

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI
Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej

REALIZACJA UKŁADU RÓŻNICZKUJĄCEGO JAKO OBWODU WEWNĘTRZNIE NIELINIOWEGO

Streszczenie. Przewiedziono teoretyczną koncepcję budowy układu różniczkującego z zastosowaniem jedynie bloków o nieliniowych funkcjach przetwarzania, należącego do obwodów typu zewnętrznie liniowych, wewnętrznie nieliniowych (ZLWN). Pokazano ogólny model teoretyczny dla funkcji potęgowej oraz jego wersje dla różnych potęg wykładnika. Omówiono także postacie układu różniczkującego o logarytmicznych, wykładniczych oraz modułowych funkcjach przetwarzania. Pokazano przykłady ich realizacji praktycznych z zastosowaniem dwójników nieliniowych, wzmacniaczy jednostkowych i konwejerów prądowych. Przedstawiono otrzymane symulacyjnie przebiegi czasowe sygnałów zewnętrznych i wewnętrznych przykładowego układu różniczkującego typu ZLWN.

REALISATION OF A DIFFERENTIATOR AS AN INTERNALLY NONLINEAR CIRCUIT

Summary. Theoretical conception of realisation of differentiator using only nonlinear blocks of the externally linear internally nonlinear (ELIN) type has been described in the paper. The general theoretical model for power function and its two versions for different power values have been presented. Differentiators of logarithm, exponential and absolute value transmittance functions have been also discussed. The examples of their practical realisation with the use of nonlinear one-ports, voltage followers and current conveyors have been presented. The waveforms of external and internal signals of the exemplary ELIN type differentiator obtained from simulations have been shown.

1. WSTĘP

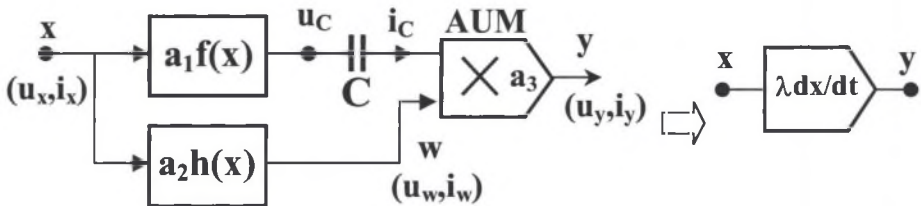
W ostatnich latach wraz ze wzrostem skali integracji układów wytwarzania analogowych układów elektronicznych oraz zmniejszaniem się wartości zasilających je napięć pojawiły się trudności z uzyskaniem odpowiednich zakresów liniowości ich pracy. Spowodowało to poszukiwanie takich rozwiązań układów aktywnych, aby możliwa była ich realizacja z zastosowaniem elementów lub bloków elektronicznych o charakterystykach nieliniowych.

Zakłada się przy tym, że charakterystyki te przy nowoczesnych technologiach układów scalonych są powtarzalne i mogą się w pewien określony sposób kompensować, a układy zbudowane z ich zastosowaniem zachowują się na zaciskach zewnętrznych jak liniowe. Ze względu na tę właściwość nazywane są one analogowymi układami zewnętrznymi liniowymi wewnętrznymi nieliniowymi (ELIN - externally linear internally nonlinear). Najczęściej stosowanymi w nich nieliniowościami są funkcje typu potęgowego i wykładniczego. Układy te w praktyce najczęściej działają na sygnałach prądowych, co dodatkowo polepsza ich właściwości i są konstruowane tak, aby zawierały jak najmniej elementów liniowych, takich jak rezystancje i wzmacniacze. Jedyną wykonywaną w nich operacją liniową jest sumowanie, do którego wykorzystuje się węzły spływu sygnałów prądowych.

W dotychczas opisywanych w literaturze rozwiązaniach układów selektywnych typu ELIN podstawowym ich blokiem jest integrator realizowany z zastosowaniem różnorodnych elektronicznych elementów nieliniowych i pojemności, a następnie łączony w większe konfiguracje poprzez węzły sumacyjne. Jakkolwiek integrator, ze względu na swoje zalety, ma ugruntowaną przez dziesiątki lat pozycję jako element składowy analogowych układów dynamicznych, to w niektórych przypadkach przydatny jest także układ różniczkujący (np. w regulatorach PID lub filtrach górnoprzepustowych). W niniejszej pracy opisano podstawy teoretyczne możliwości realizacji układu różniczkującego w klasie obwodów typu ELIN.

2. TEORETYCZNY MODEL UKŁADU RÓŻNICZKUJĄCEGO TYPU ELIN

Podobnie jak to występuje dla integratora, teoretyczna realizacja układu różniczkującego wymaga zastosowania jednego analogowego układu mnożącego (AUM) oraz dwóch bloków funkcyjnych połączonych jak na rys. 1.



Rys. 1. Teoretyczny model układu różniczkującego typu ELIN
Fig. 1. Theoretical model of ELIN type differentiator

W układzie tym sygnały x , w i y mogą być zarówno prądowe, jak i napięciowe, natomiast sygnał wyjściowy bloku f podawany na pojemność C musi być napięciowy, a sygnał wejściowy bloku mnożącego na zacisku, do którego podłączona jest ta pojemność, powinien być prądowy (niskoimpedancyjny zacisk uziemiony). W układzie tym spełnione są zależności:

$$u_C = a_1 f(x), \quad (1)$$

$$w = a_2 h(x), \quad (2)$$

$$y = a_3 w i_C. \quad (3)$$

Prąd płynący przez pojemność ma wartość:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = a_1 C f'(x) \frac{dx}{dt}. \quad (4)$$

Stąd po wstawieniu (4) i (2) do (3) sygnał wyjściowy określa relacja:

$$y = a_1 a_2 a_3 C h(x) f'(x) \frac{dx}{dt}. \quad (5)$$

Aby opisany obwód był liniowym układem różniczkującym, należy funkcje h i f dobrać tak, aby spełniona była zależność:

$$h(x) f'(x) = k. \quad (6)$$

Wtedy opisuje go zależność:

$$y = a_1 a_2 a_3 k C \frac{dx}{dt} = \lambda \frac{dx}{dt}, \quad (7)$$

a przy zadanej funkcji $f(x)$, funkcję $h(x)$ należy dobrać jako:

$$h(x) = \frac{k}{f'(x)}. \quad (8)$$

3. PRZYKŁADY FUNKCJI NIELINIOWYCH ZASTOSOWANYCH W UKŁADZIE RÓZNICZKUJĄCYM TYPU ELIN

3.1. Funkcja potęgowa

Najprostszymi funkcjami nieliniowymi zarówno pojęciowo, jak i realizacyjnie, są funkcje typu x^n . Jeżeli przyjmie się, że w układzie z rys.1 blok f realizuje zależność:

$$u_C = a_1 x^n, \quad (9)$$

to wtedy blok h należy dobrać tak, aby zgodnie z zależnością (8) realizował funkcję:

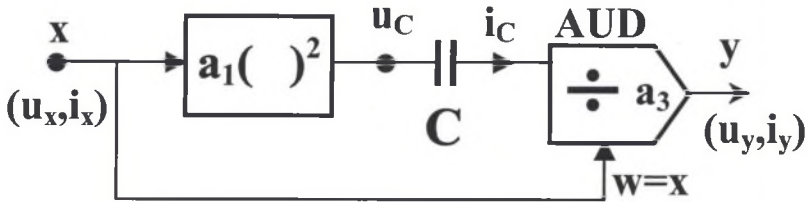
$$w = a_2 \frac{k}{n} x^{-n+1}. \quad (10)$$

W poszczególnych przypadkach, dla różnych wartości wykładnika potęgi n , układ realizujący różniczkowanie może przyjmować specyficzne konfiguracje różniące się znacząco od siebie.

Przykładowo dla funkcji kwadratowej ($n=2$) i $k=1$ otrzymuje się:

$$w = \frac{a_2}{2x}, \quad (11)$$

co wymaga do realizacji opisywanego układu bloku dzielącego. Wtedy będzie on miał postać jak na rys. 2.



Rys. 2. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f=x^2$

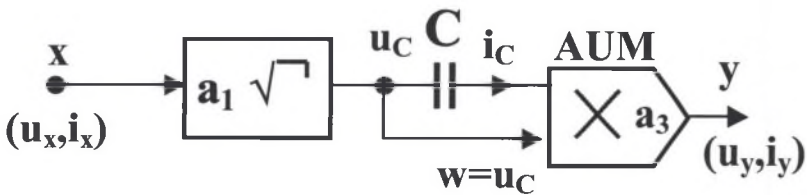
Fig. 2. Type ELIN differentiator for $f=x^2$ function

W przypadku gdy sygnał x jest prądowy, należy na wejściu zastosować dodatkowo rozdzielacz prądowy, a układ dzielący powinien pracować na sygnałach prądowych.

Innym specyficznym przykładem układu dzielącego ELIN jest jego realizacja dla funkcji pierwiastkowej ($n=1/2$) i $k=1$. Wtedy otrzymuje się:

$$w = 2a_2\sqrt{x}. \quad (12)$$

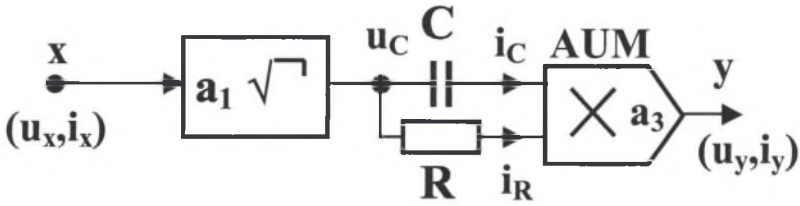
Oznacza to, że oba bloki nieliniowe f i h wykonują tę samą operację nieliniową pierwiastkowania. W tym przypadku układ różniczkujący może dla układu mnożącego prąd razy napięcie mieć postać jak na rys. 3.



Rys. 3. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f = \sqrt{x}$

Fig. 3. Type ELIN differentiator for $f = \sqrt{x}$ function

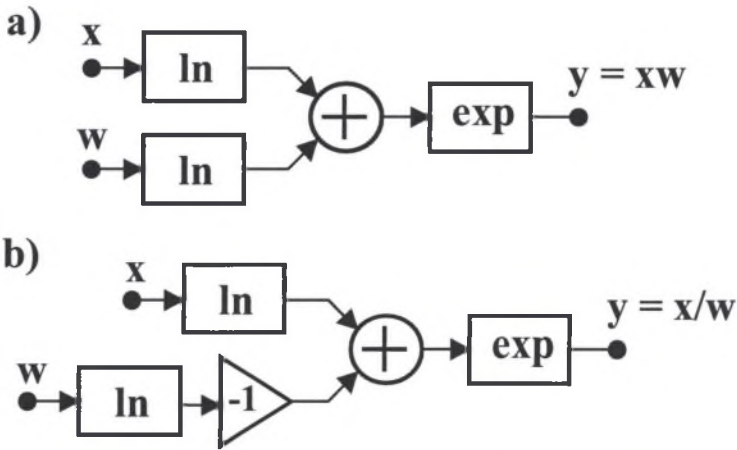
Natomiast jeżeli zastosuje się układ mnożący działający jedynie na sygnałach prądowych, to należy włączyć dodatkowy układ pierwiastkujący lub rezystor R , tak jak pokazano to na rys. 4.



Rys. 4. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f = \sqrt{x}$ z prądowym układem mnożącym
 Fig. 4. Type ELIN differentiator with current analog multiplier

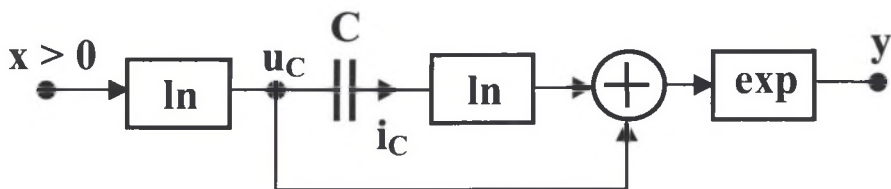
3.2. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Często spotykaną funkcją nieliniową opisującą elementy elektroniczne jest wykładnicza typu e^x oraz odwrotna do niej funkcja logarytmiczna $\ln x$. Mając do dyspozycji obie te funkcje nieliniowe w postaci układów lub elementów o ich charakterystykach można zrealizować układy mnożący i dzielący występujące w obwodach ELIN w sposób pokazany na rys. 5.



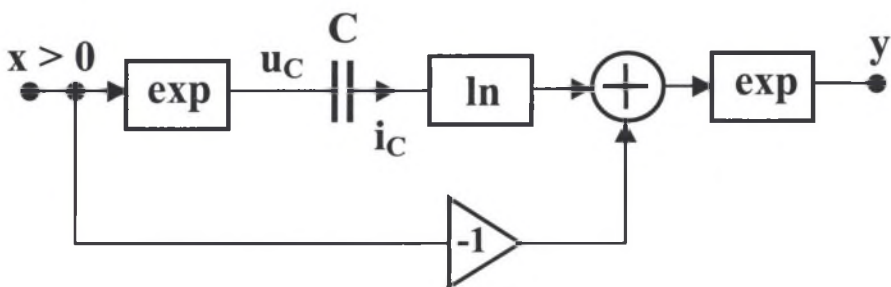
Rys. 5. Realizacje układów mnożącego (a) i dzielącego (b) za pomocą bloków \ln i \exp
 Fig. 5. Multiplier and divider realisation using \ln and \exp blocks

Stąd dla funkcji f logarytmicznej oraz przy założeniu, że sygnał wejściowy x jest większy od zera, otrzymuje się $w=kx$, a układ realizujący różniczkowanie (dla $k=1$) może mieć po przekształceniach postać jak na rys. 6.



Rys. 6. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f = \ln x$
 Fig. 6. Type ELIN differentiator for $f = \ln(x)$ function

W przypadku wyboru funkcji f jako wykładniczej otrzymuje się $w = k/\exp(x)$, co prowadzi do redukcji łańcuchowo połączonych bloków \exp i \ln do układu różniczkującego ELIN pokazanego na rys. 7.



Rys.7. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f = \exp(x)$
 Fig. 7. Type ELIN differentiator for $f = \exp(x)$ function

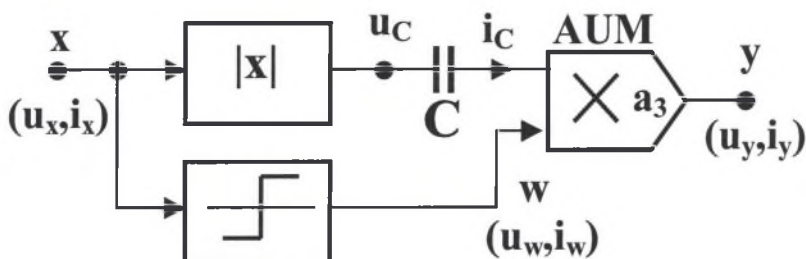
3.3. Funkcja modułowa

Funkcjami przetwarzania sygnałów w układach elektronicznych są często nieliniowości złożone z odcinków linii prostych. Najbardziej elementarnym ich przykładem jest funkcja modułowa $|x|$ realizowana przez prostownik dwupołówkowy. Przyjmując ją jako funkcję f w układzie różniczkującym ELIN, czyli $u_C = |x|$, otrzymuje się h jako „funkcję znaku”, czyli:

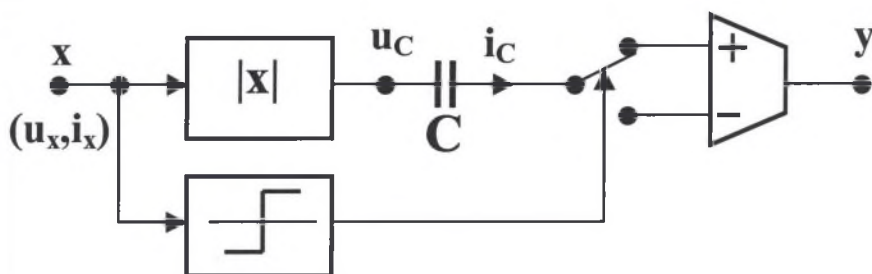
$$w = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \geq 0, \\ -1 & \text{dla } x < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Wtedy układ różniczkujący ma postać blokową jak na rys. 8, w której mnożarka wraz z blokiem sgn mogą być zastąpione komparatorem i kluczem analogowym przełączającym znak sygnału wyjściowego y w zależności od znaku sygnału wejściowego x .

a)



b)



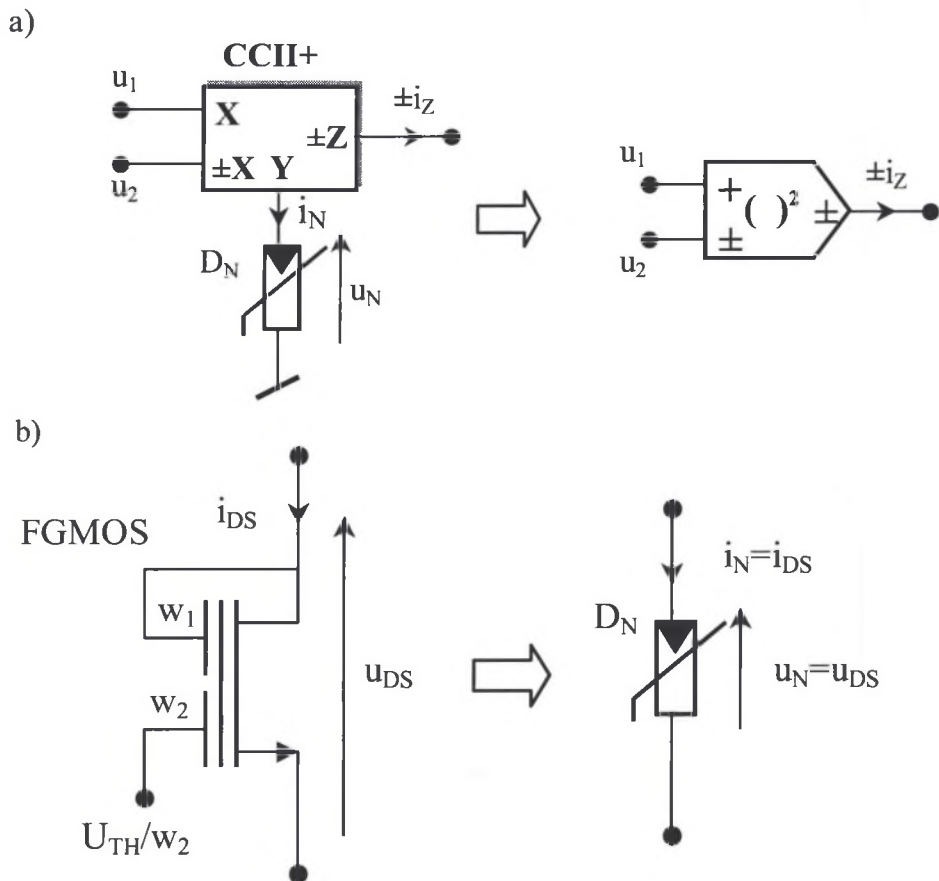
Rys. 8. Układ różniczkujący typu ELIN dla funkcji $f=|x|$ z mnożarką (a) lub kluczami przełączającymi znak sygnału wyjściowego (b)

Fig. 8. Type ELIN differentiator for $f=|x|$ function, with multiplier (a) or switch of sign current switching

4. PRZYKŁADY REALIZACJI PRAKTYCZNYCH

Układy selektywne typu ELIN mogą być realizowane, tak jak wszystkie współczesne elektroniczne układy analogowe, na trzy sposoby. Podstawowym z nich jest zaprojektowanie i realizacja ich jako elementów zintegrowanych, co wynika z zasady ich działania i wymogu powtarzalności charakterystyk elementów nieliniowych. Do jednostkowych celów badawczych i laboratoryjnych lub wytwarzanych w niewielkich ilościach mogą być wykonywane na bazie dostępnych scalonych układów nieliniowych (np. mnożarek) z pewnymi dodatkowymi elementami dyskretnymi.

Często spotykanym w literaturze, stosunkowo prostym elementem analogowych układów elektronicznych jest konwejer prądowy. Dołączając do niego dwójniki nieliniowe o odpowiednich charakterystykach prądowych, można uzyskać całą gamę układów o różnorodnych funkcjach przetwarzania sygnałów nadających się do wytwarzania we wszystkich opisanych technikach. Na rys. 9a pokazano przykład układu podnoszącego do kwadratu różnicę napięć wejściowych i o wyjściu prądowym. Zastosowano w nim dwuwejściowy konwejer prądowy różnicowy lub sumacyjny oraz dwójnik nieliniowy D_N o prądowej charakterystyce kwadratowej. Dwójnik ten może być zamodelowany za pomocą tranzystora polowego MOS o bramce swobodnej (FGMOS) i dwóch zaciskach wejściowych. Jeden z nich służy do kompensacji napięcia progowego U_{TH} (rys. 9b).



Rys. 9. Układ podnoszący do kwadratu o wyjściu prądowym z konwejerem prądowym (a) i dwójnikiem nieliniowym zrealizowanym za pomocą tranzystora półowego FGMOS (b)
 Fig. 9. Squarer with current conveyor (a) and nonlinear one-port of realised floating gate MOS transistor (b)

Opisuje go wtedy zależność:

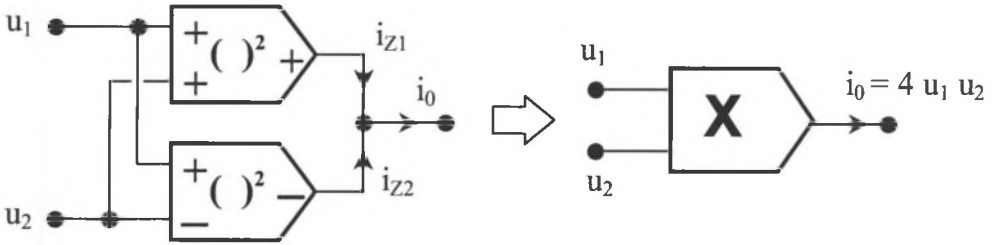
$$i_N = i_{DS} = Ku_{DS}^2 = Ku_N^2, \quad (14)$$

w której $K = \mu C_{OX} W / 2L$ jest parametrem transkonduktancyjnym tego tranzystora. Przy założeniu, że konwejer prądowy jest idealny, cały układ opisuje zależność:

$$i_Z = K(u_1 \pm u_2)^2. \quad (15)$$

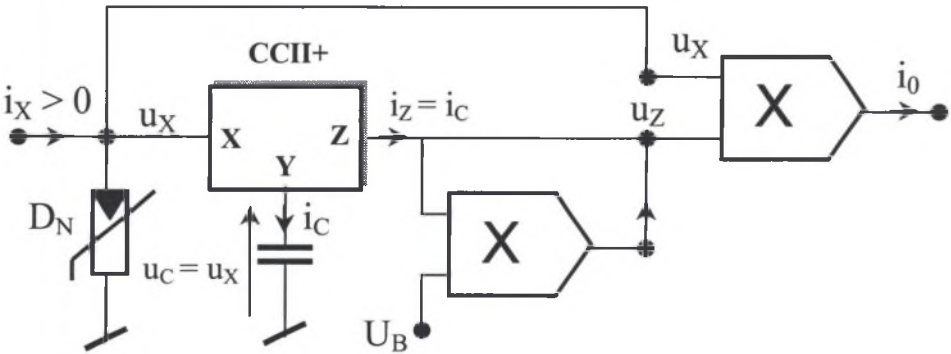
Łącząc równolegle dwa takie układy, jeden o wejściu sumacyjnym, a drugi o różnicowym z jednoczesnym odwróceniem znaku prądu wyjściowego, uzyskuje się układ mnożący napięcia wejściowe i o wyjściu prądowym (rys. 10), opisany zależnością:

$$i_0 = i_{z1} + i_{z2} = K(u_1 + u_2)^2 - K(u_1 - u_2)^2 = 4Ku_1u_2 . \quad (16)$$



Rys. 10. Analogowy układ mnożący z dwoma kwadratorami o wyjściach prądowych
 Fig. 10. Output current analog multiplier using two squarers

Mając do dyspozycji opisane bloki nieliniowe można zbudować układ różniczkujący ELIN o funkcji f pierwiastkowej w sposób pokazany na rys. 11, a pracujący na sygnałach prądowych i_x i i_0 .



Rys. 11. Realizacja układu różniczkującego typu ELIN z zastosowaniem dwójników nieliniowych o prądowej funkcji kwadratowej i konwejerów prądowych
 Fig. 11. Type ELIN differentiator realisation with using nonlinear current squarer one ports and current conveyors

Układ ten opisują zależności:

$$u_x = \sqrt{\frac{i_x}{K}} \quad \text{dla } i_x > 0, \quad (17)$$

$$i_c = C \frac{du_x}{dt} = \frac{C}{2\sqrt{Ki_x}} \frac{di_x}{dt}, \quad (18)$$

$$u_z = \frac{1}{4KU_B} \frac{C}{2\sqrt{Ki_x}} \frac{di_x}{dt}, \quad (19)$$

$$i_0 = 4Ku_x u_z = \frac{C}{KU_B} \frac{di_x}{dt} = \lambda(U_B) \frac{di_x}{dt}. \quad (20)$$

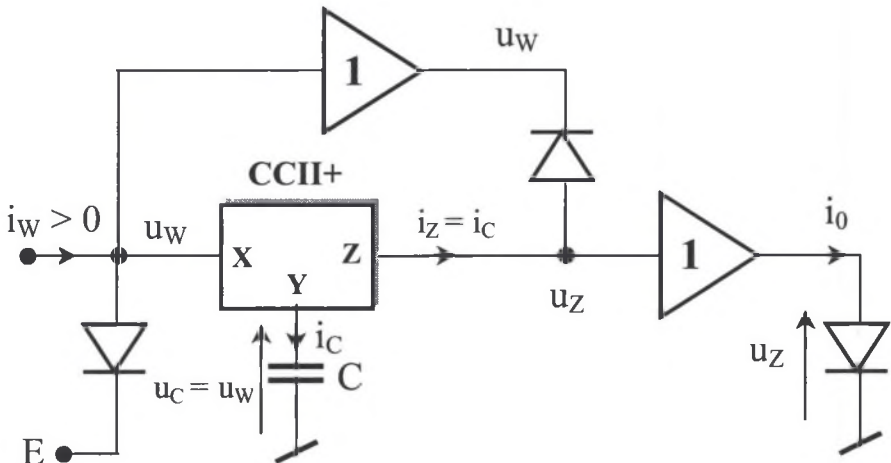
Dodatkową zaletą przedstawionej realizacji układu różniczkującego jest możliwość przestrajania współczynnika różniczkowania λ napięciem sterującym U_B .

Innym sposobem realizacji układu różniczkującego typu ELIN jest zastosowanie dwójników nieliniowych o wykładniczej funkcji prądowej, którym może być w praktyce złącze półprzewodnikowe p - n , które opisuje przybliżona zależność:

$$i_d = I_S \exp \frac{u_d}{\varphi} \quad (21)$$

w której φ jest potencjałem elektrokinetycznym, a I_S prądem nasycenia złącza.

Wykorzystując dodatkowo dwa wtorniki napięciowe oraz jeden konwejer prądowy otrzymuje się układ różniczkujący ELIN o funkcji f logarytmicznej pracujący według koncepcji z rys. 6, a o strukturze pokazanej na rys. 12. Układ ten opisują zależności:



Rys. 12. Realizacja układu różniczkującego ELIN z zastosowaniem dwójników nieliniowych o wykładniczej funkcji prądowej

Fig. 12. ELIN type differentiator using nonlinear one-ports of exponential current function

$$u_W = E + \varphi \ln \frac{i_W}{I_S} = u_C, \quad \text{dla } i_W > 0, \quad (22)$$

$$i_C = C \frac{du_W}{dt} = \varphi C \frac{1}{i_W} \frac{di_W}{dt}, \quad (23)$$

$$u_Z = u_W + \varphi \ln \frac{i_C}{I_S}, \quad i_C > 0. \quad (24)$$

Przyjmując, że:

$$E = \varphi \ln \left(\exp \frac{E}{\varphi} \right) = \varphi \ln [a(E)]. \quad (25)$$

Otrzymuje się napięcie wyjściowe u_Z o wartości:

$$u_Z = \varphi \ln \left[\frac{i_W i_C}{I_S^2} \exp \frac{E}{\varphi} \right]. \quad (26)$$

Stąd po uwzględnieniu równania (23) otrzymuje się prąd wyjściowy:

$$i_0 = I_S \exp \frac{u_Z}{\varphi} = a(E) \frac{\varphi}{I_S} C \frac{di_W}{dt} = \lambda(E) \frac{di_W}{dt}. \quad (27)$$

Zależność ta opisuje prądowy układ różniczkujący, dla którego wartość współczynnika λ może być przestrajana dodatkowym napięciem sterującym E.

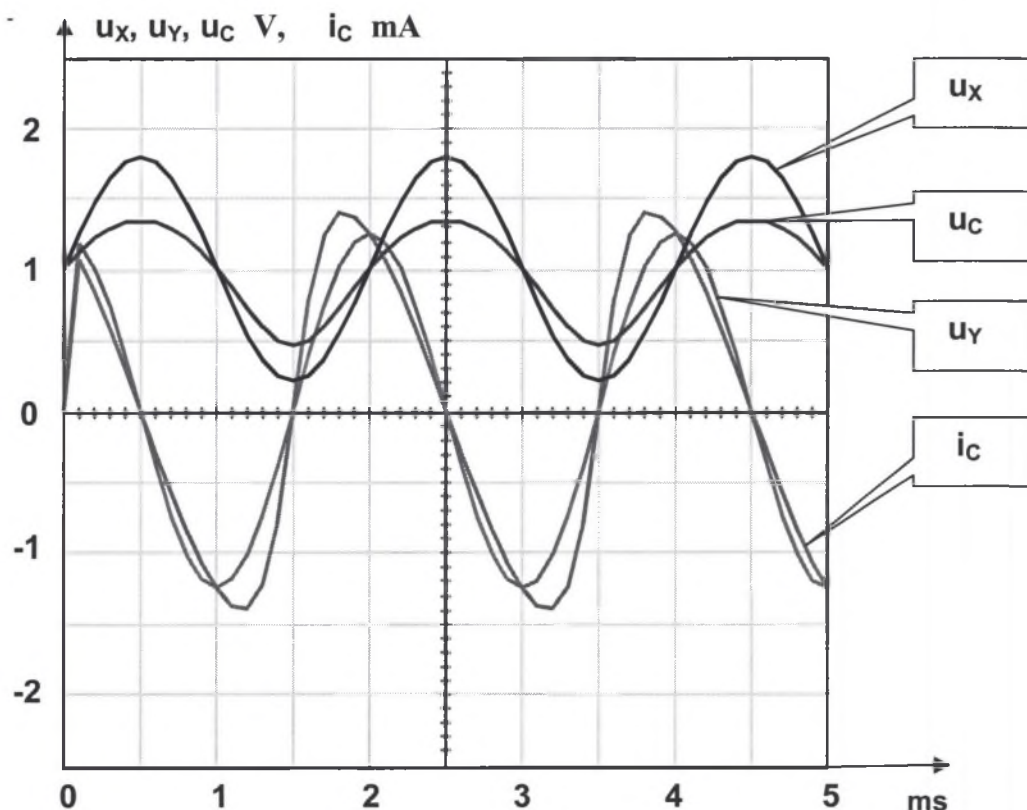
5. SYMULACJE KOMPUTEROWE PROPONOWANEGO UKŁADU RÓŻNICZKUJĄCEGO TYPU ELIN

W celu zilustrowania zasady pracy układu różniczkującego typu ELIN przeprowadzono symulację jego wersji z pierwiastkową funkcją przetwarzania z rys. 3. W symulowanym obwodzie zastosowano idealne modele układów nieliniowych. Na rys. 13 pokazano przebiegi danego sygnału wejściowego $u_X(t)$ oraz otrzymane z symulacji: wyjściowy $u_Y(t)$ oraz w wewnętrznych punktach układu $i_C(t)$ i $w(t) = u_C(t)$.

Przy wejściowym sygnale sinusoidalnym o dużej składowej stałej, ze względu na wymóg $u_X > 0$, sygnał wyjściowy jest także sinusoidalny. Natomiast sygnały wewnętrzne układu są wyraźnie odkształcone, przy czym jego wielkość zależy od amplitudy składowej stałej i zmiennej sygnału wejściowego. Uzasadnia to nazwanie opisywanego układu zewnętrze liniowym, a wewnętrze nieliniowym.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawione teoretyczne koncepcje układu różniczkującego pozwalają zrealizować go jedynie z zastosowaniem elektronicznych bloków aktywnych o charakterystykach nieliniowych. W zależności od rodzaju przyjętej funkcji przetwarzania występują ograniczenia zarówno znaku jak i wartości sygnału wejściowego (np. dodatni lub większy od zera). W przedstawionych w pracy realizacjach praktycznych pojawiają się także elementy liniowe, np. wtórniki napięciowe lub konwejerzy prądowe. Przedstawiona symulacja pokazuje poprawność koncepcji teoretycznej tych układów jako układów zewnętrznie liniowych, chociaż wewnętrznie nieliniowych.



Rys. 13. Przebiegi czasowe sygnałów zewnętrznych i wewnętrznych układu różniczkującego typu ELIN z pierwiastkowa funkcją przetwarzania

Fig. 13. External and internal signals of ELIN type differentiator with square root function

LITERATURA

1. Gilbert B.: *Translinear circuits: an historical review*. Analog Integrated Circuits and Signal Processing, No. 2, 1996.
2. Frey D.R.: *Exponential state space filters: a generic current mode design strategy*. IEEE Trans. on CAS-I, vol. 43, No. 1, 1996.
3. Tsvividis Y.P.: *Externally linear integrators*. IEEE Trans. on CAS-II, vol. 45, No. 9, 1998.
4. Enz Ch., Punzenberger M., Python D.: *Low-voltage log-domain signal processing in CMOS and BiCMOS*. IEEE Trans. on CAS-1, vol. 46, No. 3, 1999.
5. Minch B. A.: *Synthesis of dynamic multiple-input translinear element networks*. Proc. of the IEEE IS on CTAS, Geneva 2000.
6. Minch B. A.: *Multiple-input translinear element log-domain filters*. IEEE Trans. on CAS II, no 1, 2001.
7. Topór-Kamiński L., Piłśniak A.: *Wewnętrznie nieliniowe selektywne obwody dolnoprzepustowe w dziedzinie funkcji dzielenie/mnożenie - komputerowe badania symulacyjne*. VII ZKwE, Poznań/Kieirz 2003.
8. Topór-Kamiński L., Piłśniak A., Holajn P.: *Wielozaciskowy konwejer prądowy w selektywnych układach wewnętrznie nieliniowych z elementem o kwadratowej funkcji przetwarzania*. V MSKAE, Częstochowa 2003.

Abstract

Theoretical conception of differentiator as an externally linear internally nonlinear (ELIN) type circuit has been presented. For its construction, similarly as for an integrator, analog multiplier as well as two non-linear blocks f and h , connected together as in Fig. 1, should be used. Its output signal is described by dependence (5) which, after satisfying the dependence (6) by functions f and h , produces the formula (7) describing that differentiator. For power f function (9), block h is described by function (10). In case of $n=2$, the differentiator will have theoretical form as in Fig.2. It contains a squarer and divider. For root function f , function h is also of root-type and differentiator has the form as in Fig.3. Applying nonlinear logarithmic and exponential blocks, multiplier and divider (Fig.5) can be realised. Then, for logarithmic function f , differentiator has the form as in Fig.6 and for exponential function f as in Fig.7. Practically, differentiator can be realised using multiple input conveyor and nonlinear one-port with square current function (Fig.9) in the way presented in Fig.11. This circuit is described by dependences (16) to (20). Its feature is tuning the coefficient of differentiation by means of U_B voltage. Using semiconductor connection as a nonlinear one-port, differentiator as in Fig.12, is obtained. It is described by relations (22) to (27). The simulation of exemplary model of differentiator as in Fig.2, has been carried out in SPICE program. The obtained waves have been shown in Fig.13. Input and output signals have been shown in Fig.13. They are sinusoidal which means that this circuit is externally linear.

Wpłynęło do Redakcji dnia 14 kwietnia 2004 r.

Recenzent: Dr hab. inż. Konstanty Gawrylczuk, prof. Pol. Szczecińskiej