

Krystian KALINOWSKI\*, Jan KACZMARCZYK\*\*

\* Politechnika Śląska, Gliwice

\*\* Zakład Automatyki „DOSTER” sc., Tychy

## MODELE MATEMATYCZNE FLOTACJI CYKLICZNEJ WĘGLA

**Streszczenie.** Na podstawie badań eksperymentalnych przeprowadzono weryfikację modeli flotacji cyklicznej węgla. Wykazano, że model o charakterystyce w postaci rozkładu gamma jest najlepiej dopasowanym modelem.

## MATHEMATICAL MODELS OF A BATCH COAL FLOTATION

**Summary.** An experimental research were a base to the verification of used models of the batch coal flotation. The model with characteristic of gamma distribution appeared to the best model from all of those models.

### Wstęp

W badaniach symulacyjnych procesu flotacji węgla znalazły zastosowanie tzw. charakterystyki flotowalności ziaren minerału. Mogą służyć do oceny parametrów procesów flotacji w maszynach przepływowych (przemysłowych). Charakterystyki te wyznacza się na podstawie przebiegu kinetyki wydzielania się masy koncentratu i jej składników  $m(t)$  w czasie  $t$  w procesie flotacji cyklicznej. W literaturze spotyka się różnego typu modele. Można podzielić je na modele z:

- dyskretnym rozkładem flotowalności ziaren,
- ciągłym rozkładem flotowalności.

Modele z dyskretnym rozkładem flotowalności podane zostały przez Zonigę [7], Kellsela [3]. Modele z ciągłym rozkładem flotowalności podane zostały przez Woodburna i Love-deja [6].

W tabelicy 1 przedstawiono dotychczas stosowane modele (nr1,2,3,4,5) kinetyki wydzielania się masy koncentratu. Autorzy modelu nr 6 [2] sugerują wprowadzenie dodatkowego parametru tzw. opóźnienia transportowego. Powstaje więc problem doboru odpowiedniego modelu dla konkretnych danych pomiarowych, wyznaczenia jego parametrów i weryfikacji. Rozwiązanie tego problemu przedstawiono w pracy [2].

### Weryfikacja modeli kinetyki flotacji

Weryfikacji modeli dokonuje się na podstawie wyników badań eksperymentalnych flotacji danego minerału. Metodą przedstawioną w pracy [2] przeprowadza się w następujący sposób:

1. Dane pomiarowe wydzielania się masy koncentratu w  $N$  momentach czasu dzieli się na dwa zbiory:
  - „uczący”, służy do wyznaczenia parametrów modelu,
  - ”testujący”, służy do weryfikacji wyznaczonego modelu,
2. Wyznaczenie parametrów modelu następuje na podstawie zbioru uczący i aproksymacji przebiegu, stosując kryterium sumy kwadratów uchybów:

$$\text{var} = \min \left\{ \sum_{i=1}^L [m(t_i) - \bar{m}(t_i)]^2 / L \right\} \quad (1)$$

gdzie:  $m(t_i)$  - kolejne  $i$ -te wyniki pomiaru masy koncentratu, zaliczane do zbioru uczącego,  
 $\bar{m}(t_i)$  - kolejne  $i$ -te wyniki uzyskanych pomiarów masy koncentratu wyznaczone na podstawie przyjętego modelu,  
 $L$  - liczba elementów zbioru uczącego.

3. Wyznaczenie kryterium weryfikującego w postaci:

$$\text{wr} = \sum_{j=1}^{N-L} [m(t_j) - \bar{m}(t_j)]^2 / (N - L) \quad (2)$$

4. Wyboru modelu dokonuje się na podstawie wyników  $\text{wr}$  i  $\text{var}$ . Za lepszy uważa się model, dla którego wartość  $\text{wr}$  i  $\text{var}$  jest mniejsza.

Tablica 1

Modele matematyczne stosowane przez różnych autorów  
do opisu kinetyki wydzielania się koncentratu w procesie flotacji cyklicznej

Lp.	Autor	Wzór $m(t)$	$c(k)$
1		$M(1 - \exp(-k_0 t))$	$\delta(k - k_0)$
2	Kelsall [3]	$M_1 (1 - \exp(-k_1 t)) + M_2 (1 - \exp(-k_2 t))$	$\frac{M_1}{M_1 + M_2} \delta(k - k_1) + \frac{M_2}{M_1 + M_2} \delta(k - k_2)$
3	Woodburn, Loveday [6]	$M(1 - (1 + k_0 t)^{-n})$	$\frac{k_0^{-(n+1)}}{\Gamma(n)} k^n \exp(-\frac{k}{k_0})$
4	Panu [5]	$M\{1 - \frac{1}{k_0 t} [1 - \exp(-k_0 t)]\}$	
5	Lai [4]	$M - ct^{-k_0}$	$\frac{c}{M\Gamma(k_0 + 1)} k^{k_0}$
6	Kalinowski, Kaula [2]	$M\{1 - [1 + k_0(t - \tau)]^{-n}\}$	$\frac{k_0^{-(n+1)}}{\Gamma(n)} k^n \exp(-\frac{k}{k_0})$

Oznaczenia w tablicy 1:  $M, M_1, M_2, k_0, k_1, k_2, n$  - parametry poszczególnych modeli,  
 $k$  - współczynnik prędkości flotacji (flotowalność)

### Badania eksperymentalne

Wykonano badania eksperymentalne w maszynie laboratoryjnej o pojemności 30l. Maszynka ta wyposażona była w dodatkowy zbiornik do stabilizacji poziomu mętów. Zbiornik ten był wypełniony wodą z dodatkiem odczynnika pianotwórczego o odpowiadającej dawce  $D_{op}$ . Próbkę węgla o odpowiedniej masie była mieszana przez około 15 min. Na 2-3 min przed rozpoczęciem eksperymentu do zawiesiny wprowadzono wymagane dawki odczynnika pianotwórczego i kolektora. Jako kolektora użyto oleju napędowego, jako odczynnik pianotwórczy zastosowano mieszaninę węglowodorów  $C_5 - C_{10}$  o nazwie handlowej AC. Eksperymenty przeprowadzono dla różnych dawek odczynników flotacyjnych i natężenia

dopływu powietrza aeracyjnego. Niektóre wartości tych dawek przedstawiono w tabelcy 2, uzyskane wyniki weryfikacji odpowiadające tym wartościom przedstawiono w tabelcy 3.

Tabelca 2

Wartości dawek odczynników flotacyjnych,  
natężenia dopływu powietrza aeracyjnego  
i zagęszczenia nadawy w eksperymentach flotacji cyklicznej

Numer eksperymentu	$D_{ok}$ l/t	$D_{op}$ l/m <sup>3</sup>	$V_p$ l/h	$C_N$ kg/m <sup>3</sup>
1	0	0.006	540	100
2	1.2	0.006	540	100
3	2	0.006	540	100
4	0.9	0.006	200	100
5	0.9	0.006	410	100
6	0.9	0.006	140	100
7	0.9	0.003	540	100
8	0.9	0.009	540	100
9	0.9	0.006	540	80
10	0.9	0.006	540	120

Oznaczenia w tabelcy 2.:  $D_{ok}$  - dawka odczynnika kolektorowego,  $D_{op}$  - dawka odczynnika pianotwórczego,  $V_p$  - natężenie dopływu powietrza aeracyjnego,  $C_N$  - zagęszczenie nadawy.

Tabelca 3

Uzyskane wyniki badań weryfikacyjnych w kolejnych eksperymentach kinetyki flotacji dla dawek odczynników flotacyjnych podanych w tabelcy 2

Nr modelu	1	2	3	4	5	6
Nr eksp.	var wr	var wr	var wr	var wr	var wr	var wr
1	348 1026	39 133	149 202	146 479	29 101	46 84.3
2	3596 15050	405 211	806 3700	1072 3855	45 227	32 302
3	3745 15604	259 1640	539 26016	897 3535	41 32.2	38 227
4	892 2399	600 4522	642 1244	718 1252	1122 115	642 1230
5	2699 11205	1347 49285	1024 5814	1248 2604	2556 302.3	253 21.58

cd. tabeli 3

6	1041 539	1041 544	1189 1021	1153 1019	836 300	196 54 45
7	5761 20863	49 136	299 10076	2616 9269	164 450	76 907
8	8260 38267	794 0113	1778 13009	2971 44099	701 4418	308 6524
9	3380 4745	3380 4265	4195 6186	5397 9329	2755 542	242 436
10	13597 21100	13597 16673	15796 22914	14500 23782	11535 2128	2114 7403

Z tablicy widać, że najdokładniej odwzorowują przebiegi wydzielania się masy koncentratu w kolejnych eksperymentach następujące modele:

- 1 - model nr 6, 2, 5
- 2 - model nr 6, 5, 3
- 3 - model nr 6, 5, 4
- 4 - model nr 6, 5
- 5 - model nr 6, 7
- 6 - model nr 6
- 7 - model nr 2, 6
- 8 - model nr 6, 5
- 9 - model nr 6
- 10 - model nr 6, 5

### Wnioski

Z przeprowadzonych badań wynika, że dla badanego zakresu dawek odczynników flotacyjnych, natężenia dopływu powietrza aeracyjnego i zagęszczenia nadawy model nr 6 jest modelem najbardziej uniwersalnym. Modele nr 2 i 5 należą do modeli dobrze opisujących proces flotacji cyklicznej. Przy wyborze modelu należy dla każdego eksperymentu przeprowadzić analizę weryfikacyjną uwzględnianych modeli.

## LITERATURA

1. Kaczmarczyk J., Lach R.: Opracowanie modelu flotacji dla sterowania kryterialnego. Prace OBR EMAG, Katowice 1992.
2. Kalinowski K., Kaula R.: A verification method of coal flotation kinetic models. 12th International Coal Preparation Congress, Cracov 1994.
3. Kelsall D.F.: Application of probability in the assessment of flotation systems. Trans. Inst. Min. Metall, 70,191-204, 1961.
4. Lai R.W.: The overlooked of nature. Toshi Company, Pittsburgh, Pennsylvania, 1990.
5. Panu H.J.: Beitrag betreffend Gleichungen und Methoden zur Berechnung der Flotationsergebnisse. Rudy, N 3-4, 1970.
6. Woodburn E.T., Loveday B.K.: The effect of variable residence time on the performance of flotation system. J.Sout Afr. Inst. Min. and Met., v.65,1965.
7. Zuniga H.G.: Flotation recovery is an exponential function of its Boln Soc. Min. Santiago, 47, 1935.

Recenzent: Dr Tadeusz Tumidajski

Wpłynęło do Redakcji 25.09.1996 r.

**Abstract**

The paper presents a result of research on working out a mathematical model of the concentrate mass separation in the batch coal flotation process in the time  $t$ . These research have been applied to determining the characteristics of flotability particles in the feed. Experiments in the laboratory flotation machine (with a capacity of  $30 \cdot 10^{-3}$ ) were used to the verification of the most often practical (in the literature) models. The model with a transport delay, corresponds to characteristic of gamma distribution appeared to the best matched from all of those models.