwaka" (mogą być nawet dane dokładniej, ale nie możemy ich dokładniej u w z g l ę d n i ć na suwaku), musimy tu specjalnie zwrócić uwagę na możliwe błędy. Podana poprzednio reguła zmiany wartości iloczynu $x_1 \cdot x_2$ przez zmianę wartości m n i e j s z e g o pierwiastka w jedną stronę przy równoczesnej zmianie wartości większego w stronę przeciwną, nie może być stosowana, gdy wartości pierwiastków są mniej więcej równe. Chodzi o to, jak wyznaczyć dokładnie różnicę między $\sqrt{q}$ a $\left|\frac{p}{2}\right|$, gdy obie wartości są obarczone błędami, których znamy tylko granicę dodatnią i ujemną. Zważmy, że wartość $\sqrt{\Delta}$ wypada tu znacznie większa od błędów wielkości $\left|\frac{p}{2}\right|$ i $\sqrt{q}$.

Z drugiej strony widzimy ze związków (3), że wartość iloczynu x_1x_2, której chcemy używać do sprawdzenia pierwiastków, zależy t y l k o o d b ł ę d u w i e l k o ś c i q. Widzimy to także z obliczenia wartości x_1x_2 z równ. (2):

$$x_1x_2 = \left(-\frac{p}{2}+\sqrt{\Delta}\right)\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{\Delta}\right) = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \Delta =$$

$$= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$$

Zatem błąd wielkości $\left|\frac{p}{2}\right|$ eliminuje się z obliczenia tego iloczynu.

Liczymy zatem $\sqrt{\Delta}$ w sposób następujący:
Oznaczając bezwzględne błędy wielkości $-\frac{p}{2}$ i q przez $\pm\delta_1$ i $\pm\delta_2$, obliczamy najpierw wielkość

$$\left(-\frac{p}{2}\pm\delta_1\right)^2 \approx \left(\frac{p}{2}\right)^2 \mp p\delta_1$$

d o k ł a d n i e j, metodą powiększenia dokładności kwadratu podaną w [1], przy czym błąd $\mp p\delta_1$ pozwala nam ocenić liczbę miejsc z jaką możemy liczyć $\left(\frac{p}{2}\right)^2$. Np. $\left(\begin{matrix}84{,}9\\ \pm 1\end{matrix}\right)^2 = \begin{matrix}7208,\\ \pm 17\end{matrix}$ co możemy zapisać $\underset{\pm 2}{7210}$ (trzy miejsca znaczące). P o m i j a j ą c n a s t ę p n i e b ł ą d δ_1, l i c z y m y t y l k o z b ł ę d e m δ_2:

$$\left.\begin{matrix}\sqrt{\Delta'}\\ \sqrt{\Delta''}\end{matrix}\right\} = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - (q \pm \delta_2)} = \sqrt{\left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] \mp \delta_2}$$

Otrzymamy stąd następujące g r a n i c e w a r t o ś c i p i e r w i a s t k ó w:

a) Gdy $\sqrt{\Delta}$ jest rzeczywisty:

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\Delta'} \text{ do } -\frac{p}{2} + \sqrt{\Delta''}$$

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\Delta'} \text{ do } -\frac{p}{2} - \sqrt{\Delta''}$$

$$x_1 x_2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \Delta' = q + \delta_2 \quad \text{do} \quad \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \Delta'' = q - \delta_2$$

b) Gdy $\sqrt{\Delta}$ jest urojony:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm j\sqrt{-\Delta'} \quad \text{do} \quad -\frac{p}{2} \pm j\sqrt{-\Delta''}$$

$$x_1 x_2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 + \Delta' = q - \delta_2 \quad \text{do} \quad \left(\frac{p}{2}\right)^2 + \Delta'' = q + \delta_2$$

Zatem granice iloczynu $x_1 x_2 = q \pm \delta_2$ wypadają zgodne z założonymi.

W p r z y k ł a d a c h przyjęto, że dokładność współczynników równania wynosi od 1 do 2,5‰, zależnie od gęstości działek skali D suwaka w różnych jej częściach, zatem b ł ą d współczynników jest ± 0,5 do ± 1,25‰, zgodnie z [1].

Przykłady

1) $\underset{}{x^2} - \underset{\pm 2}{3{,}978}.x + \underset{\pm 1}{2{,}554} = 0$

$$x_{1,2} = +\underset{\pm 1}{1{,}989} \pm \sqrt{1{,}989^2 - 2{,}554} = +\ 1{,}989 \pm$$

$$\pm\sqrt{3{,}96 - 2{,}55} = +\ 1{,}989 \pm \sqrt{1{,}41} = \begin{cases} \pm 1{,}989 \\ \pm 1{,}188 \end{cases}$$ (por. rys. 1, lecz $-\frac{p}{2}$ jest tu dodatnie)

$x_1 = +\ 3{,}177$ $\qquad$ $x_1 + x_2 = +\ 3{,}978$

$x_2 = +\ 0{,}801$ $\qquad$ $x_1 x_2 = +\ 2{,}545$

Napisaliśmy pod współczynnikami równania możliwe ich błędy. $1{,}989^2$ czytamy na skali kwadratowej w miejscu gdzie można odczytać tylko trzy cyfry, bierzemy więc też tylko 3 cyfry liczby q i otrzymujemy $\sqrt{\Delta}$ ze znacznym błędem.

Iloczyn pierwiastków wypadł za mały. Podwyższając wartość mniejszego pierwiastka o 0,003 i obniżając jednocześnie o tyle samo wartość większego otrzymamy:

$$0{,}804 \cdot 3{,}174 = 2{,}554.$$

Zatem:

$x_1 = +\ \underset{\pm 2}{3{,}174}$

$x_2 = +\ \underset{\pm 5}{0{,}804}$ (tj. nie 0,805 ani 0,803)

Dokładność x_1 nie da się powiększyć, z powodu błędu z jakim jest dany współczynnik p.

2) $x^2 + \underset{\pm 2}{3{,}955}\cdot x + \underset{\pm 1}{0{,}1616} = 0$

$$x_{1,2} = -\underset{\pm 1}{1{,}977_5} \pm \sqrt{3{,}91 - 0{,}16} = -1{,}977_5 \pm \sqrt{3{,}75} =$$

$$= \begin{cases} -1{,}977_5 \\ \pm 1{,}937 \end{cases} \quad \text{(rys. 1, lecz } \sqrt{q} \ll \left|\tfrac{p}{2}\right|\text{)}$$

$$x_1 = -0{,}040_5 \qquad x_1 + x_2 = -3{,}955$$

$$x_2 = -3{,}914_5 \qquad x_1 x_2 = +0{,}1586$$

Ponieważ x_1 jest kilkadziesiąt razy mniejsze od x_2, zmieniamy tylko x_1 do wartości takiej żeby iloczyn pierwiastków wypadł 0,1616, mianowicie $x_1 = \underset{\pm 5}{-0{,}0413}$. Wartość x_2 przyjmujemy dla otrzymania sumy $\underset{\pm 2}{-3{,}955}$ na $x_2 = \underset{\pm 2}{-3{,}914}$. x_1 daje się tu zatem obliczyć z wartości iloczynu $x_1 x_2 = q$ z dokładnością do trzech miejsc znaczących p e w n y c h, w miejsce niepewnych dwóch.

3) $x^2 - \underset{\pm 1}{169{,}8}\cdot x - \underset{\pm 5}{425} = 0$ (q ujemne, por. rys. 5, lecz $-\frac{p}{2}$ dodatnie)

$$x_{1,2} = \underset{\pm 5}{+84{,}9} \pm \sqrt{72\underbrace{10}_{\text{nie-pewne}} + 425} = +84{,}9 \pm \sqrt{763\underset{\substack{\downarrow \\ \text{nie-pewne}}}{5}} = \begin{cases} +84{,}9 \\ \pm 87{,}4 \end{cases}$$

$$x_1 = +172{,}3 \qquad x_1 + x_2 = +169{,}8$$

$$x_2 = -2{,}5 \qquad x_1 x_2 = -431 \quad \text{(za dużo)}$$

Wartości $x_1 x_2 = -425$ odpowiada $x_2 = -2{,}465$ przy niezmienionym x_1.

4) $\underset{}{x^2} + \underset{\pm 1}{169{,}8}.x + \underset{\pm 5}{7190} = 0$

$$x_{1,2} = \underset{\pm 5}{-84{,}9} \pm \sqrt{7208 - \underset{\pm 5}{7190}} = -84{,}9 \pm \sqrt{\underset{\pm 5}{18}} =$$

$= -84{,}9 \pm (3{,}6$ do $4{,}8)$ (por. rys. 2).

Wyjaśnienie:

Wobec tego, że pierwiastki są bliskie pierwiastka podwójnego $\left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 \approx q\right]$, musimy liczyć dokładnie. Kwadrat liczby $\underset{\pm 5}{84{,}9}$ obliczamy według [1] w następujący sposób:

$$\begin{array}{lr} 84^2 = & 7056 \\ \underset{\pm 5}{168{,}9}.0{,}9 = & \underset{\pm 8}{152} \\ \hline & \underset{\pm 8}{7208} \end{array}$$

Bierzemy średnią $\left(\frac{p}{2}\right)^2 = 7208$ i liczymy Δ tylko z błędem liczby q, równym ± 5. Stąd granice pierwiastków:

$x_1 = -81{,}3$ do $-80{,}1$

$x_2 = -88{,}5$ do $-89{,}7$

Sprawdzenie:

$x_1 x_2$ liczymy dokładniej, według [2] w następujący sposób: Przesunąwszy przecinki o jedno miejsce wstecz, rozbijamy x_1 na część całkowitą A i ułamkową α, x_2 na $B + \beta$. $x_1 x_2 = (A + \alpha)(B + \beta) = AB + A\beta + \alpha(B + \beta) = AB + A\beta + \alpha b$, gdzie $b = B + \beta$.

Zatem:

$$8,13.8,85 = \begin{cases} AB = 64 \\ A\beta = \ \ 6,8 \\ \alpha b = \underline{\ \ 1.15} \end{cases} \qquad 8,01.8,97 = \begin{cases} 64 \\ \ \ 7,76 \\ \underline{\ \ 0.09} \end{cases}$$

$$\qquad\qquad 71,95 \qquad\qquad\qquad\qquad 71,85$$

Otrzymujemy więc: $x_1 x_2 = \underset{\pm 5}{7190}$ (zgodnie z q).

5) $x^2 + \underset{\pm 1}{0,2245}.x + \underset{\pm 1}{0,01260} = 0$

$$x_{1,2} = -\underset{\pm 5}{0,1122_5} \pm \sqrt{\underset{(\pm 1)}{0,01260} - \underset{\pm 1}{0,01260}} =$$

$$= -0,1122_5 \pm \sqrt{\mp 0,00001} = -0,1122_5 \pm \begin{cases} j\ 0,00316 \\ 0 \\ 0,00316 \end{cases}$$

(rys. 2-4).

<u>Wyjaśnienie</u>:

Kwadrat liczby $\underset{\pm 5}{0,1122_5}$ obliczamy dokładniej według [1], licząc kwadrat liczby $\underset{\pm 5}{11,225}$ w następujący sposób:

$$\begin{array}{lr} 11^2 = & 121 \\ 22,22.\underset{\pm 5}{0,225} = & \underset{\pm 1}{5,0} \\ \hline & \underset{\pm 1}{126,0} \end{array}$$

Zasadniczo więc mamy pierwiastek **p o d w ó j n y** $x_{1,2} = 0,1122_5 \pm 0$. Uwzględniając jednak błąd współczynnika q, możemy też mieć pierwiastki zespolone o skrajnych wartościach

$$x_{1,2} = 0,1122_5 \pm j\, 0,00316$$

albo dwa pierwiastki rzeczywiste o skrajnych wartościach

$$x_1 = -\,0,1090_9$$

$$x_2 = -\,0,1154_1$$

Sprawdzenie:

$x_1 x_2 = 0,1122_5^2 = 0,01260$ przy pierwiastku podwójnym,

$= (0,1122_5)^2 - (j\,0,00316)^2 = 0,01260_{+1}$ skrajna wartość przy pierwiastkach zespolonych,

$= (0,1122_5)^2 - (0,00316)^2 = 0,01260_{-1}$ skrajna wartość przy pierwiastkach rzeczywistych.

6) $x^2 - \underset{\pm 5}{6,20}.x - \underset{\pm 1}{0,2532} = 0$

$$x_{1,2} = +3,10 \pm \sqrt{9,60 + \underset{\pm 25}{0,25}} = +3,10 \pm \sqrt{9,85} =$$

$= +3,10 \pm 3,14$ (por. rys. 5).

$$x_1 = +6,24$$

$$x_2 = -0,04$$

Wartości $x_1x_2 = -0{,}2532$ odpowiada $x_2 = -0{,}406$ przy niezmienionym x_1.

7) $$x^2 + \underset{\pm 1}{159{,}7}\cdot x + \underset{\pm 1}{21\,250} = 0$$

$$x_{1,2} = \underset{\pm 5}{-79{,}8_5} \pm \sqrt{6\,380 - \underset{\pm 1}{21\,250}} = -79{,}8_5 \pm \sqrt{\underset{\pm 1}{-14\,870}} =$$

$$= -79{,}8_5 \pm j\,\underset{\pm 5}{121{,}9} = 145{,}7\, e^{\pm j\,123^\circ 12'}$$ (por. rys. 4).

Sprawdzenie:

$$x_1x_2 = 145{,}7^2 = 21\,250.$$

8) $$x^2 - \underset{\pm 5}{6{,}20}\cdot x - \underset{\pm 5}{10\,020} = 0$$

$$x_{1,2} = \underset{\pm 25}{+3{,}10} \pm \sqrt{10 + \underset{\pm 5}{10\,020}} = +\underset{\pm 25}{3{,}10} \pm \sqrt{\underset{\pm 5}{10\,030}} =$$

$$= \underset{\pm 25}{+3{,}10} \pm \underset{\pm 25}{100{,}15}$$ (por. rys. 5, lecz $\sqrt{-q} \gg \left|\frac{p}{2}\right|$)

$x_1 = +103{,}25$ $\qquad$ $x_1 + x_2 = 6{,}20$

$x_2 = -97{,}05$ $\qquad$ $x_1x_2 = 10\,020$

LITERATURA

[1] Bory J.: Suwak logarytmiczny. Państwowe Wydawnictwo Naukowe 1965.

[2] Bory J.: Mnożenie i dzielenie na suwaku z dokładnością do 6 miejsc. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Matematyka-Fizyka, zeszyt 11.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ 11 СТЕПЕНИ НА ЛОГАРИФИЧЕСКОЙ ЛИНЕЙКЕ

Р е з ю м е

Составлены простые чертежи, позволяющие сразу же ориентироваться в величинах и видах корней уравнений. Показано, как можно при решении уравнений на логарифмической лнейке прямо (не пробуя) и при коэффициентах уравнения, данных с точностью логарифмической линейки, получить такую точность решения, какая возможна в данных условиях.

THE SOLUTION OF SECOND-DEGREE EQUATIONS BY MEANS OF A SLIDE-RULE

S u m m a r y

Simple drawings were being made, which gave a clear picture of size and kind of the equations roots. It was shown that in the equation solution by means of a slide-rule, when a direct method has been used, instead of a trial method and when the equation coefficients were given with the slide-rule exactness, a maximum presision possible in these conditions could be reached.