

Brunon SZADKOWSKI, Adam CICHY  
Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej

## DETEKCJA KĄTA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO $\pm 90^\circ$ SYGNAŁÓW SINUSOIDALNYCH O INFRANISKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metody detekcji kąta przesunięcia fazowego  $\pm 90^\circ$  w paśmie częstotliwości infraniskich. Metody umożliwiają detekcję kąta fazowego w czasie krótszym od okresu badanych sygnałów.

### A $\pm 90^\circ$ PHASE SHIFT DETECTION FOR INFRA-LOW FREQUENCY SINUSOIDAL SIGNALS

**Summary.** The methods of detection of  $\pm 90^\circ$  phase shift angle within the range of infra-low frequencies are presented in this paper. These methods make it possible to detect the phase shift in a time much shorter than the measured signals period.

#### 1. WPROWADZENIE

Częstotliwości infraniskie (z zakresu 10 mHz÷10 Hz) wykorzystywane są w pewnych badaniach materiałów dielektrycznych. W układach pomiarowych, stosowanych we wspomnianym paśmie, często wymagana jest detekcja wzajemnej ortogonalności dwóch wybranych sinusoidalnych sygnałów pomiarowych o tej samej częstotliwości [4].

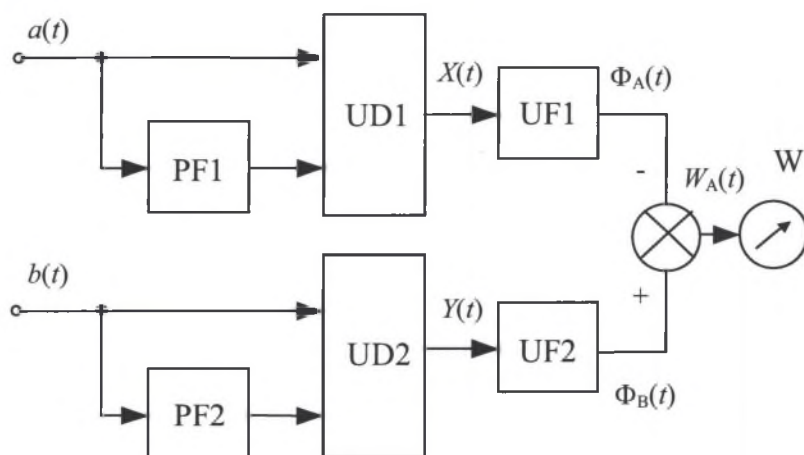
Zasadniczym problemem w detekcji kąta przesunięcia fazowego  $\pm 90^\circ$  przy sygnałach o infraniskich częstotliwościach jest długi czas upływający od chwili rozpoczęcia pomiaru do chwili uzyskania wyniku pomiaru. Zazwyczaj procedura pomiarowa wymaga kilkukrotnej detekcji kąta fazowego, zatem całkowity czas pomiaru przy częstotliwościach infraniskich może być nadmiernie długi. Czas detekcji kąta przesunięcia fazowego w znanych z literatury metodach pomiarowych jest na ogół pewną wielokrotnością okresu badanych przebiegów, a co za tym idzie, przy częstotliwościach rzędu mHz czas pomiaru może wynosić nawet kilka godzin. Tak długi czas pomiaru może być nie do przyjęcia, jeżeli w trakcie pomiaru będą występować zmiany stanu badanego obiektu.

Znane z literatury klasyczne metody pomiaru przesunięcia fazowego wymagają czasu pomiaru równego co najmniej jednemu okresowi badanych sygnałów [3]. Niektóre metody pomiarowe (np. z zastosowaniem przetworników elektromechanicznych) w paśmie częstotliwości infraniskich są całkowicie bezużyteczne, inne metody pomiarowe są we wspomnianym paśmie częstotliwości nieprzydatne ze względu na czas pomiaru stanowiący wielokrotność okresu badanych sygnałów. W następnym rozdziale przedstawione zostaną koncepcje proponowanych rozwiązań układów pomiarowych, umożliwiających skrócenie czasu pomiaru znacznie poniżej jednego okresu badanych przebiegów.

## 2. METODY DETEKCJI KĄTA PRZESUNIĘCIA FAZOWEGO SYGNAŁÓW SINUSOIDALNYCH O CZĘSTOTLIWOŚCIACH INFRANISKICH

Przedstawione poniżej metody umożliwiają detekcję kąta przesunięcia fazowego  $\pm 90^\circ$  sygnałów sinusoidalnych o częstotliwościach infraniskich w czasie krótszym od jednego okresu badanych sygnałów.

Na rys.1. przedstawiono schemat blokowy **analogowego układu pomiarowego** do detekcji kąta przesunięcia fazowego.



Rys.1. Schemat blokowy analogowego układu do detekcji kąta przesunięcia fazowego  
Fig.1. Block diagram of analog circuit for phase shift angle detection

Poszczególne symbole na rys.1 oznaczają:  $a(t)$ ,  $b(t)$  – sinusoidalne sygnały wejściowe o pulsacji  $\omega$ , przesunięte względem siebie o kąt fazowy  $\varphi$ ; PF1, PF2 - przesuwniki fazowe  $\pi/2$ ; UD1, UD2 - układy dzielące; UF1, UF2 - układy funkcyjne „arcus tangens”;  $W_A$  - sygnał wyjściowy układu; W - wskaźnik wyjściowy.

W omawianym układzie na wejście „licznik” układu dzielącego UD1 podawany jest wejściowy sygnał  $a(t)$ , z kolei na wejście „mianownik” układu UD1 podawany jest sygnał  $a(t)$  przesunięty w fazie o kąt  $\pi/2$ . Podobnie przetwarzany jest drugi sygnał wejściowy  $b(t)$ , który podawany jest na wejście „licznik” układu dzielącego UD2, a na wejście „mianownik” tego

układu - sygnał  $b(t)$  przesunięty w fazie o kąt  $-\pi/2$ . Na wyjściu układów dzielących pojawiają się sygnały  $X(t)$  oraz  $Y(t)$  opisane równaniami:

$$\begin{cases} X(t) = \frac{A_m \sin \omega t}{A_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{A_m \sin \omega t}{A_m \cos \omega t} = \operatorname{tg} \omega t, \\ Y(t) = \frac{B_m \sin(\omega t + \varphi)}{B_m \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{B_m \sin(\omega t + \varphi)}{B_m \cos(\omega t + \varphi)} = \operatorname{tg}(\omega t + \varphi). \end{cases} \quad (1)$$

Sygnały  $X(t)$  i  $Y(t)$  podawane są odpowiednio na wejścia układów funkcyjnych UF1 i UF2, realizujących funkcję *arcus tangens*. Na wyjściu układów funkcyjnych UF1 i UF2 pojawiają się odpowiednio sygnały  $\Phi_A(t)$  i  $\Phi_B(t)$  opisane równaniami:

$$\begin{cases} \Phi_A(t) = k \operatorname{arc} \operatorname{tg} X(t) = k \omega t, \\ \Phi_B(t) = k \operatorname{arc} \operatorname{tg} Y(t) = k(\omega t + \varphi). \end{cases} \quad (2)$$

Stała przetwarzania  $k$  występująca w równaniu (2) jest zależna od rodzaju układów funkcyjnych UF1 i UF2. Przykładowo w analogowym układzie scalonym AD639, w którym sygnał wejściowy jest napięciem proporcjonalnym do niemianowanego argumentu funkcji, a sygnał wyjściowy jest napięciem proporcjonalnym do kąta wyrażonego w stopniach, stała  $k$  wynosi  $10[\text{mV}/1^\circ]$ .

Sygnał wyjściowy  $W_A$  stanowi różnicę pomiędzy sygnałami  $\Phi_A(t)$  oraz  $\Phi_B(t)$  i jest proporcjonalny do mierzonego kąta fazowego  $\varphi$ :

$$W_A = \Phi_B(t) - \Phi_A(t) = k \varphi \quad (3)$$

i jego wartość wskazywana jest przez wskaźnik wyjściowy  $W$ .

Zwróćmy uwagę, że do wyznaczenia mierzonego kąta fazowego  $\varphi$  nie jest wymagana znajomość amplitud sygnałów wejściowych  $a(t)$  i  $b(t)$ , natomiast niezbędna jest znajomość ich częstotliwości (zakłada się, że częstotliwości sygnałów pomiarowych są równe) oraz sinusoidalny kształt badanych sygnałów.

W układzie z rys.1 czas pomiaru zależy głównie od rodzaju układów dzielących UD1, UD2 oraz układów funkcyjnych UF1 i UF2. W pracy [2] przedstawiono rozwiązanie omawianego układu wykorzystujące scalony układ funkcyjny AD639, zawierający w swojej strukturze analogowy układ dzielący oraz analogowy układ realizujący dowolne funkcje trygonometryczne. W takim układzie pomiar odbywa się na bieżąco, w czasie rzeczywistym. Zatem omawiany układ można zastosować do detekcji kąta przesunięcia fazowego  $\pm 90^\circ$  w paśmie częstotliwości infraniskich. Niepewność pomiaru w omawianym układzie określono na kilka stopni kątowych i jest to wartość porównywalna z niepewnością wielu typowych układów pomiarowych stosowanych w paśmie częstotliwości akustycznych i wyższych. Korzystną cechą omawianego układu, przedstawioną w pracy [1], jest jego stała czułość.

Układ z rys. 1 może być również zrealizowany cyfrowo – jako algorytm pomiarowy, co zostanie wyjaśnione w dalszym ciągu.

Sygnaly pomiarowe  $a(t)$  i  $b(t)$  opisane są równaniami:

$$\begin{cases} a(t) = A_m \sin(\omega t), \\ b(t) = B_m \sin(\omega t + \varphi). \end{cases} \quad (4)$$

Dla sygnałów  $a(t)$  i  $b(t)$  można wyznaczyć odpowiednie pochodne liczone względem czasu, które wynoszą:

$$\begin{cases} a'(t) = \omega A_m \cos(\omega t), \\ b'(t) = \omega B_m \cos(\omega t + \varphi). \end{cases} \quad (5)$$

W dowolnej chwili czasowej  $t_p$  dla sygnału  $a(t)$  można wyznaczyć następujące stosunki:

$$\begin{cases} \frac{a'(t_p)}{\omega a(t_p)} = \frac{\omega A_m \cos(\omega t_p)}{\omega A_m \sin(\omega t_p)} = \operatorname{ctg}(\omega t_p), \text{ o ile } \sin(\omega t_p) \neq 0, \\ \frac{\omega a(t_p)}{a'(t_p)} = \frac{\omega A_m \sin(\omega t_p)}{\omega A_m \cos(\omega t_p)} = \operatorname{tg}(\omega t_p), \text{ o ile } \cos(\omega t_p) \neq 0. \end{cases} \quad (6)$$

oraz dla sygnału  $b(t)$  – analogiczne stosunki:

$$\begin{cases} \frac{b'(t_p)}{\omega b(t_p)} = \frac{\omega B_m \cos(\omega t_p + \varphi)}{\omega B_m \sin(\omega t_p + \varphi)} = \operatorname{ctg}(\omega t_p + \varphi), \text{ o ile } \sin(\omega t_p + \varphi) \neq 0, \\ \frac{\omega b(t_p)}{b'(t_p)} = \frac{\omega B_m \sin(\omega t_p + \varphi)}{\omega B_m \cos(\omega t_p + \varphi)} = \operatorname{tg}(\omega t_p + \varphi), \text{ o ile } \cos(\omega t_p + \varphi) \neq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Wartość  $W_C$  wyświetlana na polu odczytowym obliczana jest z następującej zależności:

$$W_C = \operatorname{arctg} \frac{b'(t_p)}{\omega b(t_p)} - \operatorname{arctg} \frac{a'(t_p)}{\omega a(t_p)} = \varphi, \quad (8)$$

o ile  $b(t_p) \neq 0$  i  $a(t_p) \neq 0$ , lub

$$W_C = \operatorname{arctg} \frac{\omega b(t_p)}{b'(t_p)} - \operatorname{arctg} \frac{\omega a(t_p)}{a'(t_p)} = \varphi, \quad (9)$$

o ile  $b'(t_p) \neq 0$  i  $a'(t_p) \neq 0$ .

Wartość  $W_C$  równa jest wartości mierzonego przesunięcia fazowego  $\varphi$ , zatem możliwy jest pomiar i detekcja przesunięcia fazowego  $\varphi$  na podstawie znajomości wartości chwilowych  $a(t_p)$  i  $b(t_p)$ , pochodnych  $a'(t_p)$  i  $b'(t_p)$  oraz pulsacji  $\omega$ . Wartości chwilowe sygnałów  $a(t_p)$  i  $b(t_p)$  uzyskuje się próbując sygnały w chwili  $t_p$ , zaś odpowiednie pochodne wyznacza się stosując znane metody różniczkowania numerycznego (np. zmodyfikowany algorytm Richardsona [2]). Czas pomiaru determinowany jest liczebnością próbek, odstępami pomiędzy nimi oraz czasem obliczeń numerycznych. W pracy [1] wykazano, że całkowity czas pomiaru może być ok. 30-krotnie krótszy od okresu badanych sygnałów. Niepewność pomiaru i detekcji zrealizowanego układu cyfrowego jest zbliżona do niepewności układu analogowego i można szacować ją na kilka stopni kątowych.

W omawianych układach silne źródło błędów stanowią odkształcenia sygnałów pomiarowych oraz składowe stałe z nimi związane. Składowa stała jest przyczyną fluktuacji wyniku pomiarowego wskazywanego przez miernik wyjściowy. Wartość wskazywana waha się wokół wartości ustalonej z amplitudą proporcjonalną do wartości składowej stałej i jest źródłem niepewności rzędu kilku stopni kątowych. Sygnały pomiarowe należy zatem odpowiednio filtrować i pozbawiać składowej stałej, co przy infraniskich częstotliwościach jest zadaniem dość trudnym i wymagającym odrębnego opracowania.

### 3. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Zagadnienie detekcji kąta przesunięcia fazowego  $\pm 90^\circ$  występuje w pracach nad nowymi narzędziami pomiarowymi przeznaczonymi do badań materiałów elektroizolacyjnych w paśmie częstotliwości ( $10^{-3}$ –10) Hz, prowadzonymi od wielu lat w Instytucie Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Nadmiernie długi czas pomiaru, związany przede wszystkim z detekcją kąta przesunięcia fazowego - utrudnia, a nawet w wielu przypadkach uniemożliwia pomiary.

Przedstawione metody (analogowa i cyfrowa) detekcji kąta przesunięcia fazowego w paśmie częstotliwości infraniskich umożliwiają skrócenie czasu pomiaru do wartości znacznie mniejszych od jednego okresu badanych sygnałów sinusoidalnych. Czas pomiaru w omawianych układach jest conajmniej 30-krotnie krótszy od okresu badanych sygnałów.

Rozwiązanie problemu nadmiernie długiego czasu pomiaru przy infraniskich częstotliwościach sygnałów pomiarowych pozwoliło na dalsze prace, szczególnie nad układami quasi-zrównoważonymi oraz komparatorami immitancji, przeznaczonymi do pracy w paśmie infraniskich częstotliwości.

### LITERATURA

1. Cichy A.: *Pomiar przesunięcia fazowego sygnałów sinusoidalnych o infraniskich częstotliwościach*. Rozprawa doktorska, Gliwice 1998.
2. Dahlquist G.: *Metody numeryczne*. PWN, Warszawa 1983.
3. Gajda J., Sroka R.: *Pomiary kąta fazowego*. Kraków 2000.
4. Szadkowski B.: *Quasi-zrównoważone metody pomiaru impedancji*. Rozprawy Elektrotechniczne 1985, 31, z.2.

**Abstract**

Infra-low frequencies are the frequencies from the range of  $10\text{ mHz} \div 10\text{ Hz}$ . Signals of such frequencies are used in some dielectrics measurements. The main problem within this frequencies range is a very long time of measurements, especially in those circuits which use the  $\pm 90^\circ$  phase shift detection. In the second section of this paper two concepts of fast phase shift meters are presented. The first circuit presented in Fig. 1 is an analog circuit, the second one is a digital realization of the first one. The measurement time in the both of them is at least 30 times less than the measured signal period.

Wpłynęło do Redakcji dnia 2 kwietnia 2004 r.

Recenzent: Dr hab. inż. Wiesław Miczulski