ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995

Seria: GÓRNICTWO z. 225 Nr kol. 1307

Piotr KOŁODZIEJCZYK,

Kazimierz WANAT,

Marian BUREK

METODA ELIMINACJI CZASU INICJACJI WSTRZĄSU W ZADANIU LOKALIZACJI ZJAWISK GÓRNICZYCH

Streszczenie. Ponieważ równania wiążące czasy rejestracji wstrząsu ze współ-rzędnymi sejsmometrów i poszukiwanymi współrzędnymi ogniska są liniowe ze względu na t_0, to parametr ten można łatwo wyeliminować. Tym samym oprócz obniżenia rozmiaru postawionego problemu uzyskuje się polepszenie numerycznych właściwości rozwiązywanego zadania lokalizacji ognisk wstrząsów.

A METHOD OF ELIMINATION OF THE ORIGIN TIME IN THE PROBLEM OF MINING EVENT LOCATION

Summary. Since the equations connecting arrival times with seismometer coordinates and unknown focus coordinates are linear, the t_0 parameter can easily be eliminated. As a result, the dimension of the problem with regard to t_0, this parameter decreases and numerical properties of the seismic events location task are improved.

ELIMINATIONSMETHODE DER INITIATIONSZEIT DES GEBIRGS-SCHLAGES IN DER LOKALISIERUNGSAUFGABE BERGMÄNNI-SCHER ERPCHEINUNGEN

Zusammenfassung. Da die Gleichungen, die die Registrierungszeiten des Gebirgsschlages mit den Koordinaten der Seismometer und den gesuchten Koordinaten des Hypozentrums verbinden, in Rücksicht auf t_0 linear sind, kann dieser Parameter leicht eleminiert werden. Somit wird außer der Ausmassenkung des gestellten Problems eine Verbesserung der numerischen Eigenschaften der zu lösenden Aufgabe in Bezug auf die Lokalisierung der Gebirgsschlagszentren gewonnen.

Celem przedstawienia sposobu obniżenia rozmiaru zadania iteracyjnego obliczania współrzędnych wstrząsów załóżmy, że lokalizacja zjawiska sejsmicznego odbywa się w ośrodku jednorodnym i izotropowym, a prędkość fali sejsmicznej jest znanym parametrem modelu. Ponadto załóżmy, że układ nieliniowych równań jest układem o rzędzie pełnym z elementami nadliczbowymi (s>4).

Różnice między zmierzonymi czasami pierwszych wejść t^{ex} a czasami obliczonymi z przyjętego modelu, dla każdej stacji sejsmometrycznej, oznaczmy symbolem:

$$e_j = \phi(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0) + t_0 - t_j^{ex} \qquad (j=1,\ldots,s) \tag{1}$$

Tradycyjny schemat rozwiązywania tak postawionego zadania lokalizacji sprowadza się najczęściej do Nieliniowego Zadania Najmniejszych Kwadratów na 4 niewiadome (x_0,y_0,z_0,t_0).

Sposób ten posiada co najmniej trzy wady:

- rozwiązanie układu (1) jest możliwe, jeśli początkowe przybliżenie poszukiwanych współrzędnych wstrząsu i momentu jego powstania są dostatecznie bliskie prawdziwemu położeniu ogniska wstrząsu i czasu t_0 (Fortuna i in. 1982),
- rozwiązanie równania normalnego o kwadratowej, symetrycznej i dodatnio określonej macierzy $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ ($\mathbf{A}$-macierz planowania) może być źle uwarunkowane, co wywołuje duże fluktuacje iteracyjne obliczanych poprawek parametrów ogniska wstrząsu. W skrajnych przypadkach fluktuacje tych poprawek mogą doprowadzić do sytuacji, w której zamiast zbliżać się do poszukiwanego ogniska wstrząsu, będziemy się od niego oddalać (Kornowski 1989),
- parametr t_0 jest niepotrzebnie obliczany, gdyż interesuje nas jedynie położenie ogniska wstrząsu.

Tę ostatnią wadę możemy łatwo usunąć. Macierz $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ można zapisać w postaci:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{c} \\ \mathbf{c}^T & s \end{bmatrix} \tag{2}$$

gdzie wektor $\mathbf{c}^T$ określony jest jako:

$$\mathbf{c}^T = \left(\sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,x}, \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,y}, \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,z} \right), \tag{3}$$

a ponadprzekątniowe wyrazy symetrycznej macierzy **W** wynoszą:

$$W_{11} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,x}^{2}, \quad W_{12} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,x}\varphi_{j,y}, \quad W_{13} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,x}\varphi_{j,z},$$

$$W_{22} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,y}^{2}, \quad W_{23} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,y}\varphi_{j,z}, \tag{4}$$

$$W_{33} = \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,z}^{2}$$

przy czym:

$$\varphi_{j,x} = \frac{\delta e(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0, t_0)}{\delta x_0}, \qquad \varphi_{j,y} = \frac{\delta e(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0, t_0)}{\delta y_0},$$

$$\varphi_{j,z} = \frac{\delta e(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0, t_0)}{\delta z_0}, \qquad \varphi_{j,t} = \frac{\delta e(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0, t_0)}{\delta t_0} = 1 \tag{5}$$

są pochodnymi funkcji e_j wyrażonej wzorem (1).

Po oznaczeniu:

$$\mathbf{a}^T = \left(\sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,x}\left(\varphi_j - t_j^{ex}\right), \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,y}\left(\varphi_j - t_j^{ex}\right), \sum_{j=1}^{s} \varphi_{j,z}\left(\varphi_j - t_j^{ex}\right) \right),$$

$$\alpha = \sum_{j=1}^{s} \left(\varphi_j - t_j^{ex}\right), \tag{6}$$

$$\varphi_j = \phi(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_0)$$

iloczyn $\mathbf{A}^T\mathbf{b}$ możemy zapisać w postaci:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \alpha \end{bmatrix} + t_0 \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ s \end{bmatrix} \tag{7}$$

Uwzględniając wzory (2) i (7) w równaniu normalnym Liniowego Zadania Najmniejszych Kwadratów, otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{c} \\ \mathbf{c}^T & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_x \\ \Delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \alpha \end{bmatrix} + t_0 \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ s \end{bmatrix} \tag{8}$$

gdzie:

$\mathbf{h}_x^T = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ - wektor poprawek współrzędnych hipocentrum wstrząsu w kolejnym kroku iteracyjnym,

Δt - poprawka czasu t_0 w kolejnym kroku iteracyjnym.

Tradycyjny sposób rozwiązywania układu równań (8) polega na przyjęciu pewnych wartości początkowych szukanych parametrów i obliczeniu wynikających z tego poprawek $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$. Uzyskana powyżej postać układu równań pozwala na obliczenie takiego t_0, by poprawka Δt miała dowolnie zadaną wartość. Wygodnie jest wybrać t_0 w taki sposób, aby $\Delta t = 0$. Układ równań (8) rozdziela się wówczas na dwie części:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}\mathbf{h}_x &= \mathbf{a} + t_0 \mathbf{c} \\ \mathbf{c}^T \mathbf{h}_x &= \alpha + t_0 s \end{aligned} \tag{9}$$

Obliczając t_0 z drugiego równania tej grupy wyrażeń i uwzględniając rezultat w pierwszym równaniu, otrzymujemy układ liniowych równań algebraicznych na przyrosty poszukiwanych współrzędnych hipocentrum wstrząsu:

$$\left(\mathbf{W} - \frac{1}{s}\mathbf{R}\right)\mathbf{h}_x = \mathbf{a} - \mathbf{c}\frac{\alpha}{s} \tag{10}$$

Ponadprzekątniowe wyrazy symetrycznej macierzy $\mathbf{R}$ wynoszą:

$$\mathbf{R}_{11} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,x}\Big)^2, \quad \mathbf{R}_{12} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,x}\Big)\Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,y}\Big), \quad \mathbf{R}_{13} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,x}\Big)\Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,z}\Big),$$

$$\mathbf{R}_{22} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,y}\Big)^2, \qquad \mathbf{R}_{23} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,y}\Big)\Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,z}\Big), \tag{11}$$

$$\mathbf{R}_{33} = \Big(\sum_{j=1}^{i} \varphi_{j,z}\Big)^2.$$

Proponowany sposób postępowania obniża rozmiar zadania lokalizacji wstrząsów oraz poprawia numeryczne uwarunkowanie problemu.

LITERATURA

1. Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J., 1982: Metody numeryczne. WNT, s. 149-150, Warszawa.
2. Kornowski J., 1989: Lokalizacja ognisk wstrząsów - podstawy i problemy. Prace GIG, Seria Dodatkowa nt. "Wybrane zagadnienia lokalizacji wstrząsów górniczych oraz geotomografii sejsmicznej ", s. 9-58, Katowice.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Józef Dubiński

Wpłynęło do Redakcji 11 października 1995 r.

Abstract

A classical approach to the location of seismic events consists in identifying the coordinates of epicentre or hipocentre of the tremor and time t_0 - arrival time. The time is treated as equivalent to focus coordinates. It is one of the unknowns numerically determined by means of iterative calculations. Since the equations connecting arrival times with seismometer coordinates and unknown focus coordinates are linear, the t_0 parameter can easily be eliminated. As a result, the dimension of the problem with regard to t_0, this parameter decreases and numerical properties of the seismic events location task are improved.