

INSTYTUT METROLOGII ELEKTRYCZNEJ I ELEKTRONICZNEJ
POLITECHNIKA ŚLĄSKA

Piotr Filipski

ANALIZA DOKŁADNOŚCI PRZETWORNIKÓW MOCY CZYNNEJ
O ZASADZIE TDM

Praca doktorska

Promotor:

Doc.dr inż. Andrzej Marcyniuk

Gliwice, lipiec 1977r.

621.3.087.92 (049)



R-1764

S P I S T R E Ś C I

	<u>Str.</u>
Wykaz ważniejszych oznaczeń.	I - III
1. WSTĘP	1
1.1. Wprowadzenie.	1
1.2. Przetworniki mocy czynnej o zasadzie TDM.	4
1.2.1. Układy multiplikatorów TDM	5
1.2.2. Klasyfikacja modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia	9
1.2.3. Błąd dynamiczny multiplikatora TDM	11
1.2.4. Błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM	14
1.3. Cel i zakres pracy	18
1.4. Ocena dotychczasowych prac nad analizą dokładności multiplikatorów TDM	20
1.5. Metody analizy błędów modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM	22
2. ANALIZA BŁĘDU MODELOWEGO DYNAMICZNEGO PRZETWORNIKÓW MOCY CZYNNEJ O ZASADZIE TDM	26
2.1. Metoda analizy numerycznej błędów modelowego dynamicznego. Ocena dokładności metody.	26
2.1.1. Przypadek okresowy	29
2.1.2. Przypadek nieokresowy	34
2.1.3. Omówienie interpretacji wyników obliczeń	38
2.2. Multiplikator o modulatorze szerokości impulsu	42
2.2.1. Multiplikator o modulatorze naturalnym szerokości impulsu	42
2.2.2. Multiplikator o modulatorze jednostajnym szerokości impulsu	52
2.3. Multiplikator o modulatorze częstotliwości impulsów	58
2.4. Multiplikatory o multiwibratorze sterowanym	65
2.4.1. Multiwibratory sterowane	65

2.4.2. Metoda Pospiełkowa analizy układów przebieżnikowych	67
2.4.3. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym	69
2.4.4. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym synchronizowanym	76
2.4.5. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym o zmiennej pętli histerezy	86
2.5. Multiplikatory o modulatorze z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym	91
2.6. Zestawienie wyników analizy błędu modelowego dynamicznego	94
2.7. Korekcja błędu modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM	96
2.8. Przetwarzanie mocy przebiegów odkształconych	101
3. ANALIZA BŁĘDU INSTRUMENTALNEGO WYBRANYCH UKŁADÓW PRZETWORNIKÓW MOCY CZYNEJ O ZASADZIE TDM	105
3.1. Błędy instrumentalne wprowadzane przez przetworniki skali oraz filtr wyjściowy	105
3.2. Multiplikator o modulatorze naturalnym szerokości impulsu	106
3.3. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym	117
4. ZAKOŃCZENIE	130
5. DODATEK. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH	132
L i t e r a t u r a	158

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

A	- amplituda
A_1	- współczynnik w szeregu Fourier'a
B_1	- współczynnik w szeregu Fourier'a
C, c	- stała, czułość multiplikatora
E	- amplituda przebiegu impulsowego, wielkość wyjściowa elementu przekaźnikowego, stała modulatora α_r
$E_r^*(t)$	- przebieg wyjściowy o amplitudzie E modulatora α_r
$e^*(t)$	- przebieg wyjściowy o jednostkowej amplitudzie modulatora α
$e_r^*(t)$	- przebieg wyjściowy o jednostkowej amplitudzie modulatora α_r
f	- częstotliwość
f_y	- częstotliwość wielkości modulującej /wejściowej/
f_c, f_{co}	- częstotliwość przebiegu impulsowego modulowanego, niemodulowanego,
I	- wartość skuteczna prądu
I_m	- wartość maksymalna prądu
$I(t)$	- prąd przetwarzany
$i(t)$	- wielkość wejściowa multiplikatora proporcjonalna do przetwarzanego prądu
K_F	- transmitancja filtra dolnoprzepustowego
K_r	- transmitancja modulatora α_r dla składowej wolnozmiennnej
K_1	- transmitancja układu przekaźnikowego dla składowej wolnozmiennnej
k	- czułość modulatora α
k_a	- czułość modulatora amplitudy
k_r	- czułość modulatora α_r
L	- liczba okresów T_y w czasie uśredniania
N	- częstotliwość względna
P	- moc czynna
$p(t)$	- moc chwilowa
s	- względna amplituda przebiegu synchronizującego
T	- okres, odcinek czasu

- T_v - okres wielkości wejściowej /modulującej/
 T_c, T_{co} - okres przebiegu impulsowego modulowanego, niemodulowanego
 T_1 - czas trwania dodatniej części impulsu przebiegu $e_r^*(t)$
 T_2 - czas trwania ujemnej części impulsu przebiegu $e_r^*(t)$
 t - czas
 $t_{n,1}$ - chwila pojawienia się opadającego zbocza n-tego impulsu przebiegu $e_r^*(t)$
 $t_{n,2}$ - chwila pojawienia się narastającego zbocza n-tego impulsu przebiegu $e_r^*(t)$
 U - wartość skuteczna napięcia
 U_m - wartość maksymalna napięcia
 $U(t)$ - napięcie przetwarzane
 $U_o(t)$ - przebieg odniesienia
 $U_s^*(t)$ - przebieg synchronizujący
 U_s - amplituda przebiegu synchronizującego
 U_w - wielkość wejściowa układu przekaźnikowego
 $U_{wy}^*(t)$ - przebieg wyjściowy multiplikatora TDM
 U_{wy} - wielkość wyjściowa przetwornika mocy czynnej
 U_ξ - wielkość wyjściowa integratora
 u - napięciem stałe
 $u(t)$ - wielkość proporcjonalna do przetwarzanego napięcia
 x - wielkość mnożona /modulująca α_r /
 y - wielkość mnożona /modulująca amplitudę impulsu/
 z - iloczyn, zmienna operatorowa
 Δ, Δ° - niedokładność bezwzględna, względna
 $\Delta_{os}, \Delta_{sz}, \Delta_h, \Delta_{sn}$ - niedokładność komparatora wynikająca z wejściowego napięcia niezrównoważenia, napięcia szumów, histerezy, sygnału nieróżnicowego
 δ, δ° - błąd bezwzględny, względny
 δ_A, δ_{Ai} - błąd amplitudy modelowy, instrumentalny
 δ_{id}, δ_{is} - błąd instrumentalny dynamiczny, statyczny,
 δ_{md}, δ_{ms} - błąd modelowy dynamiczny, statyczny
 δ_p - błąd przetwarzania mocy

- δ_z - błąd iloczynu
- δ_y, δ_{y_i} - błąd fazy modelowy, instrumentalny
- δ_t - błąd opóźnienia
- $\varepsilon, \varepsilon_1$ - wielkości charakteryzujące dokładność obliczeń numerycznych
- θ - czas
- ν - odcinek czasu
- α - współczynnik wypełnienia impulsu
- α_r - różnicowy współczynnik wypełnienia impulsu
- μ - głębokość modulacji
- σ - wielkość progowa komparatora
- τ - stała czasowa, opóźnienie
- φ - kąt fazowy między przetwarzanym prądem i napięciem
- χ - początkowy kąt fazowy wielkości modulującej α_r

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

Przetwornik mocy czynnej realizuje funkcję przetwarzania wynikającą z definicji mocy czynnej P jako wartości średniej mocy chwilowej $p(t)$:

$$P = \frac{1}{T_p} \int_t^{t+T_p} p(t) dt \quad (1)$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (2)$$

$u(t)$, $i(t)$ - przebiegi okresowe napięcia i prądu w okresie T_p .

Gdy przebiegi napięcia i prądu są sinusoidalnie zmienne, wówczas moc czynna wyraża się wzorem

$$P = U I \cos \varphi \quad (3)$$

U , I - wartości skuteczne napięcia i prądu: φ - kąt przesunięcia fazowego między prądem i napięciem.

Przetworniki, których funkcja przetwarzania związana jest z realizacją r. (3) zwane są przetwornikami mocy średniej. W przetworniku takim wykonywane jest mnożenie wartości skutecznej jednej z wielkości wejściowych /np. U / oraz składowej czynnej drugiej z wielkości wejściowych /np. $I \cos \varphi$ /. Znajdują one zastosowanie w przypadku gdy przebiegi napięcia i prądu są sinusoidalnie zmienne.

Znacznie częściej stosowane są przetworniki, których funkcja przetwarzania realizuje r. (2), a moc czynna otrzymywana jest poprzez uśrednianie wielkości wyjściowej analogowego układu mnożącego. Przetworniki takie nazywane są przetwornikami mocy chwilowej. Przetwornik mocy chwilowej jest tożsamy z analogowym układem mnożącym /multiplikatorem/.

W przetwornikach mocy czynnej stosowane są obecnie multiplikatory realizujące mnożenie wg różnych zasad, np: multiplikatory halotronowe, multiplikatory na bazie układów kwadratujących lub logarytmujących, multiplikatory wykorzystujące rezystancje nieliniowe jako ele-
menty Wheatstone'a, multiplikatory transkonduktancyj-

ne /wykonywane technologią scaloną monolityczną/ oraz multiplikatory o zasadzie TDM.

Te dwa ostatnie rodzaje multiplikatorów będą w przyszłości najszerzej wykorzystywane w konstrukcjach przetworników mocy /por. np. [45] /. Multiplikatory transkonduktancyjne w przetwornikach mocy mniej dokładnych /niedokładność przetwarzania powyżej 0,1 - 0,2%/ lecz o szerokim paśmie przetwarzania /kilkadziesiąt kHz/, natomiast multiplikatory TDM w przetwornikach dokładniejszych lecz o węższym paśmie przetwarzania.

Multiplikatory TDM /z ang. Time Division Multiplier/, zasługują na szczególną uwagę, ponieważ są najdokładniejszymi znanymi obecnie analogowymi układami mnożącymi. Przetworniki mocy czynnej, w których zastosowano multiplikatory TDM /przetworniki mocy czynnej o zasadzie TDM/ cechuje szereg bezspornych zalet:

- duża dokładność przetwarzania /najwyższa/;
- duża dokładność w całym zakresie zmian współczynnika mocy;
- duża niezależność właściwości od wielkości wpływowych /temperatury, czasu/;
- duża moc sygnału wyjściowego;
- technologiczna łatwość wykonywania;
- możliwość /prostej realizacji/ galwanicznego oddzielenia obu torów przetwarzania, także przy prądzie stałym.

Jedyną istotną wadą omawianych przetworników jest stosunkowo niewielkie pasmo częstotliwości przetwarzanych przebiegów /zwykle kilkaset Hz/, gdy ma być zapewniona duża dokładność przetwarzania. Zmniejsza to przydatność tych przetworników do pomiaru mocy przebiegów odkształconych z dużą dokładnością. Ograniczenie pasma przetwarzania wynika z zasady przetwarzania i omówione zostanie w p.1.2.3 i 1.2.4.

Pomimo, iż zasada przetwarzania TDM znana była wcześniej, dokładny układ mnożący, w którym iloczyn chwilowych wielkości przetwarzany jest na "powierzchnię" impulsu /multiplikator TDM/, opisany został po raz pierwszy przez Goldberga [17] w roku 1952. Konstrukcja ta, będąca blokiem maszyny analogowej, zapewniała bardzo dużą dokładność mnożenia przebiegów stałoprądowych /niedokładność $\pm 0,01\%$ /. Pasma przetwarzania tej konstrukcji było, wg słów autora [17] szersze niż ówczesnie stosowanych układów elektromechanicznych

W ślad za tą publikacją, w literaturze pojawia się szereg opisów układów mnożących o zasadzie TDM /np. [35], [40], [47], [49], [65]/.

Pierwszym /1963 rok/ opisanym w literaturze przetwornikiem mocy czynnej o zasadzie TDM był przetwornik typu T357 seryjnej produkcji f-my Avtron Manufacturing Inc., [46]. Przetwornik ten zbudowany przy użyciu multiwibratora Royera był przetwornikiem klasy 1 w paśmie /0 - - 500/Hz.

W chwili obecnej zarówno multiplikatory TDM jak i przetworniki mocy czynnej o zasadzie TDM są szeroko stosowane. Produkowane seryjnie i budowane jednostkowo multiplikatory TDM znajdują zastosowanie w urządzeniach użytkowanych w skrajnych warunkach fizycznych /np. w technice kosmicznej [48], elektronice samochodowej [21]/, gdy równocześnie wymagana jest duża dokładność mnożenia, a częstotliwość przebiegów mnożonych jest rzędu kilkuset Hz. Przetworniki mocy czynnej o zasadzie TDM stosowane są głównie w miernictwie elektroenergetycznym, szczególnie w układach telemetrycznych [20], [31], we wzorcowych licznikach energii elektrycznych częstotliwości sieciowej [16], [28], [69], [73] oraz komparatorach mocy [8].

Najlepsze konstrukcje przetworników mocy o zasadzie TDM zapewniają niedokładność przetwarzania rzędu $\pm 0,02\%$ przy częstotliwości sieciowej, a rzędu ułamka procenta przy częstotliwości przetwarzanych przebiegów w paśmie kilku kHz [62]. Najnowsze wyniki konstrukcyjne pokazują, że istnieje możliwość rozszerzenia pasma mnożonych przebiegów do kilkunastu kHz przy zachowaniu niedokładności przetwarzania mniejszej niż $\pm 0,1\%$ /np. [41], [74]/.

Produkowane seryjnie multiplikatory TDM wykonywane są zwykle technologią hybrydową. Możliwe jest jednak wykonanie ich technologią monolityczną scaloną [14], [21],

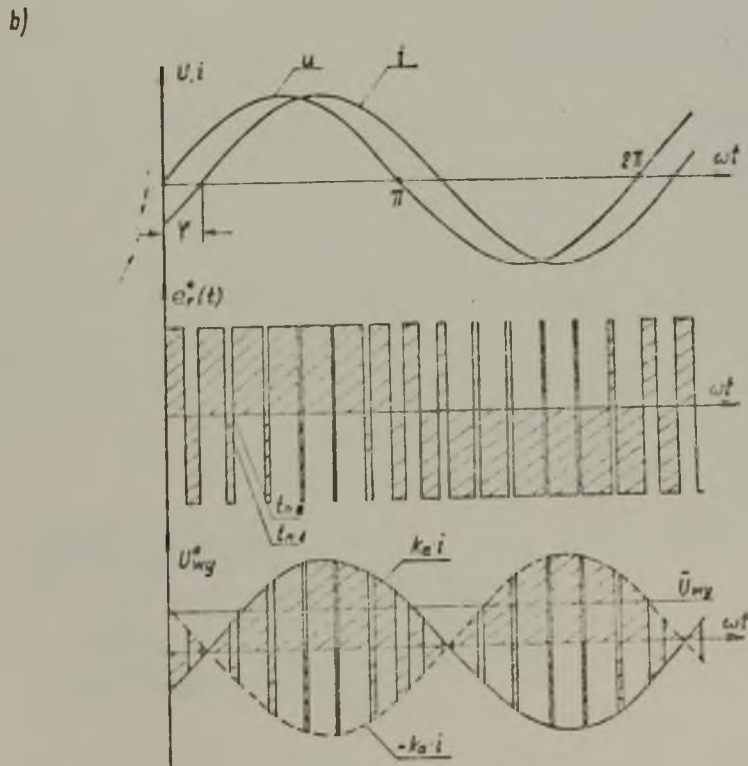
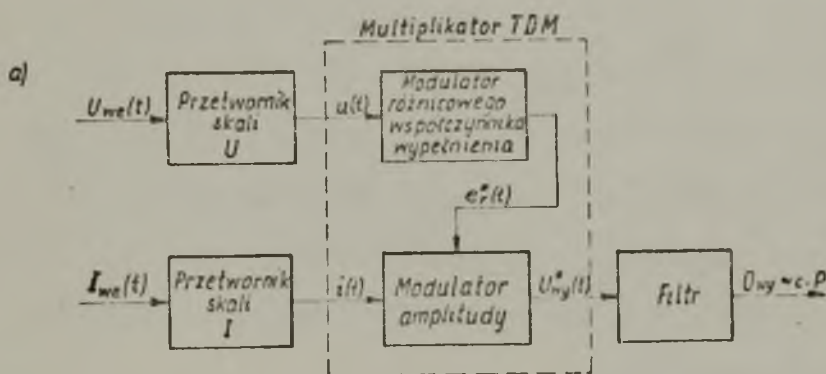
Z przedstawionego krótkiego przeglądu zagadnienia multiplikatorów TDM oraz przetworników mocy czynnej o tej zasadzie wynika, że problem rozszerzenia pasma częstotliwościowego tych układów jest szczególnie aktualny. Zadanie dokładnego pomiaru mocy przebiegów odkształconych staje się bowiem coraz częściej spotykanym zadaniem pomiarowym. Związane jest to z powszechnym stosowaniem w elektrotechnice przemysłowej tyrystorowych układów zasilających. Dlatego też, w niniejszej pracy poświęconej dokładności przetworników mocy czynnej o zasa-

ienie pierwszoplanowe podjęto analizie wpływu czę-

stotliwości przetwarzanych przebiegów na dokładność przetwarzania.

1.2. Przetworniki mocy czynnej o zasadzie TDM

Schemat strukturalny przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM przedstawiony jest na rys. 1. Przetwarzane wielkości - prąd i napięcie - wprowadzane są do przetworników skali /transformatory pomiarowe, bocznicnik, posobnik /. Wielkości wyjściowe przetworników skali, oznaczone



Rys.1. a/ schemat strukturalny przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM,

b/ przebiegi czasowe w poszczególnych punktach układu

jako $u(t)$ i $i(t)$ są następnie mnożone w multiplikatorze TDM. Składowa multiplikatora jest otrzymywana z impulsowego

$U_{wy}^*(t)$ multiplikatora za pomocą filtry dolno-

przepustowego.

Multiplikator TDM stanowi zasadniczy i specyficzny blok przetwor- nika mocy czynnej o zasadzie TDM. Analizie własności tego bloku ze względu na dokładność przetwarzania mocy czynnej poświęcona jest ni- niejsza praca.

1.2.1. Układy multiplikatorów TDM. W układzie mnożącym o zasadzie TDM wykorzystywany jest fakt, że "powierzchnia" impulsu prostokątnego jest równa iloczynowi czasu trwania impulsu i jego amplitudy. Jeżeli więc ciąg impulsów prostokątnych modulowany będzie w ten sposób, że czas trwania impulsów będzie proporcjonalny do jednej z wielkości mno- żonych, a amplituda do drugiej z wielkości mnożonych, to średnia za okres przetwarzania impulsu będzie w kolejnych okresach zmieniać się proporcjonalnie do iloczynu wielkości mnożonych, próbkowanych w odp- wiednich chwilach. Zilustrowano to na rys. 2a.

Stosunek czasu trwania impulsu do okresu jego przetwarzania nazywa się współczynnikiem wypełnienia im- puls. Jeżeli np:

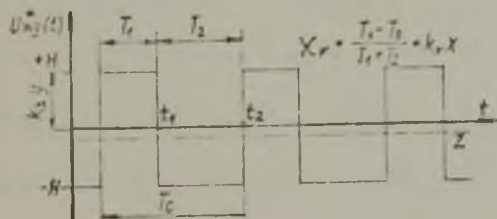
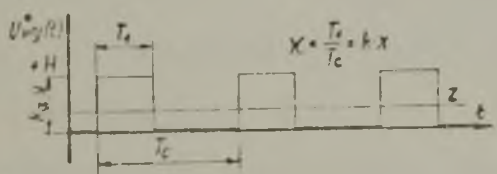
$$\chi = \frac{\text{def } T_1}{T_c} = k \cdot x \quad (4)$$

oraz

$$H = k_a \cdot y \quad (5)$$

to

$$z = \frac{T_1}{T_c} H = k k_a xy = cx \cdot y \quad (6)$$



Rys. 2. Przebieg wyjściowy multiplikatora TDM;
a/ przy mnożeniu dwucwiart-
kowym, b/ przy mnożeniu
czterocwiartkowym

gdzie:

χ - współczynnik wypełnienia impulsu,

T_1 - czas trwania dodatniej części impulsu,

T_c - okres powtarzania impulsu,

H - amplituda impulsu,

x, y - wielkości mnożone,

z - wartość średnia za okres powtarzania impulsu,
 k, k_a, c - stałe współczynniki proporcjonalności, niezależne od wielkości mnożonych.

Mówi się, że współczynnik \mathcal{K} jest modulowany.

Jeżeli $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, to wartość średnia ciągu impulsów jest stała i równa wartości średniej za okres impulsu. Okres rozumiany jest jako odcinek przebiegu impulsowego zawarty między dwoma kolejnymi zboczami narastającymi lub opadającymi. Proporcjonalną do iloczynu wartość średnią odtwarza się za pomocą filtra dolnoprzepustowego znajdującego się na wyjściu multiplikatora TDM.

Omówiony sposób modulacji może być stosowany w przypadku, gdy wielkość modulująca współczynnik wypełnienia nie zmienia swego znaku w trakcie przetwarzania. Związane jest to z faktem, że współczynnik wypełnienia jako iloraz dwóch odcinków czasu jest wielkością nieujemną i nie może odzwierciedlać zmian znaku wielkości modulującej. Taki układ mnożący nazywany jest układem dwuówiartkowym /dwukwadrantowym/, ponieważ pole funkcji przetwarzania leży w dwóch ćwiartkach układu współrzędnych x, y . W przetwornikach mocy czynnej, przeznaczonych głównie do przetwarzania przebiegów przemiennych, taki układ mnożący nie jest stosowany.

Rozszerzenie omówionej zasady mnożenia tak, żeby wielkości mnożone mogły przyjmować zarówno wartości dodatnie jak i ujemne /mnożenie czteroówiartkowe/ może być wykonane na dwa różne sposoby.

Sposób pierwszy polega na modulacji współczynnika wypełnienia przebiegiem wyprostowanym dwupołówkowo oraz na zmianie znaku wielkości modulującej amplitudę w taki sposób, by biegunowość impulsów wyjściowych multiplikatora była taka sama jak biegunowość iloczynu /por.rys.3, poz. 3 /.

W sposobie drugim ciąg impulsów wyjściowych multiplikatora ma postać jak na rys. 2b. W ciągu tym modulowany jest tzw. różnicowy współczynnik wypełnienia. Różnicowy współczynnik wypełnienia wyraża się zależnością:

$$\mathcal{K}_r = \frac{\text{def } T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \quad (7)$$

i zależnie od wielkości czasów T_1 i T_2 może przyjmować zarówno war-

tości dodatnie $T_1 > T_2$ jak ujemne $T_1 < T_2$.

Niech:

$$\mathcal{X}_r = k_r x,$$

$$a \quad H = k_a y$$

wartość średnia z za okres pojedynczego impulsu jest równa

$$z = \frac{T_1 H - T_2 H}{T_1 + T_2} = \mathcal{X}_r \cdot H = k_r k_a xy = cxy \quad (8)$$

T_1, T_2 oznaczają czasy trwania odpowiednio dodatniej i ujemnej części impulsu.

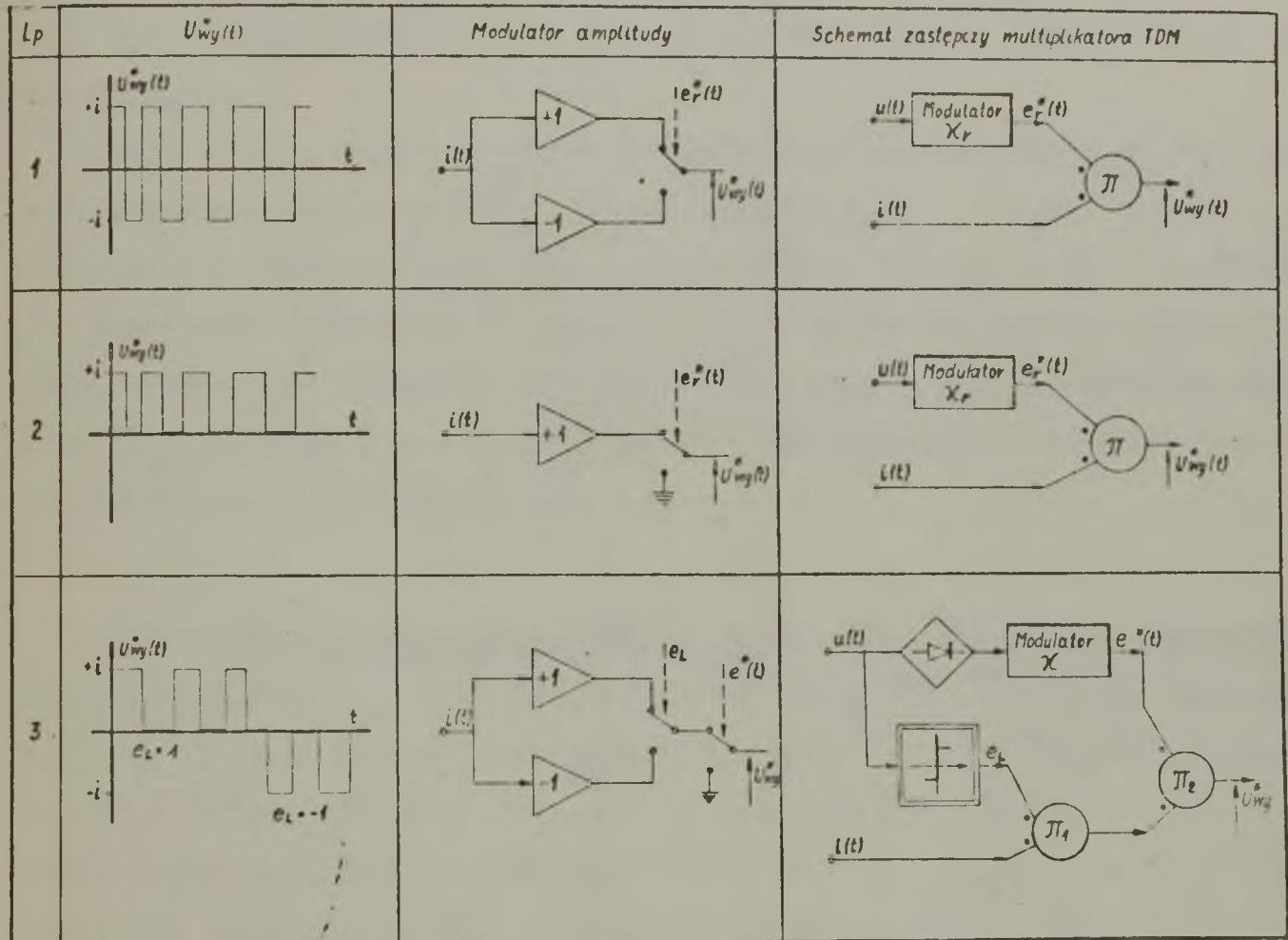
Jak uprzednio, jeżeli $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, to wartość średnia ciągu impulsów otrzymana na wyjściu filtra dolnoprzepustowego jest stała i proporcjonalna do iloczynu wielkości wejściowych.

Obie modulacje, tzn. modulacja różnicowego współczynnika wypełnienia oraz modulacja amplitudy, są wykonywane w dwóch odrębnych modulatorach.

Zarówno modulator w którym występuje modulacja \mathcal{X} jak i modulator w którym występuje modulacja \mathcal{X}_r nazywany jest w literaturze modulatorem szerokości impulsu. Nazwa ta jest więc wieloznaczna, ponieważ wielkością modulowaną i wchodzącą do równania przetwarzania multiplikatora jest odpowiednio albo \mathcal{X} albo \mathcal{X}_r , co jest istotne. Przez modulator szerokości impulsu rozumie się też w literaturze tylko układ impulsowy, na wyjściu którego pojawiają się impulsy o zmiennej szerokości /czasie trwania/ lecz o stałej amplitudzie, częstotliwości i fazie. Tylko w tym sensie rozumiana będzie w niniejszej pracy modulacja szerokości impulsu. Modulację współczynnika wypełnienia uzyskać można natomiast nie tylko poprzez modulację szerokości impulsu $T_c = \text{const}$, $T_1 = kx$ / lecz także np. poprzez modulację częstotliwości impulsów $T_1 = \text{const}$, $T_c = \frac{k'}{x}$ /. Dlatego mówić będziemy dalej albo o modulatorze współczynnika wypełnienia impulsu /modulator \mathcal{X} / albo o modulatorze różnicowego współczynnika wypełnienia impulsu /modulator \mathcal{X}_r /, zależnie od sytuacji. Użycie nazwy modulator \mathcal{X}_r kieruje uwagę na istotną cechę modulatora.

Modulator amplitudy jest fizycznie układem kluczującym /jak pokazano na rys. 3/, którego rytm łączeń sterowany jest wielkością wyjściową. odpowiednio $e_r^*(t)$ lub $e^*(t)$. Jak łatwo zauważyć,

kluczowanie takie jest równoważne mnożeniu przebiegu kluczowanego przez przebieg o jednostkowej amplitudzie sterujący kluczem. Stąd też na rys. 3 przedstawiającym schematy zastępcze multiplikatorów TDM, modulator amplitudy przedstawiono jako idealny /bezbłędny/ multiplikator.



Rys. 3. Układy multiplikatorów TDM stosowanych w przetwornikach mocy czynnej.

Na rys. 3 przyjęto następujące oznaczenia:

$u(t)$, $i(t)$ - wielkości mnożone proporcjonalnie odpowiednio do przetwarzanego napięcia i prądu;

$e^*(t)$, $e_r^*(t)$ - ciąg impulsów o jednostkowej amplitudzie i modulowanym χ lub χ_r ;

$$e_L = \text{sign}[u(t)]$$

$U_{wy}^*(t)$ - impulsowy przebieg wyjściowy multiplikatora TDM;

π - oznaczenie multiplikatora.

W przetwornikach mocy stosowany jest najczęściej /prawie wyłącznie/

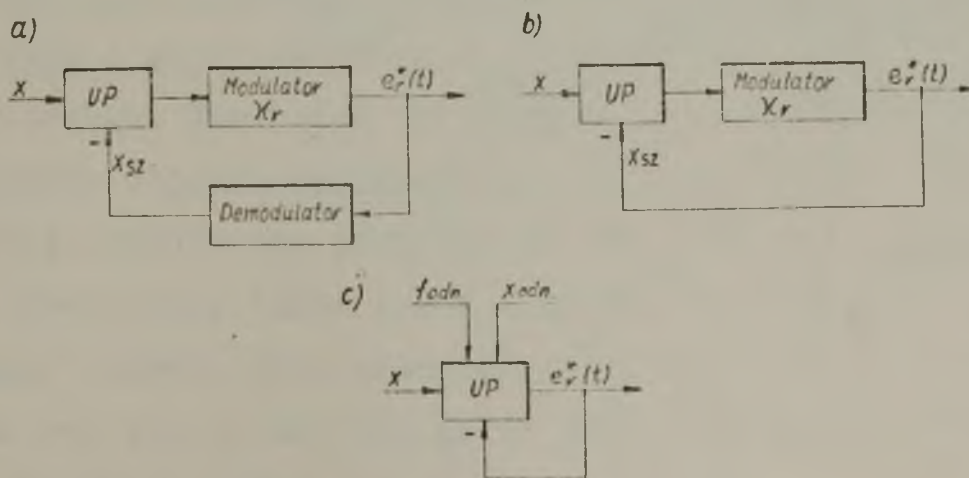
a rys. 3 poz. 1 - układ mnożący czteroćwiartkowy.

Z tego powodu analiza dokładności przetworników mocy czynnej o zasadzie TMI zostanie ograniczona do analizy jedynie tego multiplikatora.

Mnożenie czterościwkowe realizuje także układ z rys. 3 poz. 3. Jego konstrukcja jest bardziej złożona. Znajduje on zastosowanie jedynie we wzorcowych licznikach energii elektrycznej [16], ponieważ konstrukcja taka umożliwi zmniejszenie błędów przetwornika napięcia wyjściowe - częstotliwość, ważnego ogniwa w łańcuchu przetwarzania mocy na energię.

Układ z rys. 3 poz. 2 może być zastosowany wyłącznie w przypadku przetwarzania mocy przebiegów przemiennych [42], łatwo zauważyć, że nie ma istotnej różnicy pomiędzy tym układem a układem z poz. 1. Przebiegi wyjściowe modulatorów χ_r obu tych układów różnią się tylko o składową stałą. Nie przenosi się ona do składowej stałej napięcia wyjściowego \bar{U}_{wy} , jeżeli drugi z przebiegów przetwarzanych /na rys. 3 - $i(t)$ / nie zawiera składowej stałej.

1.2.2. Klasyfikacja modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia. Modulatory χ_r zaliczyć można do klasy przetworników nazywanych ogólnie przetwornikami analogowo-impulsowymi. Przetworniki takie/omówione w [30]/ realizują przetwarzanie wielkości ciągłej na pewną wielkość ciągu impulsów /amplitudę, częstotliwość, fazę, χ , χ_r /. Przetworniki te /modulatory/ można podzielić na przetworniki o strukturze otwartej i zamkniętej /ze sprzężeniem zwrotnym/. Za [30] rozróżniane będą trzy sposoby wprowadzenia sprzężenia zwrotnego do układu modulatora; pokazano je na rys. 4.



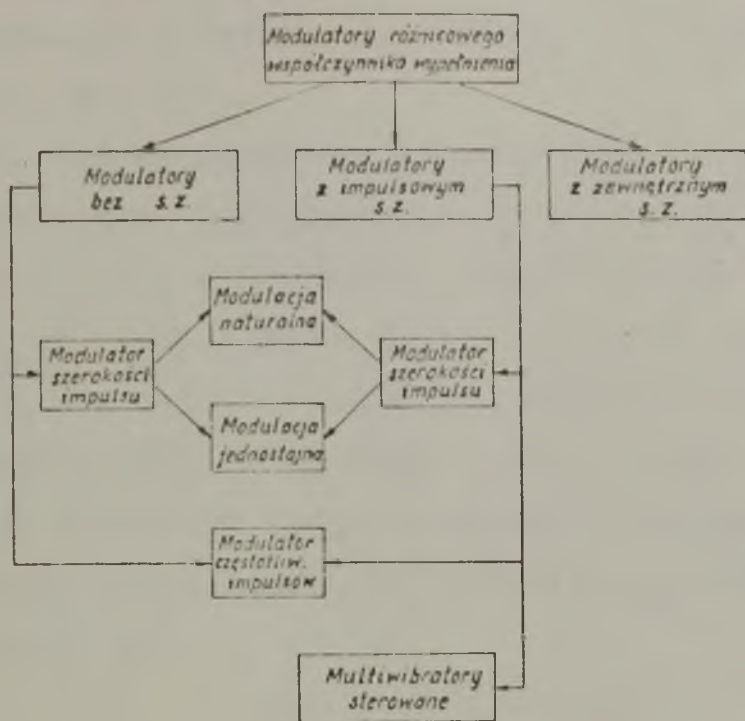
wprowadzania sprzężenia zwrotnego do układu
ra. UP - układ porównujący.

W układzie z rys. 4a w bloku porównującym /UP/ - zwykle wzmacniacz sumujący o dużym współczynniku wzmocnienia - następuje porównanie wielkości wejściowej i wielkości sprzężenia zwrotnego otrzymanego przez demodulację przebiegu impulsowego $e_r^*(t)$. Rolę demodulatora pełni filtr dolnoprzepustowy. Wzmocniona różnica obu tych wielkości moduluje różnicowy współczynnik wypełnienia. Metrologiczne cechy tego układu zależą w pierwszym rzędzie od charakterystyki filtra dolnoprzepustowego - demodulatora. Sprzężenie zwrotne istnieje w tym układzie tylko dla wolno zmieniającej się wartości średniej ciągu impulsów wyjściowych. Dla odróżnienia od układu następnego układ ten nazywany będzie w niniejszej pracy układem /modulatorem/ ze sprzężeniem zwrotnym dla składowej wolnozmiennnej lub z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym. Takim sprzężeniem zwrotnym objąć można dowolny typ modulatora różnicowego współczynnika wypełnienia. Umożliwia to zwiększenie dokładności statycznej /jest to typowy układ regulacji statycznej/ przetwarzania wielkości x modulującej α_r . Obecność w pętli sprzężenia zwrotnego filtra dolnoprzepustowego ogranicza jednak w sposób istotny szerokość pasma przetwarzania.

W układzie z rys. 4b astatyczny układ porównujący /integrator/ pełni jednocześnie rolę demodulatora. W odróżnieniu od układu poprzednio omówionego, sygnał sprzężenia zwrotnego jest sygnałem impulsowym. Fakt ten wyróżniać się będzie nazwą: modulator z impulsowym sprzężeniem zwrotnym.

Dalszym uproszczeniem układu z rys. 4b jest układ z rys. 4c. W układzie tym ten sam element pełni zarówno rolę astatycznego układu porównującego jak i modulatora. Dodatkowo do układu z rys. 4c doprowadzona jest wielkość odniesienia X_{odn} i ewentualnie przebieg synchronizujący o częstotliwości f_{odn} , ustalający częstotliwość przebiegu wyjściowego. Wielkości te w układach poprzednich zawarte były w modulatorze objętym sprzężeniem. Cechą charakterystyczną modulatora o takiej strukturze jest to, że nie może on pracować w układzie otwartym. Modulatory takie przez analogię do układu najprostszego /podstawowego/ nazwano multiwibratorami sterowanymi /por. p.2.5/.

Ze względu na cel tej pracy przydatna jest klasyfikacja modulatorów α_r ze względu na kryterium sprzężenia zwrotnego /rys. 5/. Wyróżniać należy /klasy modulatorów/ o strukturze otwartej, modula-



Rys. 5. Podział modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia

torów o impulsowym sprzężeniu zwrotnym oraz modulatorów o zewnętrznym sprzężeniu zwrotnym. Dla każdej wyróżnionej klasy modulatorów obowiązuje jednolity sposób analizy zdefiniowanego w p.1.2.4. błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM.

Do modulatorów o strukturze otwartej zaliczono modulatory szerokości impulsu oraz modulator częstotliwości impulsów. Każdy z tych modulatorów można objąć impulsowym sprzężeniem zwrotnym, co zaznaczono na rys. 5. Dodatkowo wyróżniono grupę multiwibratorów sterowanych, które nie mają swoich odpowiedników w układach o strukturze otwartej. Modulatorów z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym nie podzielono ze względu na przejrzystość rysunku. Każdy bowiem z modulatorów wyróżnionych w poprzednich grupach można objąć takim właśnie sprzężeniem.

W przyjętej klasyfikacji mieszczą się wszystkie stosowane w przetwornikach mocy czynnej modulatory α_r . Zasada działania i budowa poszczególnych układów omówione zostaną w dalszej części pracy.

1.2.3. Błąd dynamiczny multiplikatora TDM. Przedstawiając zasadę działania multiplikatora TDM przyjęto, że wielkości mnożone x i y są stałe w czasie. W tym przypadku idealnie wykonane modulatory realizu-

ją funkcję iloczynu zgodnie z założeniem.

Inna sytuacja powstaje, gdy wielkości mnożone są zmienne w czasie:

$$x = x(t), y = y(t).$$

Cechą charakterystyczną multiplikatora TDM jest to, że nie istnieje żadna zależność pomiędzy wartością chwilową impulsowej wielkości wyjściowej $U_{wy}^*(t)$, a wartością chwilową iloczynu $x(t) \cdot y(t)$. Wartość chwilowa $U_{wy}^*(t)$ jest proporcjonalna tylko do $y(t)$ lub $-y(t)$. Zależność taka natomiast istnieje pomiędzy wartością średnią za okres impulsu a iloczynem $x(t) \cdot y(t)$ odpowiednich wartości chwilowych. Zależnie od tego czy kierujemy uwagę na wartość średnią iloczynu za okres impulsu czy też na iloczyn wartości średnich czynników za okres impulsu możemy napisać, że

$$z(n) = c \overline{x \cdot y} + \delta_1(n) \quad (9a)$$

lub

$$z(n) = c \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} + \delta_2(n) \quad (9b)$$

gdzie:

$\bar{x}, \bar{y}, \overline{xy}$ - wartości średnie odpowiednio $x(t), y(t)$ oraz iloczynu $x(t) \cdot y(t)$ za okres impulsu;

$z(n)$ - wartość średnia n-tego impulsu, jej argumentem jest numer kolejny impulsu.

$$z(n) = \frac{k \cdot a}{T_{n,1} + T_{n,2}} \left[\int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} y(t) dt - \int_{t_{n,1}}^{t_{n,1}} y(t) dt \right] \quad (10)$$

Oznaczenia:

$T_{n,1} = t_{n,1} - t_{n-1,2}$ - czas trwania dodatniej części n-tego impulsu;

$T_{n,2} = t_{n,2} - t_{n,1}$ - czas trwania ujemnej części n-tego impulsu;

$t_{n,1}$ - chwila pojawienia się opadającego zbocza n-tego impulsu przebiegu $e_r^*(t)$;

$t_{n,2}$ - chwila pojawienia się narastającego zbocza n-tego impulsu przebiegu $e_r^*(t)$.

Wprowadzone wielkości z indeksem n odpowiadają wielkościom zaznaczonym na rys. 2 bez tego indeksu.

Równania /9a/ i /9b/ wyrażają zależność, że wartość średnia dowolnego n-tego impulsu różni się w przypadku ogólnym zarówno od wartości średniej iloczynu jak też od iloczynu wartości średnich czynników za okres n-tego impulsu. Różnica ta /zależnie od sytuacji $\sigma_1(n)$ lub $\sigma_2(n)$ / jest nazywana błędem dynamicznym chwilowym mnożenia.

Błąd ten można wyznaczyć w sposób wyraźny rozpatrując pracę konkretnego multiplikatora. W sposób ogólny natomiast jego powstawanie można wyjaśnić posługując się teorią próbkowania.

Z twierdzenia o próbkowaniu Shannona-Kotielnikowa wynika, że próbkując jednostajnie przebieg o ograniczonym widmie z częstotliwością co najmniej dwukrotnie większą od najwyższej częstotliwości występującej w widmie próbkowanego przebiegu można na podstawie próbek odtworzyć wartość przebiegu w dowolnej chwili także poza chwilami próbkowania. Warunkiem poprawności odtworzenia jest znajomość wartości próbek w nieskończenie długim okresie czasu oraz użycie filtru, służącego do odtwarzania próbkowanego przebiegu, którego odpowiedź czasowa na impuls Diraca jest typu

$$\frac{\sin \frac{\omega t}{2}}{\frac{\omega t}{2}}.$$

Przy odtwarzaniu przebiegu ze skończonej ilości próbek popełniamy błąd nazywany błędem odtworzenia. Zależy on od częstotliwości pobierania próbek oraz od charakterystyki filtru odtwarzającego /od algorytmu odtwarzania przebiegu próbkowanego/.

Analogiczna sytuacja zachodzi przy rozpatrywaniu multiplikatora TDM. Modulatory α_r oraz amplitudy rozpatrywać można jako układy próbkujące o skończonym czasie próbkowania. Odtworzenie wartości iloczynu wielkości próbkowanych na podstawie tylko wartości próbki w czasie trwania jednego impulsu nie może w ogólnym przypadku być bezbłędne. To właśnie wyrażają zależności /9a/ i /9b/.

Dla odtworzenia na wyjściu multiplikatora TDM średniej wielkości iloczynu konieczne jest zastosowanie filtru dolnoprzepustowego. Pasma przepustowe tego filtru jest dobierane tak, by stłumić harmoniczne przebiegu impulsowego nośnego nie wpływając znacząco na wolnozmienny /w porównaniu z szybkozmiennym przebiegiem nośnym/ przebieg iloczynu. Z tego więc wynika, że błąd dynamiczny mnożenia multiplikatora TDM jest ściśle uzależniony od charakterystyki filtru wyjściowego. Przy praktycznej realizacji multiplikatora TDM jego pasmo przetwarzania

zależy w pierwszym rzędzie od pasma przepustowego filtra wyjściowego i praktycznie się z nim pokrywa, np. [36], [49].

Nieco inaczej sytuacja przedstawia się w przypadku przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM. Tutaj wielkością odtwarzaną nie jest wolno zmieniający się przebieg iloczynu lecz wartość średnia /składowa stała/ impulsowego przebiegu wyjściowego multiplikatora. Jeżeli przebiegi przetwarzane są przebiegami okresowymi, wówczas wartość średnia ich iloczynu proporcjonalna do mocy czynnej jest stała. Stąd też własności dynamiczne filtra wyjściowego nie będą wpływały w stanie ustalonym na błąd przetwarzania mocy. Wielkość wyjściowa przetwornika będzie bowiem równa $\bar{U}_{wy} = \overline{U_{wy}^* (t) \cdot K_F(0)}$; przez $K_F(j\omega)$ oznaczono transmitancję częstotliwościową filtra wyjściowego. Pasma przetwarzania przetwornika mocy w takim przypadku zależą będzie tylko od pasma przetwarzania multiplikatora. Można więc oczekiwać, że przetwornik mocy, w którym zastosowano dany multiplikator, ma szersze pasmo przetwarzania niż sam multiplikator TDM łącznie z filtrem odtwarzającym. Dokładność przetwarzania przetwornika mocy nie może być charakteryzowana chwilowym błędem multiplikatora. Stąd też błąd przetwarzania przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM rozpatrzony zostanie oddzielnie.

1.2.4. Błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM. W punkcie poprzednim zwrócono uwagę na istotną cechę multiplikatora TDM a mianowicie na fakt, że multiplikator TDM realizujący funkcję przetwarzania /mnożenie/ bezbłędnie w przypadku gdy obie wielkości mnożone są wielkościami prądu stałego, wnosi błędy przetwarzania, gdy wielkości mnożone są zmienne w czasie. Przyjmujemy, że "idealna" funkcja przetwarzania multiplikatora oznacza funkcję liniową zarówno względem iloczynu jak też względem każdego z czynników z osobna /przy drugim stałym/. Dowolna wybrana struktura multiplikatora TDM realizuje taką funkcję tylko w przybliżeniu nawet wówczas, gdy elementy służące do realizacji tej struktury byłyby elementami idealnymi /realizującymi swoje funkcje bezbłędnie/.

Przy analizie dokładności przetwarzania, celowym staje się wyróżnienie dwóch kategorii zjawisk prowadzących do dwóch składowych błę-

du przetwarzania - modelowej i instrumentalnej. W pierwszym przypadku analizuje się dokładność modelu multiplikatora jako układu realizującego iloczyn i zbudowanego z elementów "idealnych", bezbłędných. Równanie przetwarzania dowolnej wybranej struktury o elementach idealnych - modelowa funkcja przetwarzania - jest/przybliżeniem/ modelem idealnej funkcji przetwarzania. Rozbieżność pomiędzy modelową a idealną funkcją przetwarzania jest błędem systematycznym modelu. Błąd ten nazywany będzie błędem modelowym danej struktury multiplikatora TDM.*
Techniczna realizacja przyjętej struktury zawiera elementy rzeczywiste. Stąd rzeczywista funkcja przetwarzania różni się będzie zarówno od idealnej jak i modelowej funkcji przetwarzania. Ten dodatkowy błąd systematyczny, który wyraża rozbieżność pomiędzy rzeczywistym równaniem przetwarzania a modelowym równaniem przetwarzania, nazywany jest błędem instrumentalnym /przysządowym/.

Zarówno błąd modelowy jak i instrumentalny zmieniają się w ogólnym przypadku z częstotliwością przebiegów przetwarzanych. Celowym jest więc wyróżnienie dwóch przypadków:

- wielkości wejściowe są wielkościami prądu stałego; multiplikator można charakteryzować za pomocą błędów /modelowego i instrumentalnego/ statycznych,
- wielkości wejściowe są wielkościami prądu przemiennego; przypadkowi temu odpowiada błąd modelowy i instrumentalny dynamiczny.

Dotychczas rozpatrywano błąd multiplikatora TDM. Jednak wszystkie powyższe uwagi odnoszą się do przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM. Mówić więc dalej będziemy o błędzie modelowym i instrumentalnym przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM. Rozumiane są one jako wartości średnie odpowiednich błędów multiplikatora za okres mnożonych przebiegów.

Przy rozpatrywaniu kolejnych układów przetworników zostanie wykazane, że błąd modelowy statyczny σ_{ms} przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM /błąd systematyczny przetwarzania mocy prądu stałego/ jest

* Błąd taki w metrologii nazywany jest zazwyczaj błędem metody lub błędem teoretycznym.

równy zeru. W stwierdzeniu tym kryje się także założenie, że błędy modelowe przetworników skali oraz filtru wyjściowego są równe zeru. Błąd przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM wyrazić można wzorem

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \frac{k_a}{T_p} \int_0^{T_p} e_r^*(t) \cdot i(t) dt - \frac{k_a k_r}{T_p} \int_0^{T_p} u(t) i(t) dt = \\ &= \frac{k_a}{T_p} \sum_{n=1}^{N_0} \left[\int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} i(t) dt - \int_{t_{n,1}}^{t_{n,2}} i(t) dt \right] - k_a k_r P \end{aligned} \quad (11)$$

gdzie: σ_p - błąd przetwornika mocy,
 N_0 - liczba impulsów przebiegu $e_r^*(t)$ przypadająca na okres T_p przebiegów przetwarzanych,
 k_a, k_r - czułości modulatorów amplitudy i \mathcal{H}_r dla prądu stałego.

Jeżeli błąd modelowy statyczny σ_{ms} jest równy zeru /dla $u(t) = \text{const}$, $i(t) = \text{const}$, $\sigma_p = \sigma_{ms} = 0$ /, wówczas wzór /11/ wyraża błąd modelowy dynamiczny oznaczony dalej przez σ_{md} /rozpatrujemy przetwornik modelowy/.

Obliczenie analityczne błędu modelowego wg zależności /11/ jest trudne, gdyż granice odpowiednich całek są funkcjami uwikłanymi wielkości modulującej \mathcal{H}_r .

Błąd modelowy dynamiczny analizowany będzie dla sinusoidalnie zmiennych wielkości wejściowych $u(t) = U_m \sin(\omega_p t + \varphi_u)$, $i(t) = I_m \sin(\omega_p t + \varphi_i)$. Niech $u(t)$ będzie wielkością modulującą w modulatorze \mathcal{H}_r . Przyjmijmy założenie, że w ciągu impulsów wyjściowych $e_r^*(t)$ modulatora \mathcal{H}_r znajduje się składowa o pulsacji ω_p wielkości modulującej. Oznacza to, że w stanie ustalonym $e_r^*(t)$ można przedstawić w postaci:

$$e_r^*(t) = e_0 + e_{\nu m} \sin(\omega_p t + \varphi_u + \delta_\varphi) + \sum_k e_{km} \sin(\omega_k t + \varphi_k) \quad (12)$$

gdzie:
 e_0 - składowa stała
 $\omega_k \neq \omega_p$

Amplitudę składowej o pulsacji ω_p warto zapisać w postaci $e_{\nu m} =$

... wiając /12/ do /11/ oraz korzystając z własności-

ci ortogonalności funkcji sinus, otrzymany wyrażenie na błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy:

$$\begin{aligned} \delta_{md} &= \frac{1}{2} k_a k_r U_m I_m (1 + \delta_A) \cos(\varphi + \delta_\varphi) - \frac{1}{2} k_a k_r U_m I_m \cos \varphi = \\ &= k_a k_r U I \left[(1 + \delta_A) \cos(\varphi + \delta_\varphi) - \cos \varphi \right] \end{aligned} \quad (13)$$

δ_A, δ_φ oznaczają błędy amplitudy i fazy, $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$. Dla uproszczenia przyjęto, że przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem okresowym o okresie T_γ .

Względny błąd przetwarzania przetwornika mocy wyraża się zwykle odnosząc błąd bezwzględny do mocy znamionowej przetwornika mocy, tzn. w postaci:

$$\begin{aligned} \delta_{md}^o &= \frac{k_a k_r U I (1 + \delta_A) \cos(\varphi + \delta_\varphi) - k_a k_r U I \cos \varphi}{k_a k_r U_{zn} I_{zn}} = \\ &= \frac{U I}{U_{zn} I_{zn}} \left[(1 + \delta_A) \cos(\varphi + \delta_\varphi) - \cos \varphi \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$k_a k_r U_{zn} I_{zn} = P_{zn}$ - moc znamionowa przetwornika wyrażona po stronie wyjścia. Przy analizie teoretycznej błędu przetwarzania posługiwano się jako wielkością odniesienia mocą znamionową jest niewygodne. Jej wartość może być ustalona dowolnie. /Oczywiście w pewnych racjonalnych granicach/. Dlatego błąd względny będzie rozpatrywany przy

$\frac{UI}{U_{zn} I_{zn}} = 1$ tzn. w postaci

$$\delta_{md}^o = (1 + \delta_A) \cos(\varphi + \delta_\varphi) - \cos \varphi \quad (15)$$

Gdy $U \leq U_{zn}$ i $I \leq I_{zn}$ to błąd względny wyznaczony wg zależności /14/ jest nie większy niż błąd wyznaczony wg zależności /15/.

Wzór /15/ można uprościć zakładając, że $\delta_A, \delta_\varphi \ll 1$. Założenie to jest zazwyczaj spełnione. Rozkładając funkcję $\cos(\varphi + \delta_\varphi)$ na szereg Taylora w otoczeniu punktu φ oraz odrzucając wyrazy rzędu wyższego niż drugi, otrzymuje się

$$\delta_{md}^o \approx \left(\delta_A - \frac{\delta_\varphi^2}{2} \right) \cos \varphi - (\delta_\varphi + \delta_A \delta_\varphi) \sin \varphi \quad (16a)$$

Różnica między określeniem błędu z równ. /16a/ a równ. /15/ jest



mniejsza niż $\frac{|\delta_A| \delta_\varphi^2}{2} + \left| (1 + \delta_A) \frac{\delta_\varphi^3}{6} \right|$ Dodatkowo, jeżeli $\delta_A \ll \delta_\varphi$ /założenie to jest zwykle spełnione; zostanie to pokazane przy analizie szczegółowej błędów/, wówczas wzór /16a/ można przepisać w postaci:

$$\delta_{\text{md}}^{\circ} \approx \left(\delta_A - \frac{\delta_\varphi^2}{2} \right) \cos \varphi - \delta_\varphi \sin \varphi \quad (16b)$$

Do znalezienia błędów modelowego dynamicznego przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM ze wzorów /15/ lub /16/ konieczna jest znajomość harmonicznej o częstotliwości przebiegu mierzonego w ciągu impulsów wyjściowych $e_R^*(t)$ modulatora α_R . Metody wyznaczania tej harmonicznej przedyskutowane zostaną w p. 1.5.

1.3. Cel i zakres pracy

W błędzie przetwarzania przetwornika mocy czynnej o zasadzie TDM wyróżniono dwie składowe błędów systematycznego przetwarzania. Pierwsza z nich, błąd modelowy, związana jest z zastosowaniem do przetwarzania mocy zasady TDM. Druga, błąd instrumentalny, jest miarą rozbieżności pomiędzy modelem matematycznym przetwornika a charakterystyką jego technicznej realizacji. Wielkość błędów instrumentalnego zależy od doskonałości realizacji układu modelowego, przede wszystkim od jakości elementów zastosowanej w konstrukcji technicznej przetwornika. Ten sam układ modelowy może być zrealizowany na szereg różnych sposobów, przy czym w każdym przypadku dominującym źródłem błędów instrumentalnego może być inny element układu. Stąd też analiza błędów instrumentalnego winna być przeprowadzona oddzielnie dla każdej konkretnej realizacji. Inny bowiem instrumentalny błąd przetwarzania powstaje wówczas, gdy np. integratorem jest wzmacniacz operacyjny objęty pojemnościowym sprzężeniem zwrotnym lub pojemność ładowana stałym prądem ze źródła o skończonej impedancji wewnętrznej lub też gdy do tego celu wykorzystuje się rdzeń o prostokątnej pętli histerezy. Błąd instrumentalny jest także ściśle związany z aktualnym stanem techniki i technologii elektronicznej. W miarę doskonalenia jakości poszczególnych elementów układu /tzn. w miarę zmniejszania się rozbieżności pomiędzy ich cechami modelowymi a własnościami rzeczywistymi/ błąd instrumen-

talny może być coraz mniejszy.

Minimalnym błędem jaki może być osiągnięty przy realizacji praktycznej przetwornika o danej strukturze jest błąd modelowy. Jego wartość zależy, jak zostanie to pokazane w dalszej części pracy, od struktury realizującej zasadę TDM. Błąd modelowy statyczny przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM jest równy zeru. Nie jest natomiast równy zeru błąd modelowy dynamiczny. Z teorii próbkowania wynika bezpośrednio, że winien on maleć ze wzrostem częstotliwości próbkowania. Ważne są odpowiedzi na pytania: jaka jest przy danych parametrach struktury wartość błędu modelowego dynamicznego, jak zmienia się błąd modelowy dynamiczny wraz ze wzrostem częstotliwości próbkowania, jakie inne parametry modelu /oprócz częstotliwości próbkowania/ wpływają na jego wartość, jak zależy on od przyjętej struktury przetwornika. Znajomość błędu modelowego dynamicznego niezbędna jest konstruktorowi do rozwiązywania zagadnienia kompensacji tego błędu jako błędu systematycznego wybranej struktury przetwornika TDM. Te pytania i znaczenie odpowiedzi na nie były racjami, dla których podjęta została niniejsza praca. W literaturze spotkać można bowiem jedynie cząstkowe i doświadczone opracowania omawianego zagadnienia. Brak jest opracowań, w oparciu o które można by świadomie wybierać optymalne konstrukcje przetworników ze względu na przyjęte założenia np. co do dokładności.

Błąd modelowy dynamiczny maleje wraz ze wzrostem częstotliwości próbkowania. Ze wzrostem tej częstotliwości wzrasta jednak ogólnie - - przy danej jakości rozwiązania fizycznego - błąd instrumentalny. Racjonalne rozwiązanie będzie kompromisem pomiędzy tymi dwoma przeciwstawnymi faktami. Stąd też za celowe uznano przedyskutowanie na wybranych przykładach, jakiego rzędu błędów instrumentalnych należy się spodziewać przy konkretnej realizacji przetwornika oraz jakość których elementów jest krytyczna dla dokładności przetwarzania.

Wyniki wykonanej pracy powinny pozwolić konstruktorowi na świadome kształtowanie cech metrologicznych i technicznych przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM.

1.4. Ocena dotychczasowych prac nad analizą dokładności multiplikatorów TDM

Literatura poświęcona modulatorom szerokości impulsu, multiplikatorom TDM, przetwornikom mocy czynnej o zasadzie TDM oraz pokrewnym układom impulsowym /np. falowniki, wzmacniacze klasy D i inne / jest bardzo obszerna. Podaje ona głównie opis realizowanych układów oraz wyniki eksperymentów. Analiza pracy ograniczona jest zazwyczaj do analizy pracy przy prądzie stałym. Tylko w niewielu przypadkach badane są własności tych układów przy przetwarzaniu wielkości przemiennych oraz rozpatrywany jest wpływ poszczególnych czynników na ich dokładność i własności dynamiczne.

Najwięcej teoretycznych prac poświęconych jest analizie widma modulatorów \mathcal{X}_r , w szczególności modulatorów szerokości impulsu [9], [18] [25], [53], [66]. Analityczny rozkład na szereg Fourier'a ciągu impulsów wyjściowych modulatorów szerokości impulsu podano w [9]. Wzory te zostaną wykorzystane do analitycznego oszacowania błędu modelowego dynamicznego. W pozostałych czterech wymienionych pracach widmo modulatorów \mathcal{X}_r rozpatrywane jest z punktu widzenia pracy falowników. Ograniczyło to zainteresowanie autorów do przypadku małego stosunku częstotliwości przebiegu nośnego/impulsowego/ do modulującego - rzędu kilku, kilkunastu. Dla multiplikatorów TDM wielkość ta jest zwykle rzędu kilkudziesięciu. Dodatkowo analizy te traktowane były raczej jakościowo, stąd autorzy tych prac nie przykładali wagi do dokładności obliczeń i oszacowań. Z wymienionych powodów szczegółowe wyniki tych prac nie mogą być w pełni użyteczne przy analizie dokładności przetworników poniarowych mocy czynnej o zasadzie TDM.

Błąd modelowy dynamiczny /chwilowy/ multiplikatora TDM o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym analizowano w [39]. Autor przyjął jako wielkość modulującą różnicowy współczynnik wypełnienia funkcję liniowo narastającą. Warunek, który otrzymał na poprawne odtworzenie tego przebiegu /przy założeniu, że wielkość modulująca amplitudę jest stała/ w ciągu impulsów wyjściowych multiplikatora przełożył na sinusoidalną funkcję modulującą. Otrzymane w ten sposób kryterium doboru parametrów multiplikatora ze względu na daną chwilową

dokładność mnożenia jest znacznie bardziej ostre niż podane poniżej w p.2.4.3 kryterium odpowiednie dla przetwarzania mocy czynnej z taką samą dokładnością.

Analizie błędu systematycznego przetwarzania mocy /nazywanego w niniejszej pracy błędem modelowym dynamicznym/ poświęcono prace [6], [8], [57], [61].

W pracy [61] obliczono błąd modelowy dynamiczny /nazywany błędem metody wynikającym z dyskretyzacji/ wprowadzany przez multiplikator TDM o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym. Autorka [61] błędnie stwierdza, że błąd ten, specyficzny dla zasady przetwarzania, nie zależy od układu modulatora \mathcal{X}_r . Przy analizie błędu przyjęła założenie, że częstotliwość przebiegu wyjściowego modulatora \mathcal{X}_r nie zmienia się wraz ze zmianami wielkości modulującej /w rzeczywistości zmienia się parabolicznie/ oraz, że przebieg modulujący można przyjąć jako stały w okresie jednego impulsu. Takie założenia upraszczające zniekształciły zasadę działania układu. Założenia te spełnia bowiem tylko modulator szerokości impulsu z próbkowaniem jednostajnym, co potwierdzają wyniki podane w p. 2.2.2., otrzymane przez autora dla takiego właśnie układu modulatora \mathcal{X}_r .

Do takich samych wyników doszedł Wołgin [68] analizując pracę kwadratora, w którym zastosowano modulator szerokości impulsu z próbkowaniem jednostajnym.

Należy jednak dodać, że w obu powyższych pracach [61], [68] pominięto składową błędu modelowego proporcjonalną do błędu fazy, co powoduje, że analizy te są niepełne.

W [6] /a także w [7] / próbowano oszacować błąd modelowy dynamiczny /nazywany całkowym błędem metody/ dla dwóch układów multiplikatorów TDM o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym oraz o modulatorze szerokości impulsu z próbkowaniem naturalnym. Autorzy tej pracy podzielili ogólnie multiplikatory TDM na dwie klasy: o stałej i zmiennej częstotliwości próbkowania. Nie zwrócili uwagi na fakt, że na błąd modelowy dynamiczny istotny wpływ ma struktura modulatora \mathcal{X}_r a w szczególności istnienie lub brak w tej strukturze pętli sprzężenia zwrotnego. Stąd też za pomocą tej samej zależności w [6] oszacowany jest błąd przetwarzania mocy wprowadzany przez modulator szeroko-

no funkcję opisującą elementu przekaźnikowego /komparatora z histerezą/ z linearyzowaną transmitancją tego elementu dla składowej wolnozmiennnej /modulującej/.

W powyższym przeglądzie prac dotyczących błędu przetwarzania przetworników TDM omówiono te, w których zajmowano się błędem modelowym dynamicznym lub których wyniki można do analizy tego błędu wykorzystać. W wielu pracach, w których opisano konkretne realizacje zarówno modulatorów χ_r , multiplikatorów TDM oraz przetworników mocy o tej zasadzie, autorzy ograniczają analizę do błędu instrumentalnego statycznego tych układów oraz dyskutują konstruktorskie metody jego zmniejszenia. Błędy instrumentalne są jednak ściśle związane z konkretnymi realizacjami danego modelu. Dlatego prace te, wymienione w zestawieniu literatury /np. [21], [30], [41], [48], [56], [62] i inne/ nie zostały w powyższym omówieniu uwzględnione.

1.5. Metody analizy błędu modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM

W p. 1.2.4 pokazano, że błąd modelowy dynamiczny znaleźć można, jeżeli znana jest zależność jaka wiąże ze sobą przebieg wejściowy /modulujący/ modulatora χ_r i harmoniczną o częstotliwości przebiegu modulującego ω_p w ciągu impulsów wyjściowych $e_r^*(t)$ modulatora. Zależność taka może np. wynikać z analitycznego rozkładu na szereg Fourier'a przebiegu $e_r^*(t)$. W tym przypadku analizę błędu przeprowadzić można badając współczynnik szeregu Fourier'a składowej o częstotliwości ω_p . Metodę tę wykorzystano przy analizie błędu przetwornika o modulatorze szerokości impulsu, p.2.2.

Gdy układ modulatora χ_r jest bardziej złożony /z ujemnym sprzężeniem zwrotnym/ i rozkład na szereg Fourier'a przebiegu $e_r^*(t)$ nie jest znany, należy stosować inne metody analizy.

Błąd modelowy dynamiczny obliczyć można numerycznie, bezpośrednio z równ. /11/. Należy w tym celu znaleźć numerycznie chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsów $t_{n,1}$, $t_{n,2}$, a następnie wartości odpowiednich całek oraz sumy szeregu po prawej stronie równ./11/. W ten sposób analizowano błąd modelowy dynamiczny w pracy [8]. Wygodniejszym

wariantem tej samej metody, ze względu na analizę, jest obliczanie wartości błędów amplitudy oraz fazy składowej e , przebiegu $e_r^*(t)$ zamiast bezpośrednio wartości błędu modelowego. W takim bowiem przypadku nie zachodzi konieczność obliczania błędu przy różnych wartościach kąta przesunięcia fazowego φ . Dla dowolnej wartości tego kąta błąd można obliczyć z równ./16/ korzystając z obliczonych wartości δ_A i δ_φ . Takie właśnie jednolite podejście do analizy numerycznej błędu modelowego dynamicznego przyjęto w niniejszej pracy. Stosowanie analizy numerycznej wnosi jednak pewne specyficzne dla tej metody ograniczenia utrudniające interpretację otrzymanych wyników. Zagadnienie to szczegółowo dyskutowane jest w p. 2.1. Metoda numeryczna pozwala na dokładne /w ramach wspomnianych ograniczeń/ obliczenie wartości błędu tylko dla konkretnych wielkości charakterystycznych układu modulatora oraz przebiegu wejściowego. Przy rozpatrywaniu wpływu poszczególnych parametrów na błąd ilość obliczeń rośnie gwałtownie, a otrzymane w postaci liczb i wykresów wyniki zwykle z trudem dają się ująć w postaci przejrzystych zależności empirycznych. Zadanie komplikuje się, jeżeli chcemy uwzględnić błąd instrumentalny dynamiczny. Stąd też użyteczne jest choćby przybliżone określenie błędu analitycznie.

Przy analitycznym badaniu układów nieliniowych oraz impulsowych w teorii regulacji wprowadza się często pojęcie zastępczej transmitancji układu dla składowej wolnozmiennej. Pojęcie to będzie użyteczne w toku następującej analizy. Transmitancja zastępcza dla składowej wolnozmienniejącej się układu nieliniowego rozumiana jest następująco.

W modulatorze χ_r wielkość wejściowa modulatora $u(t)$ moduluje różnicowy współczynnik wypełnienia ciągu impulsów, których częstotliwość jest znacznie większa od częstotliwości wielkości modulującej. Można więc wyróżnić dwa przebiegi: szybkozmienny przebieg impulsowy oraz wolnozmienny przebieg modulujący. Modulacja różnicowego współczynnika wypełnienia przebiegu impulsowego powoduje, że chwilowa /za okres jednego impulsu/ wartość średnia tego przebiegu zmienia się zgodnie z wolnozmienną wielkością modulującą. Kierując uwagę na te

dwie wielkości wolnozmiennie: modulującą i odpowiadającą jej składową w przebiegu wyjściowym można przy przybliżonej analizie zastąpić układ impulsowy układem ciągłym, który dla składowej wolnozmiennnej zachowuje się tak jak dany układ impulsowy. Transmitancja dla składowej wolnozmiennnej to transmitancja takiego właśnie układu zastępczego. Jeżeli wielkość wejściowa jest wielkością sinusoidalnie zmienną, mówi się odpowiednio o transmitancji częstotliwościowej.

Jeżeli dana jest zastępcza transmitancja częstotliwościowa modulatora \mathcal{X}_r w postaci $K_r(j\omega_\nu)$, a przebieg modulujący ma postać $U_m \sin(\omega_\nu t + \varphi_u)$, wówczas w przebiegu $e_r^*(t)$ można się spodziewać składowej $e_{\nu m} = U_m |K_r(j\omega_\nu)| \cdot \sin[\omega_\nu t + \varphi_u + \arg K_r(j\omega_\nu)]$. Zgodnie z przyjętymi wcześniej oznaczeniami $K_r(0) = k_r$, stąd błędy amplitudy i fazy są równe odpowiednio

$$\delta_A = \frac{|K_r(j\omega_\nu)|}{|K_r(0)|} - 1 \quad \delta_\varphi = \arg K_r(j\omega_\nu) \quad (17)$$

Znajomość zastępczej transmitancji częstotliwościowej modulatora \mathcal{X}_r pozwala więc na określenie błędu modelowego dynamicznego z równ. /16/.

Dla znalezienia omówionej transmitancji w teorii regulacji stosuje się różne metody. W szczególności przy rozpatrywaniu układów nieliniowych i przekaźnikowych, stosuje się tzw. metodę pierwszej harmonicznej /metodę linearyzacji harmonicznej/, a w przypadku układów impulsowych i cyfrowych metodę transformacji Z. Poniżej w p. 2.4.2 zostanie pokazane, że analizę multiwibratorów sterowanych można spro- wadzić do analizy tzw. układów przekaźnikowych. Stąd też dla znale- zienia zastępczej transmitancji częstotliwościowej modulatorów \mathcal{X}_r zastosowano metodę analizy układów przekaźnikowych Pospiełowa [43]. Metoda ta, w przeciwieństwie do metody linearyzacji harmonicznej* okazała się w rozpatrywanym przypadku szczególnie użyteczna.

Oprócz omówionych metod wymienić należy metodę analizy błędu mode-

* Można łatwo wykazać, że rozpatrywane układy multiwibratorów nie spełniają podstawowych założeń metody linearyzacji harmonicznej.

lowego dynamicznego zastosowanej w [6] /a także np. w [39]/. W [6] obliczono błąd modelowy dynamiczny wg wzoru /11/ posługując się rozwinięciem w szereg potęgowy zarówno funkcji podcałkowych jak i granic całkowania. Otrzymane po zastosowaniu wielu niedyskutowanych uproszczeń, zależności przedstawione w [6] są złożone i trudne do interpretacji. Dlatego też metody tej nie stosowano w niniejszej pracy.

2. ANALIZA BŁĘDU MODELWEGO DYNAMICZNEGO PRZETWORNIKÓW MOCY CZYNNIEJ O ZASADZIE TDI

2.1. Metoda analizy numerycznej błędu modelowego dynamicznego.

Ocena dokładności metody.

Numeryczna metoda analizy błędu modelowego dynamicznego sprowadza się do numerycznego obliczania amplitudy i fazy harmonicznej o częstotliwości modulującej zawartej w ciągu impulsów wyjściowych modulatora

α_r .

Schematy blokowe wg których przeprowadzone zostały obliczenia pokazano na rys. 6. Do obliczeń użyteczne było wprowadzenie kilku wielkości pomocniczych oznaczonych następująco: częstotliwość względna - N , głębokość modulacji - μ , faza początkowa - χ .

Przez częstotliwość względną N rozumie się stosunek częstotliwości impulsów modulowanych do częstotliwości wielkości modulującej.

$$N = \frac{f_c}{f_y} = \frac{\omega_c}{\omega_y} = \frac{T_y}{T_c} \quad (18)$$

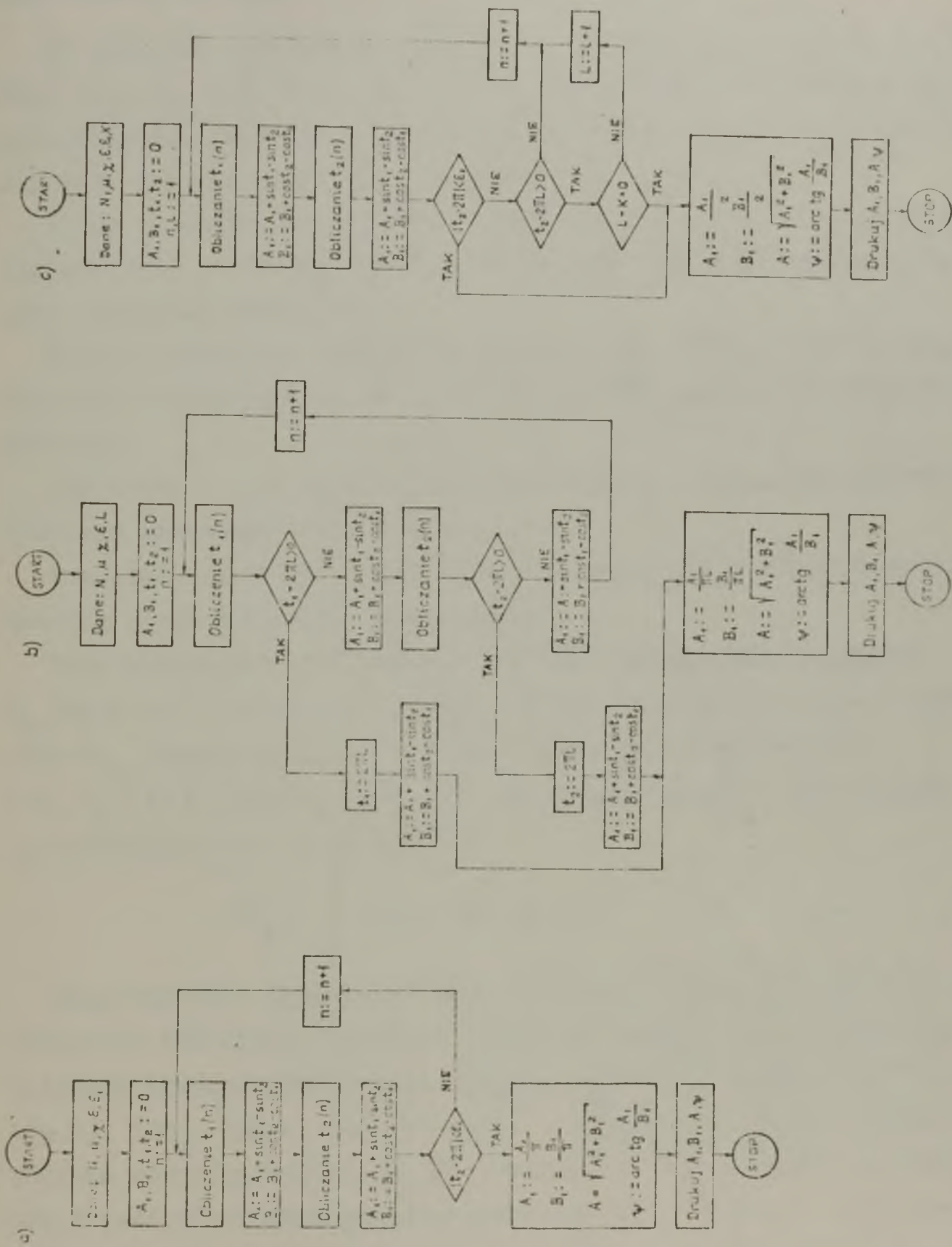
gdzie:

f_c , ω_c , T_c - częstotliwość, pulsacja, okres impulsów modulowanych,

f_y , ω_y , T_y - częstotliwość, pulsacja, okres wielkości modulującej.

Jeżeli częstotliwość impulsów wyjściowych jest stała /nie zależy od wielkości modulującej/, wówczas częstotliwość względna wyraża liczbę impulsów modulowanych przypadającą na jeden okres wielkości modulującej $N = N_0$. Gdy częstotliwość impulsów modulowanych zależy od wielkości modulującej, wówczas częstotliwość względna rozumiana jest jako stosunek częstotliwości impulsów niemodulowanych do częstotliwości wielkości modulującej.

$$N = \frac{f_{c0}}{f_y} = \frac{\omega_{c0}}{\omega_y} = \frac{T_y}{T_{c0}} \quad (19)$$



Rys. 6. Schematy blokowe obliczeń: a/ przypadek okresowy, b/ przypadek nieokresowy, wariant I, c/ przypadek nieokresowy, wariant II

$f_{co}, \omega_{co}, T_{co}$ - odpowiednio częstotliwość, pulsacja, okres impulsów niemodulowanych.

Do obliczeń przyjęto skalę czasu, przy której $\omega_y = 1, T_y = 2\pi$. Stąd $\omega_c, \omega_{co} = \frac{1}{N}$ a $T_c, T_{co} = \frac{2\pi}{N}$. Taką skalę czasu uznano za najwygodniejszą, ponieważ w występujących w obliczeniach wyrazach typu $\sin \omega_y t, \cos \omega_y t$ eliminowała ona mnożenie $\omega_y t$.

Przez μ oznaczono głębokość modulacji $\mu = k_r U_m < 1$, gdzie jak uprzednio k_r - czułość modulatora α_r dla prądu stałego a U_m amplituda wielkości wejściowej.

Przez χ oznaczono początkowe przesunięcie fazowe - kąt fazowy wielkości modulującej w stosunku do początku pierwszego impulsu wyjściowego.

Amplitudę i fazę poszukiwanej harmonicznej otrzymaną w wyniku obliczeń oznaczono przez A i φ .

Pozostałe wielkości wprowadzone na schemacie blokowym omówione zostaną w dalszym ciągu tego punktu.

Przy powyższych oznaczeniach wielkość modulująca ma postać $U_m \sin(t + \chi)$. Natomiast w ciągu impulsów wyjściowych $e_r^*(t)$ modulatora α_r poszukiwana jest składowa w postaci $A \sin(t + \varphi) = k_r U_m (1 + \delta_A) \sin(t + \chi + \delta_\varphi) = \mu (1 + \delta_A) \sin(t + \chi + \delta_\varphi)$. Błąd modułu i fazy wyznaczano więc z zależności:

$$\delta_A = \frac{A}{\mu} - 1, \quad \delta_\varphi = \varphi - \chi \quad (20)$$

Ciąg impulsów wyjściowych modulatora α_r może być przebiegiem okresowym lub nieokresowym. W przypadku modulatora o stałej częstotliwości impulsów modulowanych wiąże się to ze współmiernością okresów T_y i T_c . Jeżeli częstotliwość względna jest liczbą całkowitą, wówczas przebieg wyjściowy jest przebiegiem okresowym o okresie T_y . Gdy N jest nieskracalnym ułamkiem wymiernym $N = \frac{p}{q}$, wówczas okres przebiegu $e_r^*(t)$ jest równy $q \cdot T_y$. W tym przypadku w widmie przebiegu $e_r^*(t)$ znajdują się podharmoniczne przebiegu modulującego. Nie wpływają one na wartość zdefiniowanego wyżej błędu modelowego - wartość średnia za okres $q T_y$ iloczynu przebiegów sinusoidalnych o częstotliwościach ω_y oraz $\frac{\omega_y}{k}$ ($k = 2, 3, \dots, q$) jest równa zeru. Gdy

częstotliwość względna jest liczbą niewymierną, wówczas przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem nieokresowym o widmie prążkowym- quasiokresowym.

Nieco inaczej sytuacja przedstawia się w przypadku modulatorów, w których częstotliwość impulsów modulowanych jest funkcją wielkości wejściowej. Tutaj okresowość przebiegu $e_r^*(t)$ zależy zarówno od N jak i od głębokości modulacji μ . Z faktu, że częstotliwość względna wyraża się liczbą całkowitą lub wymierną nie wynika, że przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem okresowym.

2.1.1. Przypadek okresowy. Rozpatrzmy przypadek okresowy, gdy okres przebiegu $e_r^*(t)$ jest równy T_y . Przebieg $e_r^*(t)$ spełnia warunki Dirichleta /jest okresowy, a liczba nieciągłości 1-go rodzaju w okresie jest skończona/ i amplitudę i fazę harmoniczną o częstotliwości ω_y można znaleźć wg wzorów Fourier'a.

$$A_1 = \frac{2}{T_y} \int_0^{T_y} e_r^*(t) \cos \omega_y t dt = \frac{2}{T_y} \sum_{n=1}^{N_0} \left(\int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} \cos \omega_y t dt - \int_{t_{n,1}}^{t_{n,2}} \cos \omega_y t dt \right) =$$

$$\stackrel{\omega_y=1}{=} \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{N_0} \left(2 \sin t_{n,1} - \sin t_{n-1,2} - \sin t_{n,2} \right) \quad (21)$$

$$B_1 = \frac{2}{T_y} \int_0^{T_y} e_r^*(t) \sin \omega_y t dt = \frac{2}{T_y} \sum_{n=1}^{N_0} \left(\int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} \sin \omega_y t dt - \int_{t_{n,1}}^{t_{n,2}} \sin \omega_y t dt \right) =$$

$$\stackrel{\omega_y=1}{=} \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{N_0} \left(-2 \cos t_{n,1} + \cos t_{n,2} + \cos t_{n-1,2} \right) \quad (22)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{A_1}{B_1}$$

Przez A_1 i B_1 oznaczono współczynniki szeregu Fourier'a. Schemat obliczeń dla przypadku okresowego przedstawiono na rys. 6a.

Dla znalezienia wartości współczynników A_1 i B_1 wg wzorów /21/ i /22/ należy określić chwile przełączania $t_{n,1}$ i $t_{n,2}$ /chwile poja-

wienia się kolejnych zboczy impulsu/. Wartości zmiennych $t_{n,1}$ i $t_{n,2}$ można znaleźć rozpatrując pracę układu modulatora w czasie trwania n -tego impulsu. Otrzymuje się wówczas równania rekurencyjne w których zmienne $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ dane są w postaci uwikłanej. We wszystkich analizowanych przypadkach równania te dają się sprowadzić do postaci:

$$t_{n,1} = f_1(n, t_{n,1}) \quad (23a)$$

$$t_{n,2} = f_2(n, t_{n,2}) \quad (23b)$$

Równania nieliniowe /23a/ i /23b/ rozwiązywano w tej pracy numerycznie stosując tzw. algorytm Picarda [12], [13]. Ten krok analizy oznaczono na schematach blokowych obliczeń jako obliczanie $t_1(n)$, $t_2(n)$ / $t_1(n) = t_{n,1}$, $t_2(n) = t_{n,2}$; t_1 , t_2 - zmienne bieżące ./

Algorytm Picarda rozwiązywania równania nieliniowego polega na znajdowaniu k -tego przybliżenia pierwiastka równania /23// oznaczonego dalej ogólnie jako x_k / na podstawie $k-1$ przybliżenia z zależności

$$x_k = f(x_{k-1}) \quad (24)$$

Iteracje prowadzone są do chwili, gdy różnica pomiędzy dwoma kolejnymi przybliżeniami jest mniejsza od zadanej z góry wielkości ε , tzn. gdy $|x_k - x_{k-1}| < \varepsilon$. Warunki istnienia i jednoznaczności rozwiązania /23/ oraz zbieżności algorytmu Picarda formułowane są w postaci następującego twierdzenia [12].

Niech funkcja $f(x)$ będzie określona i różniczkowalna w przedziale domkniętym $\langle a, b \rangle$ i jej wartości należą do tego przedziału, tj. $f(x) \in \langle a, b \rangle$. Wtedy, jeśli istnieje ułamek właściwy q taki, że $|f'(x)| \leq q < 1$ dla $a < x < b$ to proces iteracyjny $x_k = f(x_{k-1})$, $k = 1, 2, \dots$ jest zbieżny, niezależnie od przybliżenia początkowego i wartość graniczna $\xi = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k$ jest jedynym pierwiastkiem równania $x = f(x)$ w przedziale domkniętym $\langle a, b \rangle$.

W przeprowadzonych obliczeniach obszar, w którym poszukiwana była kolejna chwila przełączenia, był obszarem między poprzedzającą a następującą chwilą przełączenia, tzn. dla $t_{n,1}$ był obszar $\langle t_{n-1,1}$,

$t_{n+1,1} > a$ dla $t_{n,2} < t_{n-1,2}, t_{n+1,2} >$. Jako przybliżenie początkowe przyjmowano poprzednio obliczoną wartość zmiennej. Łatwo można uzasadnić analitycznie, dla wszystkich rozpatrywanych w tej pracy przypadków, że przy tak przyjętym obszarze spełnione są warunki wystarczające dla istnienia rozwiązania /tzn. dla wszystkich $x (a \leq x \leq b)$, $a \leq f(x) \leq b$ $f(x)$ jest ciągła/. Wynikają one z fizykalnej interpretacji równ. /23/, są one bowiem równoważne warunkom poprawnej pracy modulatora \mathcal{X}_r^* . Zostaną one rozpatrzone przy omawianiu każdego kolejnego układu modulatora.

Zbieżność rozwiązania /lecz także i jego rozwiązalność/ zależy od tego, czy moduł pochodnej funkcji $f(\cdot)$ jest w rozpatrywanym obszarze mniejszy od jedności. Łatwo można zauważyć, że dla modulatora szerokości impulsu oznacza to spełnienie warunku $\frac{T_c}{4} \cdot \mu < 1$, dla modulatorów częstotliwości impulsu i multiwibratora niesynchronizowanego $\mu < 1$, dla multiwibratora synchronizowanego $\frac{\mu}{1+s} < 1$ oraz multiwibratora ze zmienną pętlą histerezy $\mu(1 + \frac{T_{co}}{4}) < 1$. Ponieważ w każdym przypadku $\mu < 1$ oraz zachodzi $\frac{T_c}{4} < 1$ /dla $N > 2$ / a także $\frac{1}{1+s} < 1$ więc tylko w przypadku multiwibratora ze zmienną pętlą histerezy warunek ten ogranicza nieco zakres zmian μ i N . Ponieważ jednak przyjmowano $N \geq 10$ zakres μ ograniczony został dla $N = 10$ do $\mu < 0,86$ i odpowiednio mniej dla $N > 10$. Ograniczenie to było więc nieistotne.

Dokładność rozwiązania równ./23/ wiąże się zarówno z wielkością ε , ograniczającą ilość przeprowadzanych iteracji jak i z wartością pochodnej funkcji $f(\cdot)$ q w otoczeniu rozwiązania. W przybliżeniu dokładność rozwiązania można oszacować wzorem [12]

$$|\xi - x_k| \leq \frac{q}{1-q} \cdot \varepsilon \quad (25)$$

Niedokładność numerycznego wyznaczenia chwil przełączania $t_{n,1}, t_{n,2}$ związana jest nie tylko z niedokładnością z jaką rozwiązywano numerycznie równ. /23/. W układach ze sprzężeniem zwrotnym na chwilę n -tego przełączania ma wpływ wartość wielkości modulującej w czasie

* Przez poprawną pracę modulatora \mathcal{X}_r rozumiana jest taka praca, przy której drgania wyjściowe nie zostaną zerwane.

poprzedzającym to przełączanie. Wyrazem tego w matematycznym opisie modulatora jest zależność funkcji $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$ w równ. /23/ od chwil poprzedniego przełączania, tzn:

$$\begin{aligned} f_1(t_{n,1}) &= f_1(n, t_{n,1}, t_{n-1,2}) \\ f_2(t_{n,2}) &= f_2(n, t_{n,2}, t_{n,1}) \end{aligned} \quad (26)$$

W takim przypadku dokładność numerycznego wyznaczenia zmiennych $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ zależy także od dokładności z jaką wyznaczono poprzednią wartość zmiennej, tzn. od wartości błędu przenoszonego. Z tym faktem powiązano zauważoną prawidłowość, że przy analizie numerycznej w miarę zwiększania zmiennych $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ konieczne stało się powiększanie wartości ε . To znaczy, dokładność bezwzględna wyznaczania tych zmiennych musiała być coraz mniejsza w miarę ich wzrostu. Stąd też w trakcie obliczeń zmieniano pierwotnie przyjętą /a znaną wstępnie eksperymentalnie/ wartość ε . Mianowicie, gdy zmienne $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ przekraczały wartość 10 i 100, wartość ε zwiększano odpowiednio 10 i 100 razy wartości początkowej. Tak więc obliczenia prowadzone były z malejącą dokładnością. Fakt ten ogranicza wartość dalej wprowadzonego czasu uśredniania.

Błąd przenoszony nie występował przy analizie układów modulatorów szerokości impulsu, stąd też w tym przypadku dokładność obliczeń była największa.

Niedokładność wyznaczenia błędów amplitudy i fazy w przypadku modulatora szerokości impulsu można oszacować następująco. Rozważmy np. modulator szerokości impulsów z modulacją naturalną, dwustronną. Modulator ten opisany jest w p. 2.2.1. Z równań opisujących pracę tego modulatora /równ. 37/ wynika, że dla $N > \pi$ i $\mu < 1$ zachodzi

$$|f_1'(\cdot)|, |f_2'(\cdot)| < \frac{\pi}{4} \mu < \frac{1}{2} = q$$

Ze wzoru /25/ można więc oszacować niedokładność wyznaczenia chwil przełączania jako nie większą od $\Delta_t = \varepsilon$ /pominięte zostały błędy zaokrąglania/. Stąd niedokładność skrajną wyznaczenia współczynników A_1 i B_1 wg wzorów /21/ i /22/ wyrazić można zależnością

$$|\Delta_{A1}|, |\Delta_{B1}| \leq \frac{4 N_0 \Delta t}{\pi} = \frac{4}{\pi} N_0 \varepsilon$$

i odpowiednio niedokładność wyznaczenia amplitudy i fazy jako równą:

$$|\Delta_A| \approx \frac{1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} |(A_1 \Delta_{A1} - B_1 \Delta_{B1})| \approx \frac{4}{\pi} N_0 \varepsilon \left| \left[\sin(\chi + \delta\varphi) + \cos(\chi + \delta\varphi) \right] \right|$$

$$< \frac{4\sqrt{2}}{\pi} N_0 \varepsilon \quad (27)$$

$$|\Delta_\varphi| \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{B_1}\right)^2} \left| \left[\frac{\Delta_{A1}}{B_1} - \frac{A_1 \Delta_{B1}}{B_1^2} \right] \right| = \frac{1}{A_1^2 + B_1^2} |(A_1 \Delta_{A1} - \Delta_{B1} A_1)| \approx$$

$$\approx \frac{1}{\mu} \frac{4}{\pi} N_0 \varepsilon \left| \left[\cos(\chi + \delta\varphi) - \sin(\chi + \delta\varphi) \right] \right| < \frac{4\sqrt{2}}{\pi\mu} N_0 \varepsilon \quad (28)$$

Założono, że $\delta_A \ll 1$, skąd wynika, że $A \approx \mu$, $A_1 \approx \mu \sin(\chi + \delta\varphi)$,
 $B_1 \approx \mu \cos(\chi + \delta\varphi)$

Korzystając ze wzorów /20/ niedokładność wyznaczenia błędów amplitudy i fazy można oszacować zależnością:

$$|\Delta_{\delta_A}|, |\Delta_{\delta_\varphi}| < \frac{4\sqrt{2}}{\pi\mu} N_0 \varepsilon \quad (29)$$

Przyjmowano przy analizie $N_0 \leq 500$, $\mu \geq 0,1$ oraz $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-17}$. W najgorszym więc przypadku niedokładność określenia błędów modułu i fazy była nie większa od $1 \cdot 10^{-13}$. Przy $N \leq 20$ była ona nie większa od $4 \cdot 10^{-15}$. Wartości obliczone, mniejsze od tych niedokładności o 2 - 3 rzędy można więc przyjąć jako dokładne. Należy jednak dodać, że zależność /29/ daje wartość skrajną błędu. Jest on znacznie zawyżony. Ilustracją tego stwierdzenia może być fakt, że w przypadku gdy teoretycznie oczekiwano wartości błędu fazy równej zeru, wartość obliczona numerycznie była rzędu ε a nie $\frac{4\sqrt{2}}{\pi\mu} N_0 \varepsilon$.

Powyżej oszacowano błąd metody obliczeń dla układu modulatora bez sprzężenia zwrotnego, gdy błąd przenoszony nie występował. Próbowano także znaleźć błąd metody numerycznej dla układów ze sprzężeniem zwrotnym. Oszacowanie prowadzono podobnie jak uprzednio, metodą błędu skrajnego. Zastosowanie jednak tego uproszczenia doprowadziło

do zależności, w których błąd przenoszony był ze współczynnikiem większym od jedności. Otrzymano wyrażenie na błąd, w którym występował czynnik a^{N_0} , gdzie $a > 1$. Wartości liczbowe błędu metody numerycznej znajdowane wg takiego wzoru były niezwykle duże, zupełnie sprzeczne z wynikami obliczeń. Dokładniejsza analiza błędu przenoszonego prowadzi do złożonych równań różnicowych, które także należałoby rozwiązywać numerycznie. Dlatego z konieczności przyjęto wzór /29/ jako wskaźnik niedokładności metody numerycznej także w przypadku występowania błędu przenoszonego.

2.1.2. Przypadek nieokresowy. Dotychczas rozpatrywany był przypadek, gdy przebieg $e_r^*(t)$ był przebiegiem okresowym o okresie równym T_v . Przy obliczeniach numerycznych występowały także przypadki, gdy przebieg $e_r^*(t)$ był przebiegiem nieokresowym /quasiokresowym/. Tutaj wyniki obliczeń zniekształcone były dodatkowo błędem związanym ze znaczącym wpływem wyższych harmonicznych przebiegu $e_r^*(t)$. Można to wyjaśnić następująco. Jeżeli przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem nieokresowym, wówczas nie spełnia on warunku Dirichleta. Do obliczenia amplitudy i fazy składowej przebiegu $e_r^*(t)$ o okresie T_v można jednak zastosować wzory /21/ i /22/ wykonując obliczenia nie za jeden lecz za wiele okresów przebiegu modulującego. Otrzymane wartości współczynników A_1 i B_1 można interpretować jako podwójną wartość średnią iloczynów $e_r^*(t) \cos(\omega_v t)$ i $e_r^*(t) \sin \omega_v t$. Zakładając jak uprzednio, że w przebiegu $e_r^*(t)$ znajduje się składowa $e_v(t) = \mu(1 + \delta_A) \sin(\omega_v t + \chi + \delta_\varphi)$ otrzymany w granicy /dzięki ortogonalności funkcji sinus i cosinus/:

$$\begin{aligned} A_1 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T e_r^*(t) \cos \omega_v t = \mu(1 + \delta_A) \sin(\chi + \delta_\varphi), \\ B_1 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T e_r^*(t) \sin \omega_v t = \mu(1 + \delta_A) \cos(\chi + \delta_\varphi), \end{aligned} \quad (30)$$

T - czas uśredniania.

Przy numerycznych obliczeniach czas T ma skończoną wartość. Dlatego wartości obliczone współczynników A_1 i B_1 różnić się będą od teoretycznych danych wzorem /30/. Przyjmując czas uśredniania równy cał-

kwitowej krotności okresu wielkości modulującej $T = L \cdot T_{\nu}$, L - całkowite, popełniany błąd związany z istnieniem w widmie przebiegu $e_r^*(t)$, harmonicznych o pulsacjach ω_k dla których wartość średnia iloczynów $\sin \omega_k t \cdot \sin \omega_{\nu} t$ i $\cos \omega_k t \cos \omega_{\nu} t$ za okres T nie będzie równa zeru.

Schemat blokowy obliczeń, w którym jako czas uśredniania przyjęto całkowitą /równą L / liczbę okresów wielkości modulującej przedstawiono na rys. 6.b /przypadek nieokresowy, wariant I/.

Określenie odpowiedniego czasu uśredniania tak, by wpływ omówionego błędu mógł zostać pominięty jest trudne, szczególnie gdy poszukiwane wartości błędów modułu i fazy są małe. Najprostszym sposobem jest wykonanie obliczeń dla różnych czasów uśredniania i doświadczalne znalezienie takiej jego wartości, by dalsze powiększanie czasu uśredniania niewiele zmieniało wyniki obliczeń. Przykład takiego postępowania omówiony zostanie dalej. Przy małych wartościach błędu modułu i fazy, przyjęcie zbyt dużego czasu uśredniania może spowodować, że wyniki obliczeń obciążone zostaną znacząco błędem metody numerycznej. Oszacowując błąd obliczeń wg zależności /29/ otrzymamy jego wartość powiększoną L -krotnie, tzn. $|\Delta \delta_A|, |\Delta \delta_{\varphi}| < \frac{4\sqrt{2}}{\pi \mu} N_0 \varepsilon L$.

Błąd wynikający z wpływu wyższych harmonicznych próbowano oszacować następująco. Nieokresowość przebiegu $e_r^*(t)$ przejawiała się tym, że w jednym okresie lub w całkowitej krotności okresów wielkości modulującej nie mieściła się całkowita liczba impulsów modulowanych. Koniec ostatniego branego do obliczeń impulsu nie pokrywał się z końcem czasu uśredniania. Przyjmijmy, że wpływ wyższych harmonicznych na wynik obliczeń jest równoważny wpływowi jaki wniesie do obliczanych średnich wliczenie części impulsu zamiast całego. Załóżmy dla przykładu, że przy $\chi = 0$ wartość średnia ostatniego impulsu jest równa zeru - tzn. $T_{L,1}, T_{L,2} = \frac{T}{2}$. Przyjmijmy czas uśredniania równy $T = \frac{2\pi}{\omega_{\nu}} L = 2\pi L$ oraz $t_{L,1} = 2\pi L, t_{L-1,2} = t_{L,1} - \frac{T}{2}$. To ostatnie założenie oznacza, że tylko połowa ostatniego impulsu została wzięta do obliczeń średniej. Wskaźnikiem L oznaczono dla uproszczenia ostatni impuls, ściślej winien być to wskaźnik $N_0 \cdot L$. Wartości obliczone współczynników A_1, B_1 powiększone zostaną o wartość średnią połowy impulsu /nie równą zeru/ tzn. odpowiednio o δ_{A_1} i δ_{B_1} . W przybliżeniu

$$\delta_{A_1} \approx \frac{2}{2\pi L} \int_{t_{L,1} - \frac{T_c}{2}}^{t_{L,1}} \cos t \, dt = \frac{1}{\pi L} \sin \frac{T_c}{2} \approx \frac{1}{L N}$$

(31)

$$\delta_{B_1} \approx \frac{2}{2\pi L} \int_{t_{L,1} - \frac{T_c}{2}}^{t_{L,1}} \sin t \, dt = -\frac{2}{\pi L} \sin^2 \frac{T_c}{4} \approx -\frac{\pi}{4L N^2}$$

Założono, że $\frac{T_c}{2} = \frac{\pi}{N} \ll 1$

Obliczone współczynniki A'_1 , B'_1 można oszacować następująco / primami oznaczono dalej wielkości obliczone numerycznie/:

$$A'_1 = \mu(1 + \delta_A) \sin \delta_{\varphi} + \delta_{A_1}$$

$$B'_1 = \mu(1 + \delta_A) \cos \delta_{\varphi} + \delta_{B_1}$$

(32)

Zakładając, że spełnione są warunki.

$$A'_1 \ll B'_1$$

$$A \approx B'_1$$

$$\delta_{B_1} \ll \mu(1 + \delta_A) \cos \delta_{\varphi} \approx \mu$$

otrzymamy:

$$\delta'_A = \frac{A'}{\mu} - 1 \approx \frac{B_1 + \delta_{B_1}}{\mu} - 1 \approx \delta_A + \frac{\delta_{B_1}}{\mu}$$

$$\delta'_{\varphi} = \arctg \frac{A_1 + \delta_{A_1}}{B_1} \approx \frac{A_1}{B_1} + \frac{\delta_{A_1}}{B_1} \approx \delta_{\varphi} + \frac{\delta_{A_1}}{\mu}$$

(33)

Stąd

$$\left| \delta^{\circ}_{\delta_A} \right| \approx \frac{\delta'_A - \delta_A}{\delta_A} \approx \frac{\delta_{B_1}}{\mu \delta_A} = \frac{\pi}{4\mu L N^2 \delta_A}$$

$$\left| \delta^{\circ}_{\delta_{\varphi}} \right| \approx \frac{\delta'_{\varphi} - \delta_{\varphi}}{\delta_{\varphi}} \approx \frac{\delta_{A_1}}{\mu \delta_{\varphi}} = \frac{1}{N \mu L \delta_{\varphi}}$$

(34)

Niech np. przy $\chi = 0$, $N = 100$, $\mu = 0,1$ można się spodziewać δ_A , $\delta_\varphi \leq 1 \cdot 10^{-4}$ /uzyskane wyniki obliczeń uzasadniają takie wartości/.
Podstawiając wartości liczbowe do wzorów /34/ otrzymamy:

$$|\delta_{\delta_A}^0| \approx \frac{1}{L} \cdot 8 \cdot 10^2 \%$$

$$|\delta_{\delta_\varphi}| \approx \frac{1}{L} \cdot 1 \cdot 10^5 \%$$

Chcąc zatem uzasadnić hipotezę, że $\delta_A, \delta_\varphi < 1 \cdot 10^{-4}$ z niedokładnością 10% należałoby przyjąć $L = 10^4$. Przyjęcie tak dużych wartości czasów uśredniania jest niepraktyczne i niecelowe. Niepraktyczne, ponieważ czas i koszt wykonania obliczeń byłyby bardzo duże. Niecelowe, ponieważ powiększanie czasu uśredniania wiąże się z omówionym wcześniej wzrostem niedokładności obliczeń wynikającym z błędu metody numerycznej.

Dla sprawdzenia powyższych rozważań przeprowadzono obliczenia przy różnych wartościach L dla układu modulatora szerokości impulsu z modulacją naturalną, dwustronną. Układ ten omówiony jest w p.2.3.1. Wyniki obliczeń przy $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-17}$, $N = \sqrt{105} \approx 10,24695$, $\mu = 0,1$, oraz $\chi = 0$, $\chi = \frac{\pi}{2}$ przedstawione są w tabelicy V. Przy zbliżonych, całkowitych wartościach częstotliwości względnej otrzymano $|\delta_A| < 1 \cdot 10^{-12}$ zaś δ_φ rzędu niedokładności obliczeń numerycznych /por. tablica III/.
Przyjęto, że błędy dla przypadku nieokresowego powinny być zbliżone do błędów dla przypadku okresowego. Z tabelicy V widać, że im większą wartość przyjmowano dla L , tym obliczone wartości błędów modułu i fazy były mniejsze. Dodatkowo, przy różnych wartościach L błędy modułu i fazy zmieniały znak. Takie zachowanie się obliczonych wartości δ_A i δ_φ można uzasadnić, jeżeli przyjmie się, że wynik obliczeń jest bardzo silnie zniekształcony błędem wyższych harmonicznych. Biorąc pod uwagę oszacowania tego błędu dane wzorami /34/ można przyjąć, że obliczone wartości δ_A i δ_φ są w istocie wyrazem wpływu omawianego błędu, przyjmującego różne wartości co do modułu i znaku. Zmniejszanie się obliczonych wartości δ_A i δ_φ ze wzrostem L wynika bezpośrednio ze wzorów /34/, natomiast zmiany znaku związane są z tym, czy

* Tablice oznaczone cyframi rzymskimi znajdują się w dodatku

przy danych wartościach γ i L wliczona wartość średnia ostatniego "uciętego" impulsu jest większa czy też mniejsza od wartości jaka winna być wliczona.

Powyższa dyskusja zilustrowana przykładem liczbowym wskazuje na trudności jakie napotyka obliczenie numeryczne błędów modułu i fazy w przypadku quasiokresowego przebiegu $e_r^*(t)$. Stąd też celowym wydaje się oszacowanie wartości tych błędów poprzez ekstrapolowanie wyników otrzymanych dla przypadku okresowego na przypadek nieokresowy. Dodatkową weryfikacją umożliwiającą poprawną interpretację wyników obliczeń numerycznych winno być przybliżone analityczne /jeżeli jest to możliwe/ oszacowanie poszukiwanych zależności.

2.1.3. Onówienie interpretacji wyników obliczeń. Na szczególne trudności w interpretacji wyników obliczeń numerycznych napotkano analizując błąd modelowy dynamiczny przetworników o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym oraz o multiwibratorze sterowanym ze zmienną pętlą histerezy. W przypadku tych układów, gdy przyjmowano wartości N i μ w sposób dowolny /a wygodny przy porównywaniu różnych układów modulatorów/ otrzymano przypadki nieokresowe. Z analizy przybliżonej tych układów wynikało, że nie wprowadzają one błędów przy przetwarzaniu przebiegów przemiennych. Dlatego wpływ błędów wyższych harmonicznnych na wynik obliczeń próbowano zmniejszyć przeprowadzając analizę nieco inaczej. Mianowicie przyjęto czas uśredniania równy nie całkowitej liczbie okresów wielkości modulującej lecz czas najbliższy tej wartości, w którym mieści się całkowita liczba modulowanych impulsów, tzn. przyjęto $T = t_{L,2}$. Takie przyjęcie czasu uśredniania obarcza wyniki obliczeń błędem innego rodzaju. Wynika on z faktu, że na wartość średnią ostatniego impulsu wpływa wielkość modulująca leżąca poza przedziałem $0 - 2\pi L$. Wartość tego błędu jest bardzo trudna do oszacowania, ponieważ i w tym przypadku nie można wykluczyć wpływu wyższych harmonicznnych na wynik obliczeń. Należy oczekiwać, że im mniejsza jest różnica $T - 2\pi L$, tym współczynniki A_1 i B_1 oraz błędy amplitudy i fazy obliczane będą dokładniej.

Schemat blokowy obliczeń, gdy uśrednianie prowadzono za całkowitą liczbę impulsów przedstawiono na rys. 6c /przypadek nieokresowy, wariant II/. W trakcie obliczeń szukana była taka krotność L okresu wielkości modulującej, przy której koniec kolejnego impulsu z niedokładnością ε_1 przyjmował wartość $2\pi L$. Ponieważ mogło się zdarzyć, że przy przyjęciu zbyt małej wartości ε_1 przypadek taki nie nastąpiłby, wartość L ograniczono od góry. Przekroczenie przez zmienną $t_{n,2}$ wartości $2\pi K$ powodowało zakończenie obliczeń; K - maksymalna krotność okresów funkcji modulującej ograniczająca czas uśredniania. Ten sposób obliczania jest właściwie próbą sprowadzenia przypadku nieokresowego do przypadku okresowego. W trakcie obliczeń szukana jest bowiem taka krotność L okresu wielkości modulującej, którą z zadaną niedokładnością ε_1 można uznać za okres przebiegu $e_r^*(t)$. Wartość ε_1 dobierana była eksperymentalnie.

Dla zilustrowania powyższych rozważań oraz wyjaśnienia w jaki sposób interpretowane były wyniki obliczeń numerycznych przedyskutowane zostaną wyniki analizy błędu modelowego dynamicznego przetwornika o multiwibratorze niesynchronizowanym. Wyniki obliczeń dla tego układu, opisanego w p. 2.4.3, przedstawione zostały na rys. 16, 17 oraz w tablicach IX, X, XI, XII, XIII. Uśrednianie prowadzono za całkowitą liczbę okresów wielkości modulującej, tzn. wg schematu blokowego z rys. 6b. Przyjęto $L = 100$. Taka wartość czasu uśredniania wynikała z kompromisu pomiędzy możliwym do przyjęcia czasem wykonywania obliczeń a pożądaną dokładnością. Czas obliczania jednego wariantu dochodził w przypadkach skrajnych do kilkudziesięciu minut /maszyna cyfrowa ODRA 1305/. Początkowo przyjmowano $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$, w trakcie obliczeń ε zwiększano, końcowa wartość ε wynosiła $1 \cdot 10^{-7}$. Oszacowując błąd metody numerycznej wg równ. /29/ i uwzględniając zmiany ε otrzymano skrajne wartości błędu metody numerycznej rzędu $1 \cdot 10^{-4}$. Regularność otrzymanych wyników sugeruje jednak, że błąd ten jest znacznie mniejszy / o dwa-trzy rzędy/.

Z przytoczonych wykresów rys. 16, 17 widać, że błąd amplitudy δ_A niewiele zmienia się przy zmianach głębokości modulacji μ oraz fazy początkowej χ . Natomiast zależność δ_A od częstotliwości względnej N

jest, w skali podwójnie logarytmicznej, liniowa.

Znacznie większe trudności nasuwa interpretacja obliczonych wartości błędu fazy, szczególnie zależność błędu fazy od fazy początkowej χ . Analizowany układ multiwibratora jest bowiem układem zamkniętym z astatycznym sprzężeniem zwrotnym /por. rys. 15/. Cechą charakterystyczną takiego układu jest śledzenie wielkości wejściowej z pewnym opóźnieniem, co przy wymuszeniu sinusoidalnym oznacza wprowadzenie ujemnego przesunięcia fazy*. Natomiast na wykresie rys. 17 widać, że zależnie od fazy początkowej χ błąd fazy /przesunięcie fazy/ jest ujemny lub dodatni. Równie trudna do wytłumaczenia jest okresowość zmian błędu fazy z okresem wielkości modulującej - T_V . Należałoby bowiem oczekiwać, że okresem tej zależności jest okres impulsowej wielkości modulowanej tzn. $-T_c$. Taką bowiem zależność zaobserwowano np. dla modulatora szerokości impulsu /por. tablice II i IV/.

Przyjęto, że otrzymane wyniki obliczeń błędu fazy są silnie zniekształcone przez błąd oszacowany wzorami /34//błąd z wyższych harmonicznych/, zaś poszukiwany błąd fazy jest znacznie mniejszy niż wskazywałyby na to wyniki obliczeń. Za taką interpretacją przemawia fakt, że okres zmian obliczonego błędu δ_f jest okresem wielkości modulującej /tzn. $T_V = 2\pi$ / oraz zmiany znaku tego błędu ze zmianą fazy. Hipotezę tę potwierdzają też wyniki obliczeń wykonane przy różnych wartościach czasu uśredniania - tablica XI. Z tablicy tej widać, że w miarę wzrostu czasu uśredniania /w miarę wzrostu L/ błąd fazy maleje, natomiast błąd amplitudy zmienia się nieznacznie. Przy $L = 200$ błąd amplitudy przy $\chi = 0$ i przy $\chi = \frac{\pi}{2}$ jest w przybliżeniu taki sam, co także potwierdza hipotezę, że jego zmiany ze zmianą χ związane są z błędem wyższych harmonicznych.

Przeprowadzono także obliczenia wg wariantu przedstawionego na rys. 6c, tzn. przyjmując czas uśredniania równy całkowitej liczbie impulsów modulowanych. W tablicy XII zestawiono dla porównania wyni-

* W [17] próbowano znaleźć eksperymentalnie błąd fazy wprowadzany przez ten układ. Autor [17] stwierdza tylko ogólnie, że błąd ten jest ujemny i znacznie mniejszy od okresu przebiegu impulsowego T_c

ki obliczeń otrzymane przy $N = 20$, $\chi = 0$ obliczone wg obydwu wariantów. Wprowadzony w tej tabelicy współczynnik γ

$$\gamma = \frac{|t_{L,2} - 2\pi L|}{T_{co}} \cdot 100\%$$

wyraża w procentach długości impulsu różnicę pomiędzy czasem uśredniania a najbliższą, całkowitą krotnością okresu wielkości modulującej. Im mniejsza jest wartość tego współczynnika, tym okres przebiegu $e_r^*(t)$ jest bliższy całkowitej krotności okresu wielkości modulującej. Porównując wyniki otrzymane wg obu wariantów obliczeń, można wyprowadzić wniosek, że błąd amplitudy niewiele zależy od sposobu w jaki przyjęto czas uśredniania oraz, że w przypadku okresowym obliczona wartość błędu fazy jest rzędu niedokładności obliczeń. Przy $\mu = 0,2$ i $0,3$ przy przyjętej wartości $\varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ nie znaleziono przypadku okresowego. Dla tych wartości μ obliczony błąd fazy jest znacznie większy niż dla pozostałych wartości μ .

Eksperymentalnie /wielokrotnie dobierając wartości N i μ / znaleziono także przypadek okresowy, gdy okres przebiegu $e_r^*(t)$ był równy okresowi wielkości modulującej. Wystąpił on przy $N = 20,4$, $\mu = 0,1978317$ / $\gamma = 6 \cdot 10^{-6}\%$ /, por. tablica XIII. Dla tych danych otrzymano $\delta_A = 2,0 \cdot 10^{-3}$, $\delta_p = 3 \cdot 10^{-8}$ /rzędu niedokładności obliczeń, $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$ /. Nie stwierdzono, jak widać z tablicy XIII, znaczących zależności błędu amplitudy i fazy od fazy początkowej.

Z przedyskutowanych wyżej dla przykładu wyników obliczeń błędu wyprowadzono wniosek, że przesunięcie fazy wprowadzane przez multiwibrator niesynchronizowany zastosowany jako modulator χ_r jest bardzo małe w porównaniu z błędem amplitudy i może zostać pominięte przy rozpatrywaniu błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy czynnej. Uznano, że na wartość tego błędu wpływa przede wszystkim wprowadzany przez omówiony układ błąd amplitudy.

W tym rozdziale przedyskutowano metodę analizy numerycznej błędu modelowego dynamicznego oraz specyficzne dla tej metody ograniczenia dokładności. Konieczność tej dyskusji wynika z trudności na jakie natrafiono przy interpretacji wyników obliczeń numerycznych. Podsumowując powyższe rozważania można stwierdzić, że zastosowanie metody

numerycznej pozwala na dokładne /jednoznaczne/ obliczenie błędu modelowego /w granicach niedokładności obliczeń/ tylko dla przypadku, gdy przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem okresowym. W przypadku nieokresowym natomiast konieczna jest szeroka dyskusja otrzymanych numerycznie zależności. Postępowanie takie przyjęto w niniejszej pracy.

2.2. Multiplikator o modulatorze szerokości impulsu

Modulatory szerokości impulsu są to układy, w których modulacji podlega szerokość impulsu przy niezmięnionej amplitudzie, częstotliwości i fazie.

W literaturze dla wyróżnienia sposobu modulacji szerokości impulsu używa się zwykle określeń modulacja I, II, III rodzaju. Oznaczenia te są arbitralne. Często zdarza się, że oznaczenia poszczególnych rodzajów modulacji są różnie przyjmowane przez różnych autorów.

W niniejszej pracy stosowana jest nomenklatura używana przez Blacka [9]. Black wyróżnia dwa rodzaje modulacji szerokości impulsu, a mianowicie modulację z próbkowaniem naturalnym /natural sampling/ i modulację z próbkowaniem jednostajnym /uniform sampling/. Modulowane może być przednie, tylne lub oba zbocza impulsu. Poniżej dla uproszczenia stosowane będą nazwy modulacja naturalna oraz modulacja jednostajna, odpowiednio jednostronna /jeżeli modulowane jest jedno zbocze impulsu/ i dwustronna.

2.2.1. Multiplikator o modulatorze naturalnym szerokości impulsów.

Opis modulatora. Modulacja naturalna szerokości impulsu ma miejsce wtedy, gdy szerokość dodatniej lub ujemnej części impulsu liniowo zależy od wielkości modulującej w chwili pojawienia się modulowanego zbocza impulsu. W przypadku modulacji dwustronnej modulowane są niezależnie oba zbocza impulsu.

W sposób najbardziej ogólny modulator ten opisać można równaniem

$$e_r^*(t) = \text{sgn} [u(t) - U_0(t)] \quad (35)$$

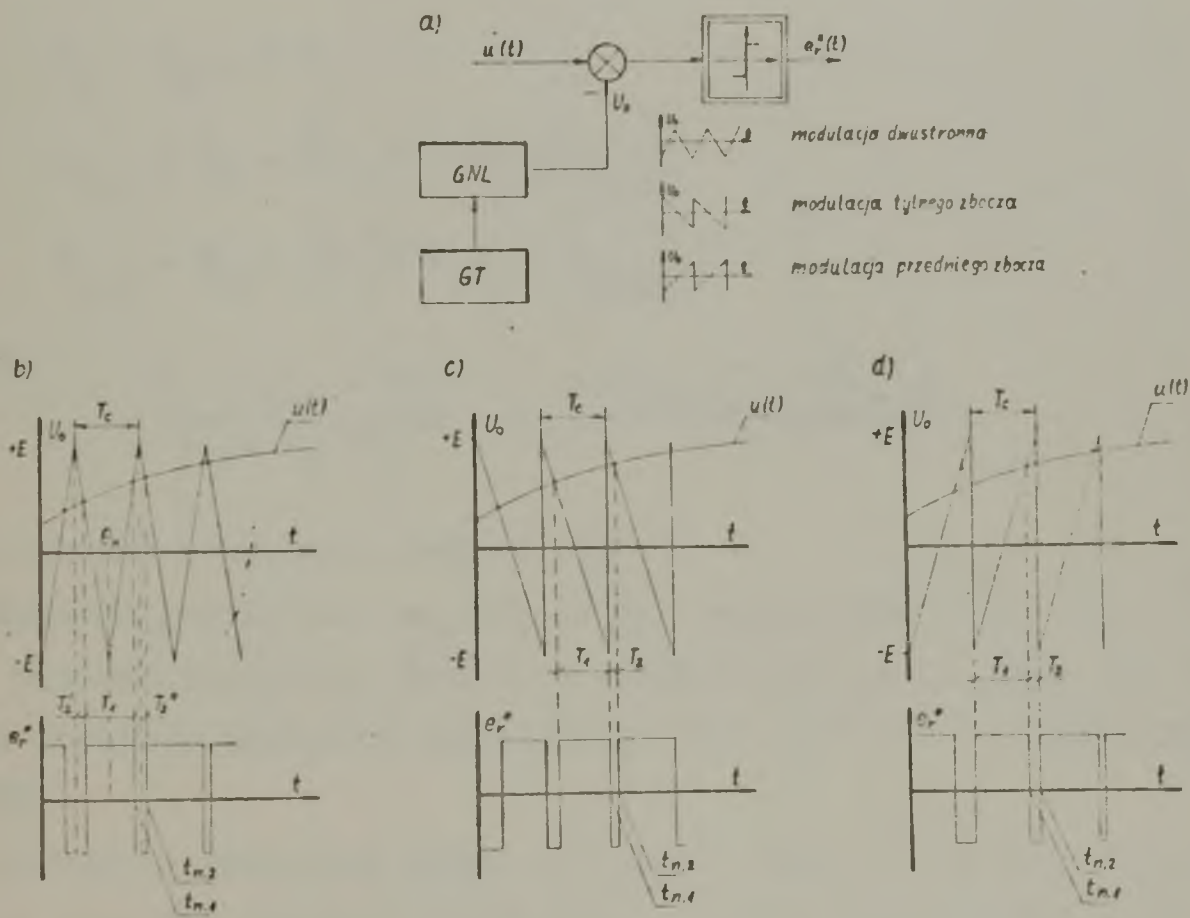
gdzie:

$u(t)$ - wielkość modulująca;

$U_0(t)$ - wielkość odniesienia o przebiegu trójkątnym lub piżokształtnym.

Modulator taki zastosowano w przetwornikach mocy czynnej oraz multiplikatorach TDM opisanych np. w [21], [42], [50], [65].

Schemat blokowy modulatora oraz sposób formowania impulsów wyjściowych przedstawiono na rys. 7. W zależności od przebiegu wielkości odniesienia uzyskujemy modulację dwustronną /np. 7a/, modulację tylnego zbocza /rys. 7b/ lub modulację przedniego zbocza /rys. 7c/.



Rys. 7. a/ Schemat blokowy modulatora szerokości impulsu z próbkowaniem naturalnym, b/,c/,d/ sposoby formowania impulsu, GT-generator taktu, GL - generator napięcia liniowego

Jak łatwo zauważyć, przy modulacji przedniego i tylnego zbocza impulsu, przebiegi odniesienia różnią się tylko znakiem. Stąd też, w przypadku sinusoidalnej wielkości modulującej nie ma istotnej różnicy pomiędzy tymi dwoma odmianami modulacji. Ciągi impulsów wyjściowych $e_r^*(t)$ o modulowanym α_n w obu przypadkach będą identyczne lecz będą

przesunięte wzajemnie na osi czasu o $t = \frac{T_c}{2}$ i przeciwnego znaku.

Równania rekurencyjne, z których wyznaczane będą chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsu mają postać następującą.

Modulację przedniego zbocza opisują równania:

$$t_{n,1} = (n-1) T_c + \frac{T_c}{2} \left[1 + k_r u(t_{n,1}) \right] \quad (35)$$

$$t_{n,2} = n T_c$$

$$k_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = k_r u(t_{n,1}) \quad (36)$$

Modulację dwustronną opisują równania:

$$\Theta_n = \Theta_{n-1} + T_c$$

$$t_{n,1} = \Theta_n - \frac{T_c}{4} \left[1 + k_r u(t_{n,1}) \right] \quad (37)$$

$$t_{n,2} = \Theta_n + \frac{T_c}{4} \left[1 + k_r u(t_{n,2}) \right]$$

Stąd:

$$k_r = \frac{T_1 - (T_2' + T_2'')}{T_1 + T_2' + T_2''} = k_r \frac{u(t_{n-1,2}) + u(t_{n,1})}{2} \quad (38)$$

Zastosowano oznaczenia jak na rys. 7.

Czułość modulatora k_r dla prądu stałego jest równa $k_r = \frac{1}{E}$, gdzie E - wartość szczytowa przebiegu odniesienia. Przy $u(t) = u = \text{const}$ błąd modelowy statyczny jest równy zeru. Wynika to z zależności /36/ i /38/.

Warunkiem poprawnej pracy modulatora jest, by $|u| < E$. Gdy niespełniony jest ten warunek, następuje zerwanie drgań wyjściowych modulatora x_r . W przypadku gdy wielkość odniesienia ma przebieg sinusoidalny $u(t) = U_m \sin(\omega_p t + \chi)$, warunek poprawnej pracy wyraża się zależnością $\mu = k_r U_m = \frac{U_m}{E} < 1$.

Analiza teoretyczna δ_{nd} . Do wyznaczenia błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy o tym modulatorze zastosować można rozkład na szereg Fourier'a ciągu modulowanych impulsów $e_r^*(t)$.

Dla wielkości modulującej szerokość impulsu $u(t) = U_m \cos \omega_p t$ wielkość wyjściową modulatora z modulacją naturalną, jednostronną przed-

stawić można w postaci podwójnego szeregu Fourier'a [9]:

$$e_r^*(t) = \mu \cos \omega_y t + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\pi k} \sin k \omega_c t - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{2}{\pi k} \mathcal{Y}_l(k\pi\mu) \sin \left[(k\omega_c + l\omega_y)t - k\pi - \frac{l\pi}{2} \right] \quad (39)$$

gdzie:

\mathcal{Y}_l , $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ - funkcje Bessela pierwszego rodzaju rzędu l ,

$$\mu = \frac{U_m}{E}$$

Wzór /39/ został wyprowadzony przy założeniu, że $N = \frac{\omega_c}{\omega_y}$ - całkowite oraz $\chi = 0$.

Przedstawiając wielkość modulującą amplitudę jako $i(t) = k_a I_m \cos(\omega_y t + \varphi)$ otrzymaną wielkość wyjściową multiplikatora TDI równą $U_{wy}^*(t) = e_r^*(t) \cdot i(t)$. Stąd wielkość wyjściową przetwornika mocy czynnej \bar{U}_{wy} /składową stałą przebiegu $U_{wy}^*(t)$ / otrzymaną, po dokonaniu elementarnych przekształceń trygonometrycznych w postaci:

$$\bar{U}_{wy} = k_a k_r \frac{U_m I_m \cos \varphi}{2} + \delta_{md} \quad (40)$$

gdzie:

$$\delta_{md} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_a I_m}{\pi k} \frac{\mathcal{Y}_{-(Nk-1)}(k\pi\mu)}{\mathcal{Y}_{-(Nk-1)}} \sin \left(-k\pi + \frac{Nk-1}{2} \pi - \varphi \right) \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_a I_m}{\pi k} \frac{\mathcal{Y}_{-(Nk+1)}(k\pi\mu)}{\mathcal{Y}_{-(Nk+1)}} \sin \left(-k\pi + \frac{Nk+1}{2} \pi + \varphi \right) \quad (41)$$

Korzystając z zależności, że $\mathcal{Y}_{-k}(\cdot) = (-1)^k \mathcal{Y}_k(\cdot)$ oraz, że funkcja $\mathcal{Y}_k(x)$ dla $0 < x < k$ jest dodatnia i rosnąca [38] można, posługując się nierównością dotyczącą sumy modułów i modułu sumy oszacować $|\delta_{md}|$ następująco:

$$|\delta_{md}| < \frac{k_a I_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[\frac{\mathcal{Y}_{Nk-1}(k\pi\mu)}{\mathcal{Y}_{Nk-1}} + \frac{\mathcal{Y}_{Nk+1}(k\pi\mu)}{\mathcal{Y}_{Nk+1}} \right] \quad (42)$$

Przyjęto, że $Nk-1 > k\pi\mu$, stąd $N > \frac{k\pi\mu + 1}{k}$, tzn. dla najgorszego

przypadku $\mu \approx 1$, $k = 1$, $N \geq 5$. Ponieważ zachodzi:

$$J_{k+1}(x) + J_{k-1}(x) = \frac{2k}{x} J_k(x) \quad (43)$$

więc nierówność /42/ można przekształcić do postaci:

$$\begin{aligned} |\delta_{md}| &< \frac{k_a I_m}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \cdot N \cdot k}{k \cdot k \cdot \pi \mu} J_{Nk}(k\pi\mu) = \\ &= \frac{2 k_a I_m N}{\pi^2 \mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} J_{Nk}(k\pi\mu) \end{aligned} \quad (44)$$

Dla oszacowania sumy szeregu po prawej stronie nierówności /44/ wykorzystano rozwinięcie asymptotyczne funkcji Bessela [38]:

$$J_k(k \operatorname{sech} \alpha) \approx \exp \left[k(\operatorname{tgh} \alpha - \alpha) \right] \cdot (2\pi k \operatorname{tg} h \alpha)^{-\frac{1}{2}} \quad (45)$$

gdzie $\alpha = \operatorname{const} > 0$

Rozwinięcie /45/ jest zbieżne do $J_k(k \operatorname{sech} \alpha)$ dla $k \rightarrow \infty$. W literaturze poświęconej teorii funkcji Bessela nie podaje się, jaka jest dla danego k i α , niedokładność tego przybliżenia. Przybliżoną równość /45/ można jednak wykorzystać do oszacowania błędów modelowego dynamicznego. Oznaczając

$$\beta = \operatorname{sech} \alpha = \frac{\pi \mu}{N} \quad (46)$$

otrzymujemy

$$\alpha = \operatorname{arcsech} \beta = \ln \left(\frac{1}{\beta} + \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} \right) \quad (47)$$

$$\operatorname{tgh} \alpha = \sqrt{1 - \beta^2} \quad (48)$$

Równości /47/, /48/ są słuszne dla $\beta < 1$, tzn. dla $N \geq 4$. Stąd

$$\begin{aligned} J_{Nk}(k\pi\mu) &= J_{Nk} \left(Nk \cdot \frac{\pi \mu}{N} \right) \approx \exp \left[Nk \sqrt{1 - \beta^2} \right] \cdot \\ &\cdot \exp \left[- Nk \cdot \ln \left(\frac{1}{\beta} + \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} \right) \right] \cdot (2\pi Nk \sqrt{1 - \beta^2})^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (49)$$

Dalej wykorzystane zostaną następujące nierówności, słuszne dla $N > 5$

$$\exp \left(Nk \sqrt{1 - \beta^2} \right) < \exp Nk \quad (50)$$

$$\exp \left[- Nk \ln \left(\frac{1}{\beta} + \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} \right) \right] < \left(\frac{\beta}{1,77} \right)^{Nk} \quad (51)$$

$$(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{4}} < 2 \quad (52)$$

Korzystając z nierówności /50/, /51/, /52/, można błąd modelowy oszacować nierównością:

$$\begin{aligned} |\sigma_{nd}| &< \frac{2 k_a I_m N}{\pi^2 \mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} \exp Nk \cdot \left(\frac{\beta}{1,77} \right)^{Nk} \cdot (2\pi Nk)^{-\frac{1}{2}} = \\ &= \frac{4 k_a I_m N}{\pi^2 \mu \sqrt{2\pi N}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{\beta e}{1,77} \right)^{Nk} \end{aligned} \quad (53)$$

Biorąc pod uwagę, że $\frac{\beta e}{1,77} = \frac{\pi \mu e}{1,77 N} < \frac{5\mu}{N} < 1$ słuszne dla $N > 5$

oraz oszacowując sumę szeregu po prawej stronie nierówności /53/ nierównościami:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} x^{-\frac{3}{2}} \left[\left(\frac{5\mu}{N} \right)^N \right]^k &< \left(\frac{5\mu}{N} \right)^N \sum_{k=1}^{\infty} k^{-\frac{3}{2}} < \left(\frac{5\mu}{N} \right)^N \left(1 + \int_1^{\infty} x^{-\frac{3}{2}} dx \right) = \\ &= 3 \left(\frac{\pi \mu}{N} \right)^N \end{aligned} \quad (54)$$

otrzymany

$$|\sigma_{nd}| < \frac{12 k_a I_m N}{\pi^2 \mu \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{N} \right)^N \quad (55)$$

Względny błąd modelowy dynamiczny, tzn. odniesiony do $\frac{U_m I_m}{2} k_r k_a = \frac{k_a I_m}{2} \cdot \mu$ wyraża się zależnością

$$|\sigma_{nd}^o| < \frac{24 N}{\pi^2 \mu^2 \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{N} \right)^N \quad (56)$$

Otrzymana nierówność oparta jest na rozwinięciu asymptotycznym funkcji Bessela dużego rzędu, danego wzorem /45/. Jak podkreślono wcześniej, niedokładność tego rozwinięcia jest trudna do oszacowania. Dla sprawdzenia w jakim zakresie można stosować nierówność /56/, wykonano obliczenia numeryczne. Wyniki tych obliczeń zostaną omówione w dalszej

części tego punktu. Wskazują one, że wyprowadzona przybliżona zależność jest słuszna już dla N rzędu kilkunastu.

Z nierówności /56/ wynika, że błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej bardzo szybko maleje ze wzrostem częstotliwości względnej N oraz ze zmniejszaniem się głębokości modulacji μ . Związane jest to z faktem, że po prawej stronie nierówności /56/ występuje czynnik $\left(\frac{5\mu}{N}\right)^N$. Np. oszacowując omawianą zależnością błąd modelowy dynamiczny otrzymuje się dla $N = 15$, $\mu = 0,99$ $|\delta_{md}^o| < 2,3 \cdot 10^{-5}\%$. Dla większych wartości częstotliwości względnej N błąd ten bardzo szybko maleje. Tego rzędu / $1 \cdot 10^{-5}\%$ / wartość błęd modelowego jest praktycznie pomijalna w porównaniu z błędami instrumentalnymi, por. p.3. W tym miejscu można jednak zauważyć co następuje. Jeżeli wielkość modulująca x_r jest napięciem, wówczas czułość modulatora x_r dla prądu stałego ma wymiar V^{-1} . Najlepsze produkowane elektroniczne wzorcowe źródła napięcia odniesienia mają stabilność długookresową rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-4}\%$, a współczynnik temperaturowy rzędu $5 \cdot 10^{-5} \%/K$, [33]. Można przyjąć, że błąd modelowy dynamiczny mniejszy od tych wartości, jest ze względów technicznych pomijalny.

W sposób analogiczny oszacować można błąd modelowy dynamiczny multiplikatora o modulatorze naturalnym z modulacją dwustronną szerokości impulsu. Przyjmując jak uprzednio, że wielkość modulująca szerokość impulsu ma przebieg $u(t) = U_m \cos \omega_c t$ przebieg $e_r^*(t)$, można wyrazić w postaci następującego szeregu Fourier'a

$$e_r^*(t) = \mu \cos \omega_c t - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4}{\pi k} J_1\left(k\mu\frac{\pi}{2}\right) \cos(k\omega_c + l\omega_y)t \cdot \sin\left(1+k\right)\frac{\pi}{2} \quad (57)$$

Przedstawiając wielkość modulującą amplitudę jako $i(t) = k_a I_m \cos(\omega_c t + \varphi)$ oraz wykonując analogiczne jak poprzednio przekształcenia otrzymamy:

$$\bar{U}_{wy} = k_a k_r \frac{U_m I_m \cos \varphi}{2} + \delta_{md} \quad (58)$$

gdzie:

$$\delta_{md} = \frac{2 k_a I_m \cos \varphi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cos(N-1) \frac{k\pi}{2} \left[J_{-(Nk-1)}\left(\frac{k\pi\mu}{2}\right) - J_{-(Nk+1)}\left(\frac{k\pi\mu}{2}\right) \right] \quad (59)$$

Porównując wyrażenia /59/ i /41/ łatwo zauważyć, że błąd modelowy

w tym przypadku można oszacować posługując się tymi samymi zależnościami co w przypadku modulacji jednostronnej. Należy tylko podstawić zamiast μ wielkość $\frac{\mu}{2}$. Tak więc wartość bezwzględną omawianego błędu można oszacować nierównością analogiczną do nierówności /55/:

$$|\sigma_{md}| < \frac{24 k_a I_m N}{\pi^2 \mu \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{2N}\right)^N \quad (60)$$

a stąd wartość względną nierównością

$$|\sigma_{md}^o| < \frac{48 N}{\pi^2 \mu^2 \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{2N}\right)^N \quad (61)$$

Z porównania zależności /56/ i /61/ wynika, że błąd modelowy dynamiczny przetwornika, w którym zastosowano modulator naturalny szerokości impulsu z modulacją dwustronną winien być znacznie mniejszy niż w przypadku modulatora z modulacją jednostronną. Związane jest to z faktem, że wzór /56/ różni się od wzoru /61/ czynnikiem $\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \ll \ll 1$ dla $N \gg 1$.

Wyniki analizy numerycznej σ_{md}^o . Chcąc zweryfikować dokładność otrzymanych zależności przeprowadzono obliczenia numeryczne błędu modelowego dynamicznego. Obliczenia wykonano dla całkowitych wartości częstotliwości względnej N wg schematu blokowego z rys. 6a. W kolejnych iteracjach rozwiązywane były odpowiednio równanie /35/ lub równanie /37/. W równaniach tych wyrażenia typu $k_r u(t_{n,1})$ miały, zgodnie z przyjętymi oznaczeniami postać $\mu \sin(t_{n,1} + \chi)$ zaś jako T_c podstawiano $2\pi/N$. Wielkościami, które zadawano przy obliczaniu kolejnego wariantu były N, μ, χ . Ponieważ, zgodnie z zależnościami analitycznymi, oczekiwano bardzo małych wartości błędów modułu i fazy, obliczenia prowadzono /elektroniczna maszyna cyfrowa CDRA-1305/ z podwójną precyzją, przyjmując $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-17}$.

Wykonano obliczenia dla N w zakresie (2 - 500) oraz μ w zakresie (0,1 - 0,99) przy $\chi = 0$. Dla niektórych wartości zmiennych N i μ przeprowadzono obliczenia przy zmianach χ . Niektóre wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach I, II dla modulacji jednostronnej, a w tablicach III, IV, V - dla modulacji dwustronnej. Przy $\chi = 0$, wartości obliczone błędów fazy były rzędu niedokładności obliczeń numerycz-

nych, dlatego nie zamieszczono ich w tablicach I i III. Nie podano także wyników jakie otrzymano przy $N > 15$, ponieważ zarówno błędy fazy jak i błędy amplitudy były rzędu niedokładności obliczeń.

Otrzymane wyniki obliczeń można ująć w następujące wnioski.

Większe wartości błędów modułu i fazy wprowadzane są przy modulacji jednostronnej szerokości impulsu. Jest to zgodne z wyprowadzonymi analitycznie zależnościami. Wynika to także bezpośrednio z równań /36/ i /38/. W przypadku modulacji dwustronnej o tej samej częstotliwości względnej co modulacja jednostronna, przebieg modulowany próbkowany jest dwukrotnie częściej. Różnicowy współczynnik wypełnienia proporcjonalny jest bowiem do wartości średniej dwóch próbek wielkości modulującej w tym samym okresie trwania impulsu.

Przy nieparzystej częstotliwości względnej otrzymywano dla modulacji dwustronnej większe wartości błędów niż przy większych lecz nieparzystych wartościach N . Można to wyjaśnić przyjmując, że błędy wynikające z próbkowania przebiegu modulującego x_r w obu połówkach sinusoidy są zbliżone lecz przeciwnego znaku. Przy parzystej wartości N na obie połówki sinusoidy modulującej, przypada jednakowa ilość impulsów modulowanych. Błędy wynikające z próbkowania częściowo się równoważą. Przy nieparzystych wartościach N równoważenie to jest znacznie mniejsze.

Błędy modułu i fazy zależą nieliniowo od początkowego kąta fazowego χ . Jak pokazano to w tablicach II i IV, dla przypadku o $N = 7$, $\mu = 0,99$ zmieniają się one okresowo z okresem T_c . Okresowości tej oraz zależności błędu δ_{md} od χ nie ujawniają nierówności /56/ i /61/. Przy analitycznym oszacowaniu błędu modelowego dynamicznego posłużono się wzorami na $e_r^*(t)$ podanymi w [9], ze względu na ich przejrzystą postać. Przy wyprowadzaniu tych zależności zakładano $\chi = 0$. Jeżeli jednak posłużyć się inną postacią tych samych wzorów wyprowadzonych przy $\chi \neq 0$ /np. w [66] /, wówczas we wzorze na δ_{md} zmienna χ pojawi się w argumencie funkcji sinus tak, że błąd modelowy dynamiczny będzie okresową funkcją χ o okresie T_c . Wyrażają to właśnie wyniki otrzymane numerycznie. Ponieważ jednak ze wzrostem N δ_{md} maleje bardzo szybko, jego zmiany w funkcji χ w wyrażeniach /56/ i /61/ pominięto, starając się oszacować wartość maksymalną błędu. Podobnie

w oszacowaniach /56/ i /61/ pominięto zależność błędu δ_{md} od fazy φ .
Pozwoliło to, nie zmieniając znacząco ogólności oszacowań uprościć analizę teoretyczną błędu.

W przypadkach obu modulatorów błędy rosną bardzo szybko ze wzrostem μ . Można zauważyć, że błędy amplitudy przy $\mu = 0,99$ są w przybliżeniu 10^{N-2} razy większe niż przy $\mu = 0,10$. Jest to zgodne z zależnościami analitycznymi.

Porównanie wyników otrzymanych analitycznie oraz numerycznie wskazuje na dostateczną dokładność oszacowań analitycznych. Błąd modelowy obliczony wg zależności /56/ i /61/ w każdym przypadku większy niż obliczony numerycznie.

Zarówno przy wyprowadzaniu zależności analitycznych jak i przy obliczeniach numerycznych przyjmowano, że częstotliwość względna N jest liczbą całkowitą. Jak wyjaśniono w p.2.1, dla takich warunków wyniki obliczeń są obarczone tylko niedokładnością metody numerycznej, a nie są obarczone błędem wywołanym przez wyższe harmoniczne. W układzie rzeczywistym natomiast, występuje przypadek quasiokresowy. Przebiegi: modulujący $u(t)$ i odniesienia $U_0(t)$ nie są bowiem wzajemnie zsynchronizowane. Założono jednak, że do celów praktycznych można przyjąć, iż przy quasiokresowym przebiegu $e_r^*(t)$ tzn. przy N niewymiernym, błąd δ_{md} można oszacować tymi samymi zależnościami co przy N całkowitym. Numeryczne potwierdzenie tego założenia jest trudne. Przedyskutowano to w punkcie 2.1.2. Jednak obliczenia wykonane dla przykładu przy $N = \sqrt{105}$ /tablica V/ i omówione w tym punkcie potwierdzają jak się wydaje to założenie.

Błąd modelowy dynamiczny przetworników mocy czynnej o modulacji naturalnej, dwustronnej szerokości impulsu, badano w [6] /analitycznie/ oraz w [8] /numerycznie/.

W [6] stosując uproszczoną analizę otrzymano wyrażenie, z którego wynika, że błąd ten jest równy zeru. Autorzy [6] nie wskazali jednak warunków w jakim sensie stwierdzenie takie można przyjąć jako prawdziwe do celów praktycznych. Z obliczeń podanych w tym paragrafie wynika, że błąd modelowy dynamiczny można uznać za pomijalnie mały już przy N rzędu kilkunastu.

W [8] dla znalezienia błędu modelowego dynamicznego posłużono się metodą numeryczną, obliczając jego wartość wg zależności /11/. Wyniki podane w [8] nie pokrywają się z wynikami podanymi w tym paragrafie. W szczególności znaczna rozbieżność zachodzi w interpretacji obliczonych wartości błędu dla quasiokresowego przebiegu $e_r^*(t)$. Autorzy [8] przyjęli przy obliczaniu błędu czas uśredniania równy dwustu okresom funkcji modulującej. Wartość ta wydaje się zbyt mała /por. r. 34/. To samo sugerują wyniki obliczeń przedstawione w tabelicy V.

Wyniki liczbowe podane w pracy [8] trudno jest porównać z wynikami podanymi w tabelicy III. W pracy [8] wyniki obliczeń są bowiem opisane niekompletnie. Także dokładność z jaką wykonano tam obliczenia była znacznie mniejsza niż dokładność z jaką przeprowadzono obliczenia w niniejszej pracy. Wydaje się więc, że wyniki analizy błędu modelowego dynamicznego przeprowadzone w [8] nie są w pełni miarodajne dla omawianego modulatora

2.2.2. Multiplikator o modulatorze jednostajnym szerokości impulsu.

Opis modulatora. O modulacji jednostajnej szerokości impulsu mówi się wówczas, gdy położenie modulowanego zbocza impulsu zmienia się w ten sposób, że szerokość dodatniej lub ujemnej części impulsu zależy liniowo od wielkości modulującej próbkowanej w jednakowo odległych odstępach czasu. Podobnie jak w przypadku modulacji naturalnej, wyróżnia się modulację przedniego zbocza, tylnego zbocza oraz modulację dwustronną. Istotę modulacji przedstawiono na rys. 8. Typowym zastosowaniem tego modulatora jest przetwornik napięcie - czas w łańcuchu przetwarzania napięcia na kod. W przetwornikach mocy czynnej oraz multiplikatorach TDM modulator taki jest rzadko stosowany. Mimo to, żeby zapewnić kompletność analizy różnych układów modulatorów, przebadano błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy o modulatorze jednostajnym z modulacją tylnego zbocza impulsu. Łatwo zauważyć, że podobnie jak w przypadku modulatora z modulacją naturalną, nie ma istotnej różnicy pomiędzy modulacją przedniego i tylnego zbocza.

W sposób ogólny modulator ten opisać można zależnością

$$e_r^*(t) = \operatorname{sgn} \left[u(nT_c) - U_0(t) \right] \Big|_{nT_c < t < (n+1)T_c} \quad (62)$$

gdzie: $u(t)$ - wielkość modulująca; $U_0(t)$ - wielkość odniesienia o przebiegu piłokształtnym lub trójkątnym.

W przypadku modulacji tylnego zbocza równania opisujące chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsu można wyrazić następująco:

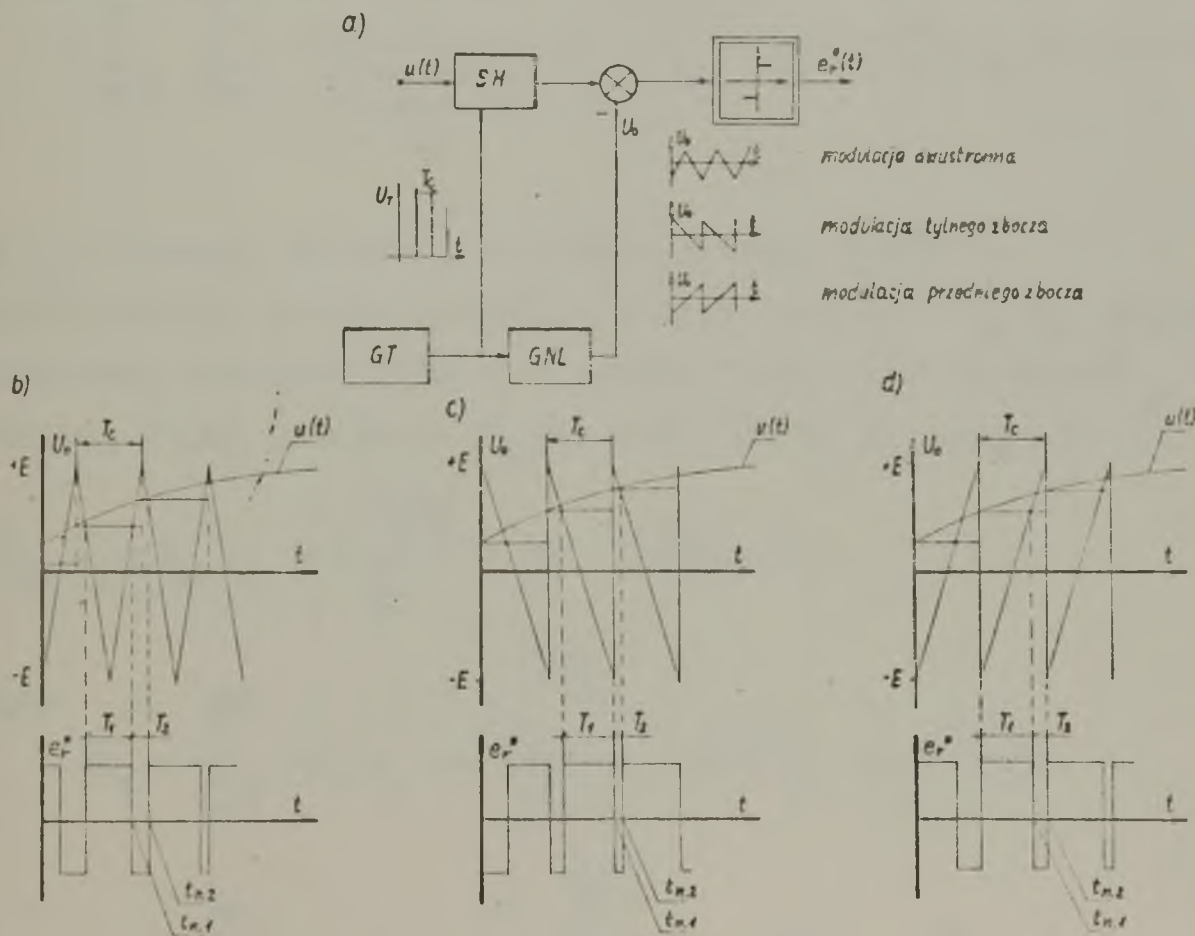
$$t_{n,1} = (n-1) T_c + \frac{T_c}{2} \left[1 + k_r u(t_{n-1,2}) \right] \quad (63)$$

$$t_{n,2} = n T_c$$

Stąd

$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = k_r u(t_{n-1,2}) \quad (64)$$

Zastosowano oznaczenia jak na rys. 8. Przy $u(t) = u = \text{const}$, $\alpha_r = k_r u$ - błąd modelowy statyczny jest więc równy zero. Czułość modulatora α_r



Rys. 8. a/ Schemat blokowy modulatora szerokości impulsu z próbkowaniem jednostajnym; b/, c/, d/ - sposoby formowania impulsu, GT - generator taktu, GNL - generator napięcia liniowego, SH - układ próbkujący z pamięcią.

dla prądu stałego jest równa $k_r = \frac{1}{E}$; E - amplituda przebiegu odniesienia. Warunkiem poprawnej pracy modulatora jest $|u| < E$, podobnie

jak uprzednio.

Analiza teoretyczna f_{md} . Błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej o tym modulatorze oszacowano z rozkładu na szereg Fourier'a przebiegu $e_r^*(t)$. Jeżeli wielkość modulująca ma przebieg $U_m \cos \omega_v t$, wówczas ciąg impulsów wyjściowych modulatora x_r można przedstawić w postaci następującego szeregu Fourier'a [9].

$$\begin{aligned}
 e_r^*(t) = & - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_k\left(\frac{k\mu\pi}{N}\right)}{\frac{\pi k}{N}} \cdot \sin\left(k\omega_v t - k\frac{\pi}{N} - k\frac{\pi}{2}\right) + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi k} \sin k\omega_c t - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\pi k} J_0(k\pi\mu) \sin(k\omega_c t - k\pi) \\
 & - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=\pm 1}^{\pm\infty} \frac{1}{\pi \frac{k\omega_c + l\omega_v}{\omega_c}} J_1\left(\frac{k\omega_c + l\omega_v}{\omega_c} \mu\pi\right) \sin\left[\left(k\omega_c + l\omega_v\right)\left(t - \frac{\pi}{\omega_c}\right) - l\frac{\pi}{2}\right]
 \end{aligned} \tag{65}$$

$J_k(\cdot)$ - funkcja Bessela pierwszego rodzaju rzędu k .

Przedstawiając przebieg modulujący amplitudę jako $k_a I_m \cos(\omega_v t + \varphi)$ znajdziemy wielkość wyjściową przetwornika mocy czynnej, \bar{U}_{wy} jako składową stałą przebiegu $U_{wy}^*(t) = e_r^*(t) \cdot k_a I_m \cos(\omega_v t + \varphi)$

$$\bar{U}_{wy} = - k_a I_m \frac{J_1\left(\frac{\pi\mu}{N}\right)}{\frac{\pi}{N}} \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{N}\right) + \Delta_1 \tag{66}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 = & \sum_{l=1}^{\infty} k_a I_m \frac{J_{-(1N-1)}\left(\frac{\pi\mu}{N}\right)}{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{l\pi N}{2} - \varphi - \frac{\pi}{N}\right) + \\
 & + \sum_{l=1}^{\infty} k_a I_m \frac{J_{-(1N+1)}\left(-\frac{\pi\mu}{N}\right)}{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{l\pi N}{2} - \varphi - \frac{\pi}{N}\right)
 \end{aligned} \tag{67}$$

Składnik Δ_1 można oszacować analogicznie jak oszacowano błąd modelowy dynamiczny dla układu z modulatorem naturalnym szerokości impulsu. Korzystając z wymienionych w p.2.2.1 /por. r.41/ własności funkcji Bessela otrzymamy:

$$|\Delta_1| < \frac{2 k_a I_m N}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\mathcal{J}_{1N-1} \left(\frac{\pi \mu}{N} \right) + \mathcal{J}_{1N+1} \left(\frac{\pi \mu}{N} \right) \right] \quad (68)$$

Zgodnie ze wzorem /43/ wyrażenie /68/ przyjmuje postać:

$$|\Delta_1| < \frac{2 k_a I_m N}{\pi} \cdot \frac{2 N}{\frac{\pi \mu}{N}} \sum_{l=1}^{\infty} \mathcal{J}_{1N} \left(\frac{\pi \mu}{N} \right) \quad (69)$$

Założono, że $\frac{\pi \mu}{N} < N-1$ skąd $N \gg 4$.

Rozwijając funkcję Bessela w szereg naprzemienny

$$\mathcal{J}_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{1+2k}}{k! (1+k)!} \quad (70)$$

oraz korzystając z nierówności

$$\mathcal{J}_{1N} \left(\frac{\pi \mu}{N} \right) < \frac{\left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^{1N}}{(1N)!} \quad (71)$$

/wyrażenie po prawej stronie nierówności /71/ jest pierwszym wyrazem szeregu naprzemiennego o postaci /70/ / otrzymany

$$|\Delta_1| < \frac{4 k_a I_m N^3}{\pi^2 \mu} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\left[\left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N\right]^l}{(1N)!} \quad (72)$$

Uprzednio założono, że $N \geq 4$ czyli $\frac{\pi \mu}{2N} < 1$ ($\mu < 1$), stąd słuszne są następujące nierówności:

$$\sum_{l=1}^{\infty} \frac{1N}{(1N)!} \left[\left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N\right]^l < \sum_{l=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N\right]^l = \frac{\left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N}{1 - \left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N} < 1,1 \left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^N \quad (73)$$

czyli zachodzi

$$|\Delta_1| < 1,1 k_a I_m \mu \left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^{N-2} \quad (74)$$

Korzystając z tego oszacowania oraz zastępując nierówność /74/ przybliżoną równością możemy równanie /66/ zapisać w postaci:

$$\bar{U}_{wy} \approx -k_a I_m \frac{\mathcal{J}_1 \left(\frac{\pi \mu}{N}\right)}{\frac{\pi}{N}} \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{N}\right) + 1,1 k_a I_m \mu \left(\frac{\pi \mu}{2N}\right)^{N-2} \quad (75)$$

Stosując następnie rozwinięcie funkcji Bessela $J_1\left(\frac{\pi\mu}{N}\right)$ w szereg wg wzoru /70/ oraz oszacowując ten szereg tylko dwoma pierwszymi wyrazami otrzymano

$$J_1\left(\frac{\pi\mu}{N}\right) \approx \frac{\pi\mu}{2N} - \frac{\left(\frac{\pi\mu}{2N}\right)^3}{2} \quad (76)$$

Niedokładność oszacowania /76/ jest mniejsza od $\frac{\left(\frac{\pi\mu}{2N}\right)^5}{12}$. Otrzymano więc po przekształceniu wzoru /75/ z wykorzystaniem uproszczenia /76/

$$\begin{aligned} \bar{U}_{wy} &\approx -k_a \frac{\mu}{2} I_m \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{N}\right) \left[1 - \frac{\pi^2 \mu^2}{8 N^2}\right] = \\ &= -k_a k_r U I \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{N}\right) \left[1 - \frac{\pi^2 \mu^2}{8 N^2}\right] \end{aligned} \quad (77)$$

W wyrażeniu /77/ pominięto składnik $|\Delta_1|$, ponieważ przy $N \geq 9$ jego wartość staje się mniejsza od niedokładności oszacowania $J_1\left(\frac{\pi\mu}{N}\right)$.

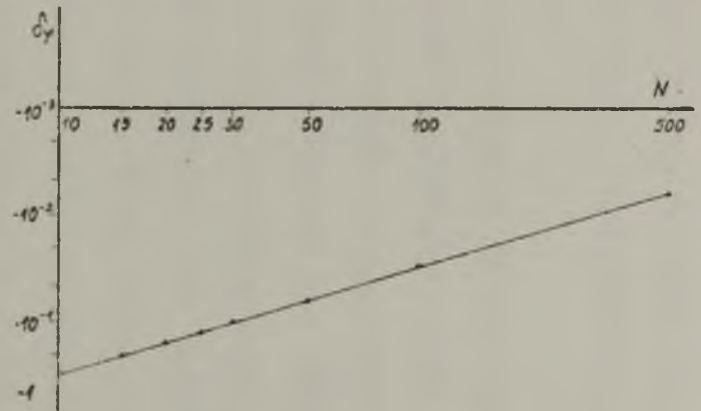
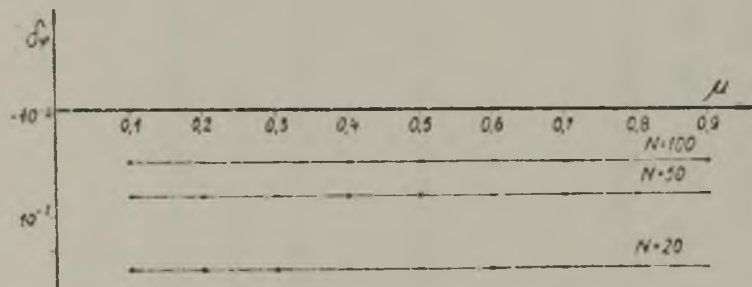
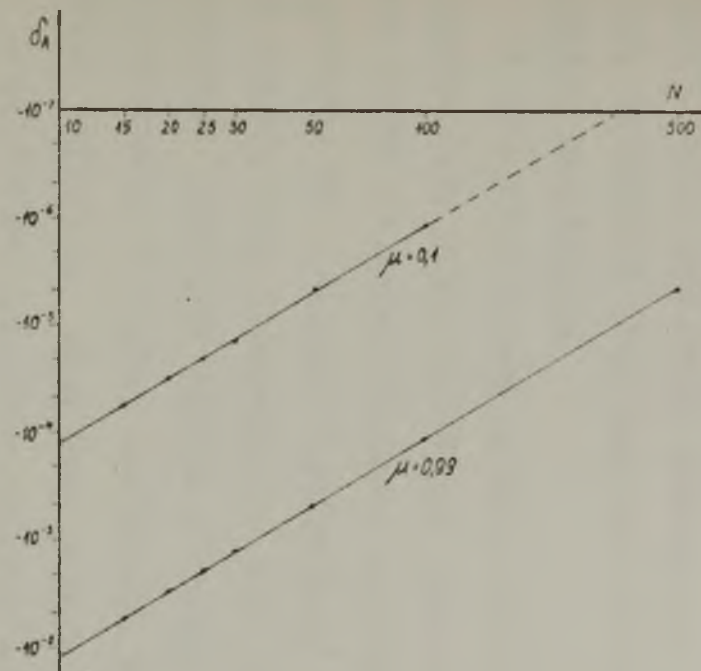
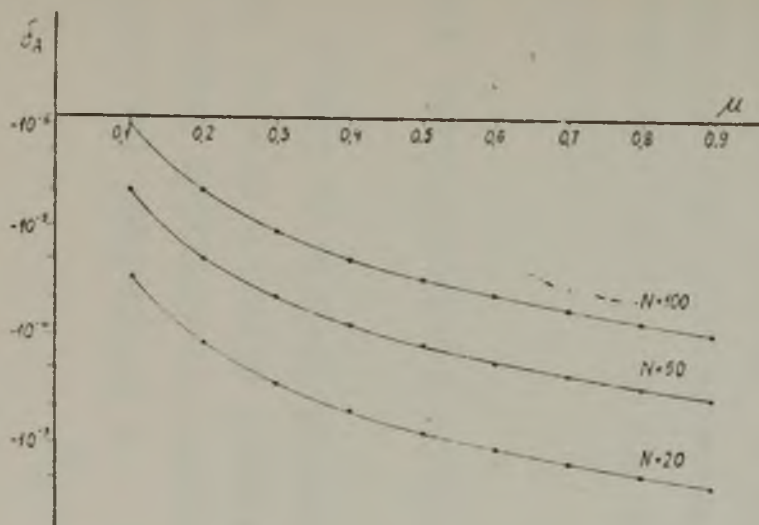
Porównując wzory /13/ i /77/ otrzymujemy oszacowanie błędów amplitudy i fazy w postaci:

$$\delta_A = -\frac{\pi^2 \mu^2}{8 N^2}, \quad \delta_\varphi = -\frac{\pi}{N} \quad (78)$$

Stąd względny błąd modelowy dynamiczny jest równy, zgodnie ze wzorem /16b/.

$$\delta_{md}^o = -\frac{\pi^2}{2 N^2} \left(1 + \frac{\mu^2}{4}\right) \cos\varphi - \frac{\pi}{N} \sin\varphi \quad (79)$$

Wyniki analizy numerycznej δ_{md}^o . Otrzymane oszacowanie /79/ błędu modelowego dynamicznego zweryfikowano numerycznie. Wykorzystując zależności /63/ wykonano obliczenia wg schematu blokowego z rys. 6a przy $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-17}$. Przyjmowano całkowite liczby dla częstotliwości względnej N w zakresie /2 - 500/, głębokość modulacji μ zmieniano w zakresie /0,1 - 0,99/. Wykonano także obliczenia przy zmiennym χ . Fragmenty wyników obliczeń przedstawiono w tablicach VI, VII oraz na rys. 9. Są one zgodne z wartościami obliczonymi wg wzorów /78/. Już dla $N = 5$ są one zgodne z dokładnością dwóch cyfr znaczących, przy czym w miarę wzrostu N zbieżność ta rośnie. W obliczeniach analitycznych pominięto wpływ zmian χ ; wzór /65/ był wyprowadzony przy $\chi = 0$.



Rys. 9. Modulator szerokości impulsu z próbkowaniem jednostajnym. Zależność błędów amplitudy i fazy od a/ głębokości modulacji, b/ częstotliwości względnej.

Z obliczeń numerycznych wynika, że błędy amplitudy i fazy zmieniają się bardzo nieznacznie ze zmianą χ , przy czym okresem tych zmian jest okres T_c . Dla przykładu w tabelicy VII podano dla $N = 6$, $\mu = 0,99$ zależność błędów amplitudy i fazy od zmian fazy początkowej χ . Jak widać, błąd amplitudy zmienia się dopiero na trzecim miejscu znaczącym, natomiast błąd fazy nie zmienia się z dokładnością do czterech miejsc znaczących.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że błąd modelowy dynamiczny wprowadzany przez modulator jednostajny szerokości impulsu zależy nie tylko od częstotliwości względnej N oraz od głębokości modulacji μ / tzn. od wielkości wejściowej /, lecz zmienia się także znacznie ze zmianą kąta fazowego φ , tzn. ze zmianą współczynnika mocy. Ta ostatnia zależność wynika z faktu, że modulator ten wprowadza duży, w porównaniu z błędem amplitudy, błąd fazy. Przy wzroście częstotliwości względnej, błąd fazy maleje znacznie wolniej niż błąd amplitudy.

Z porównania wyników analizy dla dwóch rodzajów modulatorów szerokości impulsu, tzn. z modulacją naturalną oraz jednostajną, można wyprowadzić wniosek, że ten drugi układ modulatora wprowadza znacznie większy błąd przetwarzania. Także jego realizacja techniczna jest bardziej złożona. Wymaga on bowiem zastosowania układu próbkującego z pamięcią.

2.3. Multiplikator o modulatorze częstotliwości impulsów.

Jeżeli na wyjściu modulatora częstotliwości impulsów pojawiają się impulsy o stałym czasie trwania T_0 części dodatniej impulsu oraz o stałej amplitudzie, natomiast o częstotliwości proporcjonalnej do wielkości modułującej u

$$f_c = \frac{1}{T_c} = k u$$

/k - czułość modulatora częstotliwości impulsów/, wówczas współczynnik wypełnienia jest równy

$$\alpha = \frac{T_0}{T_c} = k \cdot T_0 u$$

Jeżeli następnie przesunie się punkt pracy modulatora wprowadzając na jego wejście dodatkową wielkość stałą E tak, by przy $u = 0$ spełniony był warunek

$$f_{co} = k \cdot E = \frac{1}{2 T_o} \quad \text{tzn.} \quad E = \frac{1}{2k T_o}$$

$/f_{co}$ - częstotliwość impulsów niemodulowanych/, to modulator ten staje się modulatorem różnicowego współczynnika wypełnienia. Przy $u = \text{const}$, $T_1 = T_o$, $T_2 = T_c - T_o$, $f_c = k(E + u)$ otrzymamy

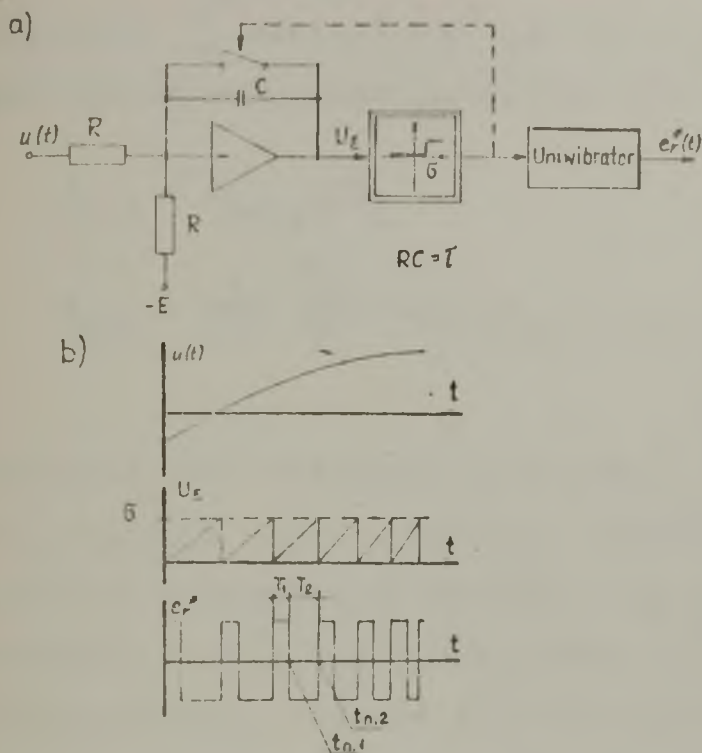
$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = \frac{T_o - \frac{1}{k(E+u)} + T_o}{T_o + \frac{1}{k(E+u)} - T_o} = \frac{u}{E} = k_r u \quad (80)$$

Różnicowy współczynnik wypełnienia zależy liniowo od wielkości modulującej. Błąd modelowy statyczny multiplikatora o takim modulatorze jest równy zeru.

W literaturze opisano szereg konstrukcji, w których modulator częstotliwości impulsów zastosowano w multiplikatorach TDM oraz przetwornikach mocy czynnej o zasadzie TDM, np. [1], [2], [36], [57], [58].

W niniejszej pracy, zgodnie z przyjętą klasyfikacją, wyróżniono trzy różne układy modulatorów częstotliwości impulsów. Są to mianowicie modulator pracujący w układzie otwartym, modulator z impulsowym sprzężeniem zwrotnym oraz multiwibrator ze zmienną pętlą histerezy. Ten ostatni układ opisany zostanie dalej w p.2.4.5 poświęconym multiwibratorom sterowanym.

Modulator bez sprzężenia zwrotnego. Opis modulatora. Schemat blokowy modulatora częstotliwości impulsów bez sprzężenia zwrotnego przedstawiono na rys. 10. Na wejście modulatora podana jest dodatkowa wielkość - E , w celu przesunięcia jego punktu pracy. Układ pracuje następująco: Na wyjściu uniwibratora pojawiają się impulsy o czasie trwania dodatniej części $T_1 = t_{n,1} - t_{n-1,2}$ stałym, równym T_o i niezależnym od wielkości wyjściowej. Uniwibrator jest wyzwalamy w chwili, gdy wielkość wyjściowa integratora U_c osiągnie wartość progową σ . Przyjmijmy, że w chwili $t_{n-1,2}$ $U_c(t_{n-1,2}) = \sigma$. Wyzwolenie uniwibratora powoduje wyzerowanie integratora. Założono, że w układzie modelowym czas zerowania integratora jest równy zeru, tzn.



Rys. 10. Modulator częstotliwości impulsu; a/ schemat blokowy modulatora, b/ przebiegi w poszczególnych punktach układu

$U_{\xi}^*(t_{n-1,2}) = 0$. Wielkość wyjściowa integratora osiągnie ponownie wartość progową σ w chwili $t_{n,2}$. Chwilę tę wyznaczyć można z równania

$$-\frac{1}{\tau} \int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,2}} [-E + u(t)] dt = \sigma \quad (81)$$

τ - stała czasowa integratora.

Jeżeli $u(t) = u = \text{const}$, wówczas proces modulacji opisują równania:

$$t_{n,1} = t_{n-1,2} + T_0 \quad (82)$$

$$t_{n,2} = t_{n-1,2} + \frac{\sigma\tau}{E-u} \quad (82)$$

To drugie równanie otrzymano z równ. /81/ wykonując całkowanie. Stąd

$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = \frac{T_0 - \left(\frac{\sigma\tau}{E-u} - T_0\right)}{\frac{\sigma\tau}{E-u}} = \left(\frac{2 T_0 E}{\sigma\tau} - 1\right) - \left(\frac{2 T_0}{\sigma\tau}\right) u \quad (83)$$

Gdy speżniony zostanie warunek

$$\frac{2 T_0 E}{\sigma\tau} - 1 = 0$$

wówczas

$$\alpha_r = -\frac{2 T_0}{\sigma\tau} u = k_r u \quad (84)$$

i błąd modelowy statyczny multiplikatora jest równy zeru.

Warunkiem poprawnej pracy modulatora jest, by $U_{\xi} > 0$ przy $t_{n-1,2} < t < t_{n,2}$. Będzie on speżniony przy $|u| < E$.

Częstotliwość impulsów wyjściowych modulatora jest równa

$$f_c = \frac{1}{t_{n,2} - t_{n-1,2}} = \frac{E-u}{\sigma\tau} = f_{co} \left(1 - \frac{u}{E}\right) \quad (85)$$

gdzie $f_{co} = \frac{E}{6\tau}$.

Dla $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$ chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsów opisać można następującymi równaniami:

$$t_{n,1} = t_{n-1,2} + T_0 \quad (86)$$

$$t_{n,2} + \frac{1}{\omega_y} \frac{U_m}{E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = 2 T_0 + t_{n-1,2} + \frac{1}{\omega_y} \frac{U_m}{E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (87)$$

Równanie /87/ otrzymano z równania /81/, poprzez podstawienie $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$ i wykonanie całkowania. Równania /86/ i /87/ wykorzystano do numerycznych obliczeń błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy o tym modulatorze. Wyniki tej analizy przedstawione zostaną później, łącznie z wynikami dla modulatora częstotliwości impulsów z impulsowym sprzężeniem zwrotnym.

Modulator z impulsowym sprzężeniem zwrotnym. Opis modulatora.

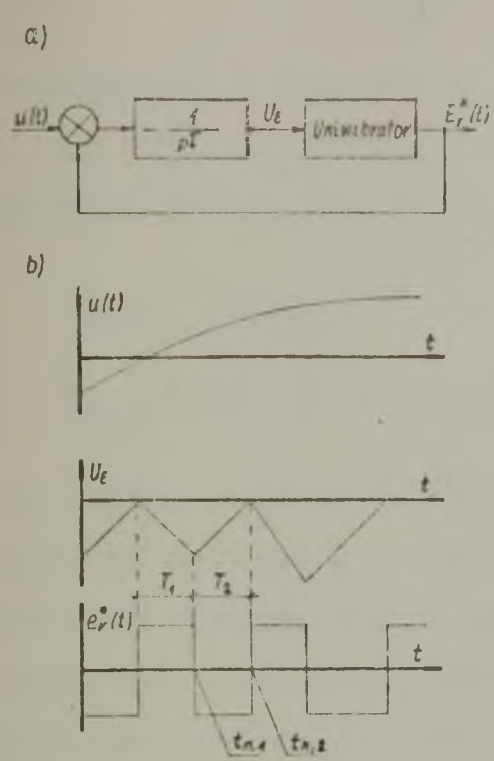
Modulator częstotliwości impulsu objęty impulsowym sprzężeniem zwrotnym przedstawiono na rys. 11. Został on zastosowany w przetworniku mocy opisanym w [57]. Układ ten pracuje następująco. Na wyjściu uniwersatora pojawia się przebieg impulsowy $E_r^*(t) = E \cdot e_r^*(t)$. Czas trwania dodatniej części impulsu $T_1 = T_0$ jest stały i niezależny od wielkości wejściowej. Uniwersator jest wyzwany w chwili, gdy napięcie wyjściowe integratora U_g osiąga wartość zero. Założmy, że $u(t) = u = \text{const}$ oraz, że zgodnie z założeniami, uniwersator wyzwolony został w chwili $t = t_{n-1,2}$. Napięcie wyjściowe uniwersatora zmienia swoją biegunowość z $-E$ na $+E$. W czasie trwania dodatniej części impulsu $t_{n-1,2} < t < t_{n,1}$ wielkość wyjściowa integratora jest równa:

$$U_g(t) = -\frac{1}{\tau} \int_{t_{n-1,2}}^t (u + E) dt \quad (88)$$

by po czasie T_0 , tzn. w chwili $t_{n,1} = t_{n-1,2} + T_0$ osiągnąć wartość

$$U_g(t_{n,1}) = -\frac{1}{\tau} \int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} (u + E) dt \quad (89)$$

W chwili $t_{n,1}$ wielkość wyjściowa uniwersatora zmienia swoją biegunowość, stąd dla $t_{n,1} < t < t_{n,2}$



$$U_{\epsilon}(t) = U_{\epsilon}(t_{n,1}) - \frac{1}{T} \int_{t_{n,1}}^t (u-E) dt \quad (90)$$

Koniec ujemnej części impulsu nastąpi w chwili $t_{n,2}$, gdy wielkość wyjściowa integratora osiągnie ponownie wartość zero

$$0 = U_{\epsilon}(t_{n,2}) = U_{\epsilon}(t_{n,1}) - \frac{1}{T} \int_{t_{n,1}}^{t_{n,2}} (u-E) dt \quad (91)$$

Z równań /89/ oraz /91/ otrzymujemy:

$$0 = -\frac{1}{T} (E + u)T_1 - \frac{1}{T} (u - E)T_2 \quad (92)$$

gdzie jak uprzednio $T_1 = t_{n,1} - t_{n-1,2}$ oraz $T_2 = t_{n,2} - t_{n,1}$ i różnicowy współczynnik wypełnienia jest równy.

Rys.11. Modulator częstotliwości impulsów z impulsowym sprzężeniem zwrotnym;

$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = -\frac{u}{E} = k_r u \quad (93)$$

a/ schemat blokowy modulatora, b/ przebiegi w poszczególnych punktach układu

Błąd modelowy statyczny multiplikatora jest więc równy zero. Warunkiem poprawnej pracy modulatora jest, by w chwilach przełączania /zmiany biegunowości wiel-

kości wyjściowej uniwibratora/ zmieniała znak pochodna wielkości U_{ϵ} , tzn. by

$$\begin{aligned} U_{\epsilon}^{-}(t_{n,1}) &= -U_{\epsilon}^{+}(t_{n,1}) \\ U_{\epsilon}^{-}(t_{n,2}) &= -U_{\epsilon}^{+}(t_{n,2}) \end{aligned} \quad (94)$$

Stąd

$$E > |u|$$

Istotną cechą omawianego modulatora, w odróżnieniu od układu bez sprzężenia zwrotnego jest to, że czułość k_r nie zależy od czasu trwania T_0 dodatniej części impulsu wyjściowego. Wprowadzenie ujemnego sprzężenia zwrotnego pozwoliło na wyeliminowanie uniwibratora jako źródła błędów instrumentalnych statycznych.

Częstotliwość impulsów wyjściowych można obliczyć wg zależności

$$f_c = \frac{1}{2 T_o} \left(1 - \frac{U}{E} \right) = f_{co} \left(1 - \frac{U}{E} \right) \quad (95)$$

identycznej z zależnością /85/.

Gdy $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$ chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsów można znaleźć z równań /89/ i /91/ w postaci:

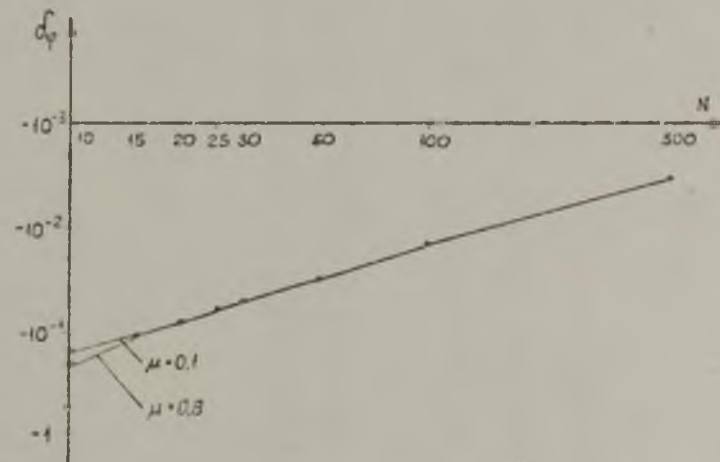
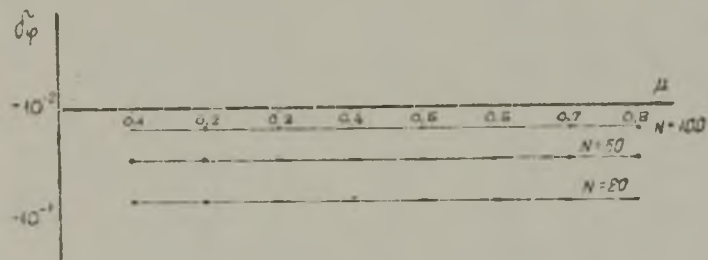
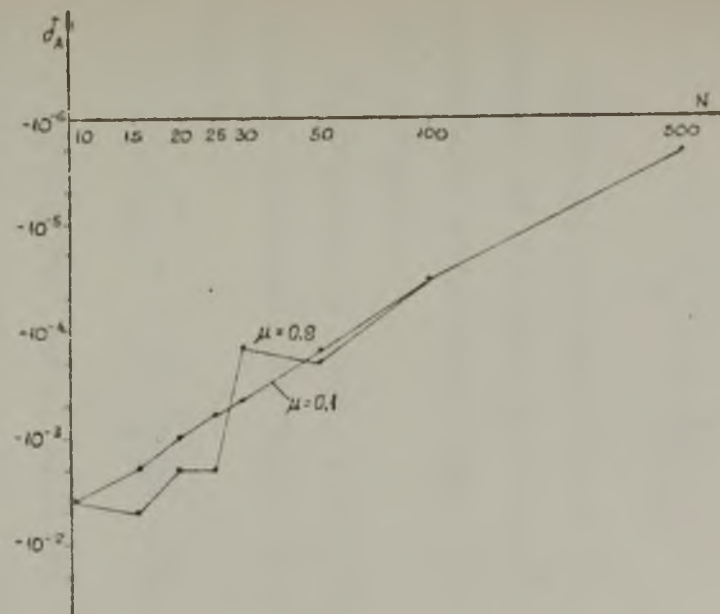
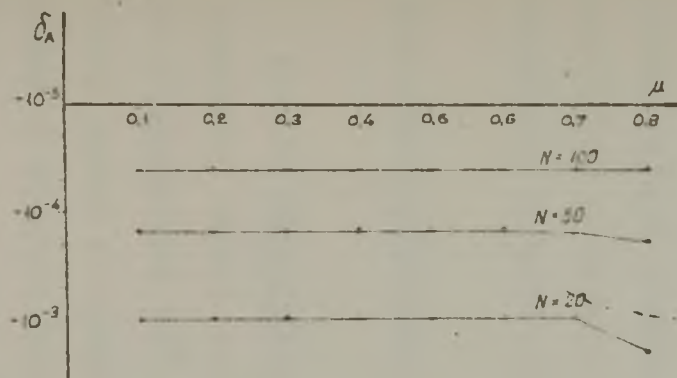
$$t_{n,1} = t_{n-1,2} + T_o \quad (96)$$

$$t_{n,2} + \frac{1}{\omega_y} \frac{U_m}{E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = 2 T_o + t_{n-1,2} + \frac{1}{\omega_y} \frac{U_m}{E} \cos(\omega_y t + \chi) \quad (97)$$

Jak widać, zależności /96/, /97/ oraz /86/, /87/ są identyczne. Wynika stąd, że modulator częstotliwości impulsów z impulsowym sprzężeniem zwrotnym posiada takie same własności dynamiczne jak modulator bez sprzężenia zwrotnego. Błąd modelowy dynamiczny wprowadzany przez oba omówione modulatory jest więc jednaki.

Wyniki analizy numerycznej δ_{md} . Analiza numeryczna błędu modelowego dynamicznego przeprowadzona została dla całkowitych N z zakresu /10 - 500/, dla głębokości modulacji μ z zakresu /0,1 - 0,9 /. Dla niektórych wartości zmiennych N i μ badano wpływ fazy początkowej χ na błąd modelowy dynamiczny. Gdy przyjmowano całkowite wartości częstotliwości względnej /rozumianej tutaj jako $N = \frac{\omega_{co}}{\omega_y}$ /, wówczas ciąg impulsów wyjściowych modulatora x_r był przebiegiem okresowym o okresie T_y . Dlatego obliczenia wykonano wg schematu blokowego z rys. 6a, przyjmując $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-11}$. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy VIII oraz na wykresach /rys. 12/. Z otrzymanych wyników można wyprowadzić wnioski, że zarówno błąd amplitudy jak i błąd fazy niewiele zmieniają się z głębokością modulacji μ , szczególnie przy dużych wartościach częstotliwości względnej N , $N > 20$. Niewielki wzrost błędów dla $\mu > 0,5$ i $N < 20$ wynika z faktu, że przy dużej dodatniej wielkości modulującej częstotliwość impulsów wyjściowych znacznie maleje, por. wzór /95/. Maleje więc częstotliwość próbkowania.

Nie zaobserwowano znaczącej zależności błędów modułu i fazy od fazy początkowej χ . Badania te prowadzono jednak przy stosunkowo dużych wartościach częstotliwości względnej / $N = 20, 50$ /. Analizując zależność błędów od częstotliwości względnej zauważono, że błąd amplitudy jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalny do kwadratu częstotliwości względnej, natomiast błąd fazy jest odwrotnie proporcjonalny



Rys. 12. Modulator częstotliwości impulsów. Zależność błędów amplitudy i fazy od:
 a/ głębokości modulacji, b/ częstotliwości względnej

do częstotliwości względnej. Wykorzystując to spostrzeżenie, skonstruowano formuły empiryczne na wzór zależności /78/ dla modulatora jednostajnego szerokości impulsu, opisujące analitycznie błędy amplitudy i fazy

$$\delta_A \approx -\frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2, \quad \delta_\varphi \approx -\frac{\pi}{2N} \quad (98)$$

Zgodność formuł /98/ z wynikami obliczeń numerycznych jest tym lepsza, im większa jest częstotliwość względna i im mniejsza jest głębokość modulacji. Dla $N \geq 25$ i $\mu \leq 0,5$ zgodność ta jest rzędu ułamków procenta.

Podstawienie wzorów /98/ do wzoru /16b/ pozwala na zapisanie analityczne wyrażenia na błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy w postaci:

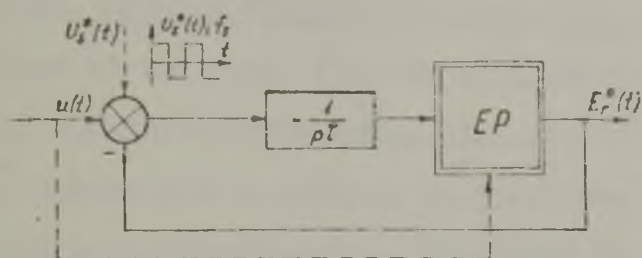
$$\delta_{md}^o = -\frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{2N}\right)^2 \cos\varphi + \frac{\pi}{2N} \sin\varphi \quad (99)$$

Z przeprowadzonej analizy wynika, że błąd fazy wprowadzany przez modulator częstotliwości impulsu jest znacznie większy od błędu amplitudy. Stąd też wraz ze wzrostem kąta przesunięcia fazowego φ , tzn. ze zmniejszaniem współczynnika mocy, błąd modelowy dynamiczny szybko rośnie. W porównaniu z omówionym w poprzednim punkcie modulatorem jednostajnym szerokości impulsu jest to układ lepszy z punktu widzenia błędu modelowego dynamicznego. Błąd amplitudy jest bowiem nieco mniejszy, natomiast błąd fazy jest mniejszy dwukrotnie.

2.4. Multiplikatory o multiwibratorze sterowanym

2.4.1. Multiwibrator sterowany. Przez multiwibrator rozumie się zazwyczaj układ generacyjny pozwalający uzyskać przebiegi relaksacyjne o kształcie zbliżonym do prostokątnego. Układ taki zawiera co najmniej jeden element reaktywny, zwykle jest nim kondensator, rzadziej rdzeń z prostokątną pętlą histerezy. Multiwibrator sterowany to multiwibrator, w którym zmienia się niektóre parametry ciągu impulsów wyjściowych, np. częstotliwość, współczynnik wypełnienia, różnicowy współczynnik wypełnienia, oddziaływując z zewnątrz wielkością sterującą /modulującą/.

Zwykle przez multiwibrator sterowany rozumie się układ nazywany w niniejszej pracy multiwibratorem sterowanym niesynchronizowanym. Można jednak wyróżnić szereg układów multiwibratorów, które dają się sprowadzić do schematu blokowego przedstawionego na rys. 13a. Różnią się one między sobą rodzajem elementu przekaźnikowego, istnieniem lub brakiem synchronizacji drgań relaksacyjnych oraz istnieniem lub brakiem sterowania histerezą elementu przekaźnikowego.



Zdecydowano wszystkie te układy włączyć do klasy multiwibratorów sterowanych; dodatkowe określenia będą wyróżniać cechy charakterystyczne danej odmiany multiwibratora.

W niniejszej pracy analizowane będą tylko te układy multiwibratorów sterowanych, w których możliwa jest modulacja różnicowego współczynnika wypełnienia. Znalazły one bowiem szerokie zastosowanie w multiplikatorach TDI oraz przetwornikach mocy czynnej o tej zasadzie. Zestawiono je dla porównania na rys. 13. W zestawieniu

Lp	Typ elementu przekaźnikowego	Charakteryst. statyczna $\alpha_r = f(u)$	Charakteryst. częstotliwościowa $f_c = f(u)$	Uwagi
1		$-\frac{u}{E}$	f_s	Multiwibrator synchronizowany
2		$-\frac{u}{E}$	$\frac{E}{4cT} \left(1 - \frac{u^2}{E^2}\right)$	Multiwibrator niesynchronizowany
3	 $\delta_r = c(E \pm u)$	$-\frac{u}{E}$	$\frac{1}{4cT} \left[1 - \frac{u}{E}\right]$	Multiwibrator ze zmienną pętlą histerezy

Rys. 13. a/ Schemat blokowy multiwibratora sterowanego, EP-element przekaźnikowy, b/ typy multiwibratorów sterowanych

tym przedstawiono także ich charakterystykę statyczną tzn. zależność $\alpha_r = f(u)$ oraz charakterystykę częstotliwościową $f_c = f(u)$. Jak widać, w każdym z przypadków różnicowy współczynnik wypełnienia liniowo zależy od wielkości modulującej. Błąd modelowy statyczny przetwarzania mocy jest więc równy zero. Różnią się one natomiast częstotliwością impulsów wyjściowych. W przypadku 1 /multiwibrator sterowany synchronizowany/ jest ona stała i równa częstotliwości przebiegu synchronizującego. W przypadku 2 /multiwibrator sterowany niesynchronizowany/

zmienia się ona parabolicznie z wielkością modulującą, w przypadku 3 /multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy/ zmienia się liniowo.

Przedstawione układy modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia przeanalizowane zostaną szczegółowo w dalszej części pracy.

2.4.2. Metoda Pospiełowa analizy układów przekaźnikowych. Jak przedstawiono to na rys. 13a multiwibrator sterowany składa się z dwóch części: elementu przekaźnikowego oraz części liniowej - integratora. Układy zamknięte o takiej strukturze nazywane są w technice regulacji układami przekaźnikowymi. Do analizy tych układów stosuje się specyficzne metody. Specyficzność ta wynika z faktu, że element przekaźnikowy jest elementem nieliniowym, którego wielkość wyjściowa przyjmuje tylko dwa lub trzy stany.

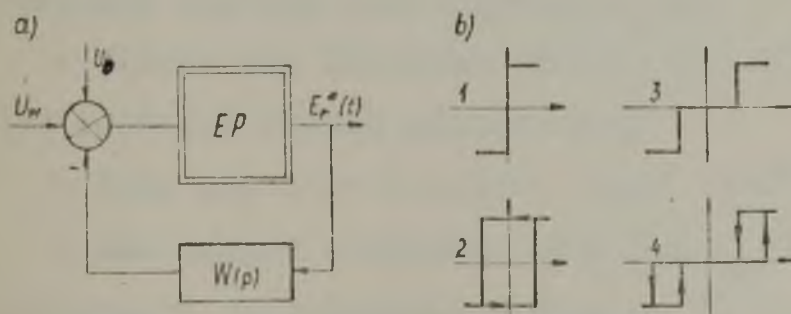
Do analizy błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy czynnej użyteczna jest taka metoda analizy, która pozwala na znalezienie transmitancji układu przekaźnikowego dla składowej wolnozmiennnej. Metodą taką jest metoda Pospiełowa analizy układów przekaźnikowych. Została ona opisana szczegółowo w [43]. Metoda ta nie jest powszechnie stosowana, jednak charakter tej pracy nie pozwala na jej szczegółowe omówienie. Dlatego poniżej omówione zostaną tylko założenia upraszczające tej metody oraz tok analizy, informacje niezbędne do śledzenia jej zastosowania oraz dyskusji otrzymanych wyników.

Metodą Pospiełowa analizować można układ przekaźnikowy, którego strukturę przedstawiono na rys. 14. Składa się on z elementu przekaźnikowego, o charakterystyce

jak na rys. 14b oraz części liniowej o transmitancji operatorowej $W(p)$. Zakłada się, że część liniową można przedstawić w postaci:

$$W(p) = \frac{C_0}{p} + \sum_{l=1}^k \frac{C_l}{1+p\tau_l} \quad (100)$$

W układzie takim, przy spełnieniu określonych warunków



Rys. 14. a/ Układ przekaźnikowy analizowany metodą Pospiełowa, b/ typy elementów przekaźnikowych/EP/

istnieją stabilne drgania samowzbudne. W przypadku elementów 1 i 2 są to, przy $U_w(t) = 0$, drgania symetryczne /jeżeli charakterystyki elementów przekaźnikowych są symetryczne/. Jeżeli $U_w(t) \neq 0$, symetria drgań zostanie naruszona, powodując zmianę zarówno częstotliwości jak i różnicowego współczynnika wypełnienia. Na wejście elementu przekaźnikowego może być także doprowadzony przebieg synchronizujący U_0 . W takim przypadku można, dobierając odpowiednio amplitudę tego przebiegu, wymusić częstotliwość drgań układu przekaźnikowego tak, by była ona równa częstotliwości przebiegu synchronizującego. Warunek synchronizacji oznacza taki warunek nałożony na amplitudę przebiegu synchronizującego, że wymusza on będzie częstotliwość drgań układu przekaźnikowego.

Przy analizie reakcji rozpatrywanego układu na modulujący /sterujący/ wolnozmienny przebieg $U_w(t)$ zakłada się, że częstotliwość drgań samowzbudnych /lub wymuszonych/ jest znacznie większa od częstotliwości przebiegu modulującego oraz, że przebieg modulujący tylko nieznacznie wpływa na częstotliwość i symetrię drgań. Zakłada się także, że przebieg $U_w(t)$ można aproksymować funkcją odcinkami liniową, tzn., że w czasie trwania T_{cn} każdego n-tego impulsu, można przebieg ten przedstawić w postaci

$$U_w(t) = \varepsilon_n + k_n t \quad 0 \leq t \leq T_{cn} \quad (101)$$

ε_n, k_n - funkcje numeru n impulsu.

Założenia powyższe pozwalają ocenić odpowiedź układu na wolnozmienny przebieg modulujący na podstawie równań pierwszego przybliżenia.

Porządek analizy jest następujący:

- układu się równania wyjściowe opisujące pracę układu w postaci nieliniowych równań różnicowych;
- bada się stan ustalony drgań własnych niemodulowanych;
- zakładając istnienie przebiegu modulującego znajduje się równania pierwszego przybliżenia w postaci liniowych równań różnicowych;
- z równań tych znajduje się szukaną transmitancję jako funkcję zmiennej z, poprzez transformację Z liniowych równań różnicowych.

W omawianym przypadku poszukiwaną transmitancją operatorową zmiennej z dla składowej wolnozmiennej jest transmitancja określona jako:

$$K_1(z) = \frac{\alpha_r(z)}{U_w(z)} \tag{102}$$

gdzie: $\alpha_r(z)$ - transformata Z impulsowej funkcji różnicowego współczynnika wypełnienia,

$U_w(z)$ - transformata Z impulsowego przebiegu modulującego.

Z otrzymanej w tej postaci transmitancji impulsowej znaleźć można transmitancję częstotliwościową dla składowej wolnozmiennnej. Transmitancję tę znajduje się zazwyczaj poprzez podstawienie [63]:

$$K_1(j\omega_p) = K_1(z) \Big|_{z=e^{j\omega_p T_c}} \tag{103}$$

Dalej stosowane będzie uproszczenie. Mianowicie zakładając, że $T_p \gg T_c$ tzn. $\omega_p T_c \ll 1$ /jest to równoważne warunkowi $N \gg 1$ / przy-
jęto

$$e^{j\omega_p T_c} \approx 1 + j\omega_p T_c$$

Stąd transmitancję częstotliwościową znajdowano w postaci

$$K_1(j\omega_p) = K_1(z) \Big|_{z=1+j\omega_p T_c} \tag{104}$$

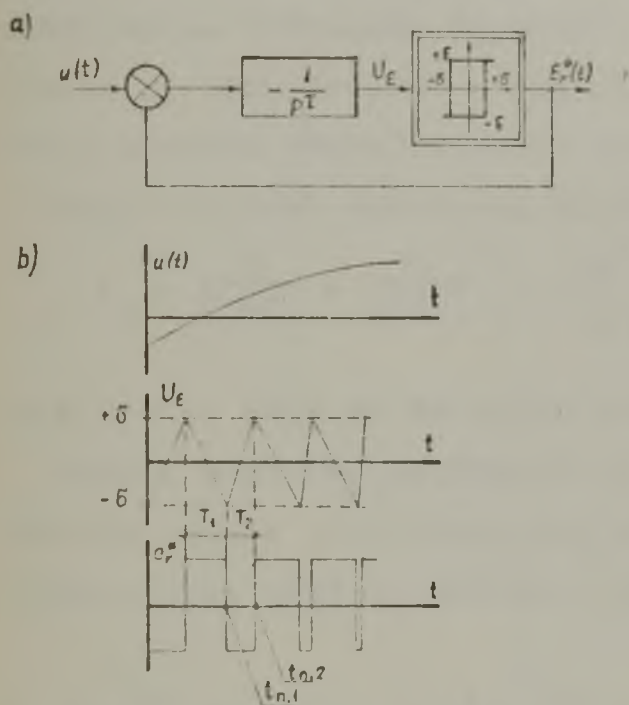
Znając transmitancję częstotliwościową modulatora α_r , można prosto znaleźć błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy o tym modulatorze, korzystając ze wzorów /17/.

Metoda Pospiełowa - jako metoda analityczna - zapewnia przejrzysty wgląd w dynamikę układów przekaźnikowych, choć widok jaki zapewnia jest dość uproszczony. Z tego względu przeprowadzono równoległe metodą Pospiełowa i numerycznie analizę błędu modelowego badanych układów. Dzięki temu wyniki niezależnych analiz mogły się wzajemnie weryfikować.

2.4.3. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym. Multiwibrator niesynchronizowany należy do najszerszej stosowanych modulatorów α_r w multiplikatorach TDM oraz przetwornikach mocy czynnej. Stosowane są różne wersje tego układu, różniące się sposobem realizacji: z wykorzystaniem rdzeni magnetycznych z prostokątną pętlą

histerezy /tzw. multiwibrator Royera/ [3], [10], [32], [46], [59], z wykorzystaniem multiwibratorów tranzystorowych [4], [11], [19], [22], [31], [44], [71], [72], z wykorzystaniem wzmacniaczy operacyjnych [17], [20], [23], [26], [40], [49], [56]. Wykonywane są również technologią monolityczną scaloną [51].

Opis modulatora. Schemat zastępczy multiwibratora oraz przebiegi w poszczególnych punktach układu przedstawiono na rys. 15. Układ ten



pracuje następująco. Niech $u(t) = u = \text{const}$ oraz niech w chwili $t_{n-1,2}$ wielkość wyjściowa integratora $U_E(t_{n-1,2})$ osiągnęła wartość progową komparatora $+\sigma$. Wielkość wyjściowa komparatora $E_r^*(t)$ zmieni swoją biegunowość z $-E$ na $+E$. W czasie $t_{n-1,2} < t < t_{n,1}$ wielkość $U_E(t)$ jest równa

$$U_E = +\sigma - \frac{1}{T} \int_{t_{n-1,2}}^t (E + u) dt \quad (105)$$

by po czasie $T_1 = t_{n,1} - t_{n-1,2}$ osiągnąć wartość progową $-\sigma$

$$-\sigma = +\sigma - \frac{1}{T} \int_{t_{n-1,2}}^{t_{n,1}} (E + u) dt \quad (106)$$

$$T_1 = \frac{2\sigma T}{E + u} \quad (107)$$

Rys. 15. a/ Schemat blokowy multiwibratora sterowanego niesynchronizowanego, b/ przebiegi napięć w poszczególnych punktach układu

W chwili $t_{n,1}$ następuje ponowna zmiana biegunowości wielkości wyjściowej komparatora $E_r^*(t)$ z $+E$ na $-E$ tak, że dla $t_{n,1} < t < t_{n,2}$

$$U_E(t) = -\sigma - \frac{1}{T} \int_{t_{n,1}}^t (-E + u) dt \quad (108)$$

Po czasie $T_2 = t_{n,2} - t_{n,1}$ wielkość U_E osiągnie ponownie wartość progową komparatora $+\sigma$

$$+\sigma = -\sigma - \frac{1}{T} \int_{t_{n,1}}^{t_{n,2}} (-E + u) dt \quad (109)$$

Stąd

$$T_2 = \frac{2\sigma\tau}{E - u} \quad (110)$$

Różnicowy współczynnik wypełnienia jest równy:

$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = -\frac{u}{E} = k_r u \quad (111)$$

Błąd modelowy statyczny multiplikatora o tym modulatorze jest więc równy zeru. Warunkiem poprawnej pracy multiwibratora jest $|u| < E$. Wynika to bezpośrednio z fizycznej interpretacji wyrażen /107/ i /110/ /czas trwania części impulsu nie może być ujemny/.

Częstotliwość przebiegu wyjściowego $E_r^*(t)$ wynosi

$$f_c = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{E}{4\sigma\tau} \left(1 - \frac{u^2}{E^2}\right) = f_{co} \left(1 - \frac{u^2}{E^2}\right) \quad (112)$$

maleje więc wraz ze wzrostem wielkości wejściowej.

Jeżeli wielkość wejściowa ma przebieg sinusoidalny $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$ wówczas chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsu otrzymamy podstawiając $u(t)$ do równań /106/ i /109/

$$t_{n,1} - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) = \frac{T_{co}}{2} + t_{n-1,2} - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (113)$$

$$t_{n,2} + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = \frac{T_{co}}{2} + t_{n,1} + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (114)$$

$$T_{co} = \frac{4\sigma\tau}{E}$$

Warunek poprawnej pracy modulatora wymaga żeby $\mu = \frac{U_m}{E} < 1$.

Wyniki analizy numerycznej δ_{md} . Błąd modelowy dynamiczny przetwor-
nika mocy czynnej o tym modulatorze α_r obliczano numerycznie. Obli-
czenia wykonano dla N z zakresu /10 - 500/, μ z zakresu /0,1 - 0,8/
oraz χ /0 - 2π /. Przy całkowitych N otrzymano przypadki nieokresowe,
obliczenia prowadzono więc wg schematu blokowego z rys. 6b. Jako czas
uśredniania przyjęto czas równy stu okresom wielkości modulującej
($L = 100$). Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach IX, X, XI, XII,
XIII. W tablicy IX zestawiono zależność błędów amplitudy i fazy od
częstotliwości względnej i głębokości modulacji przy $\chi = 0$. Należy

dodać, że otrzymane wyniki przy $N = 500$ są praktycznie rzędu niedokładności obliczeń. Tym niemniej zestawiono je dla pokazania jakimi błędami obarczone są wyniki obliczeń. W tabelicy X przedstawiono dla jednego przypadku zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

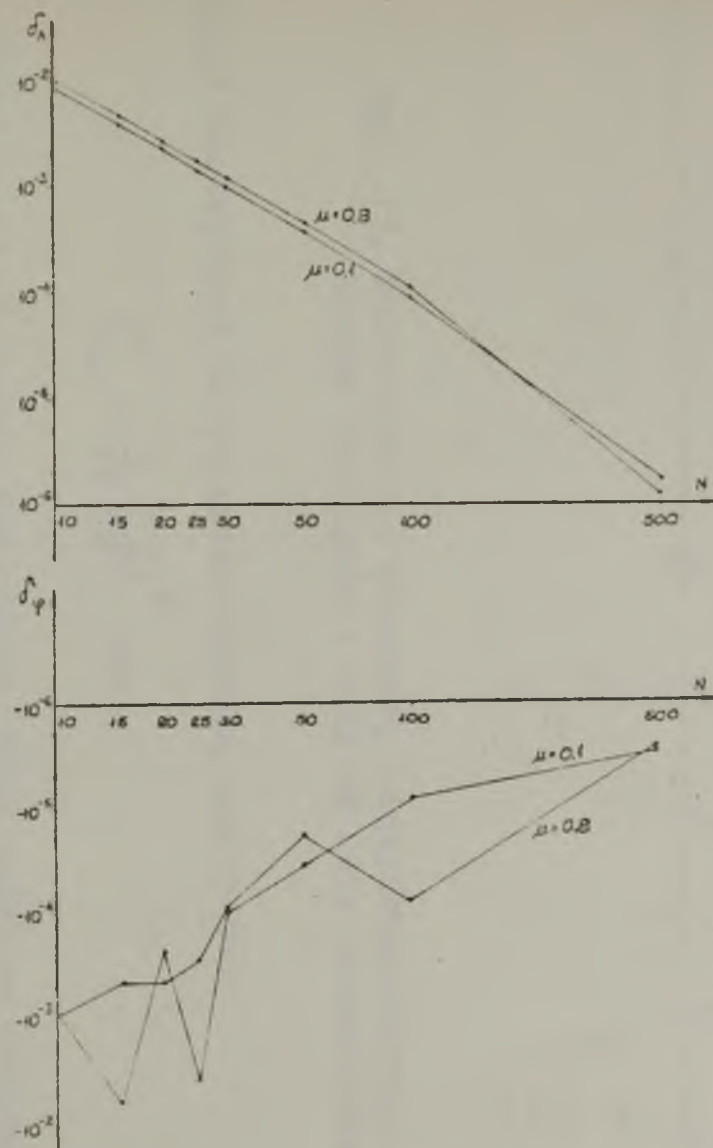
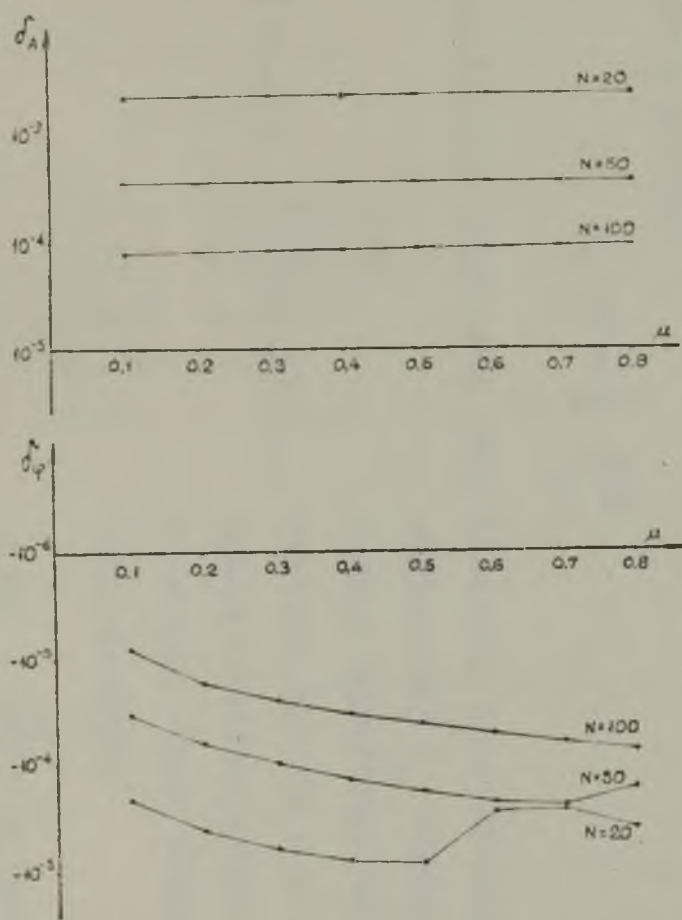
Wyniki z tabelic IX i X przedstawiono graficznie na rys. 16 i 17. Można je opisać następująco. Błąd amplitudy maleje szybko wraz ze wzrostem częstotliwości względnej w przybliżeniu proporcjonalnie do $\frac{1}{N^2}$. Jego wartość bezwzględna rośnie wraz ze wzrostem głębokości modulacji. W zakresie zmian $\mu / 0,1 - 0,8/$ wzrost ten jest rzędu 25%. Przyjmując jako wartość "średnią" tego błędu błąd dla $\mu = 0,5$ znalezionej formułę empiryczną, którą opisać można zależność błędu amplitudy od częstotliwości względnej w postaci:

$$\delta_A \approx \frac{1}{11} \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 \quad (115)$$

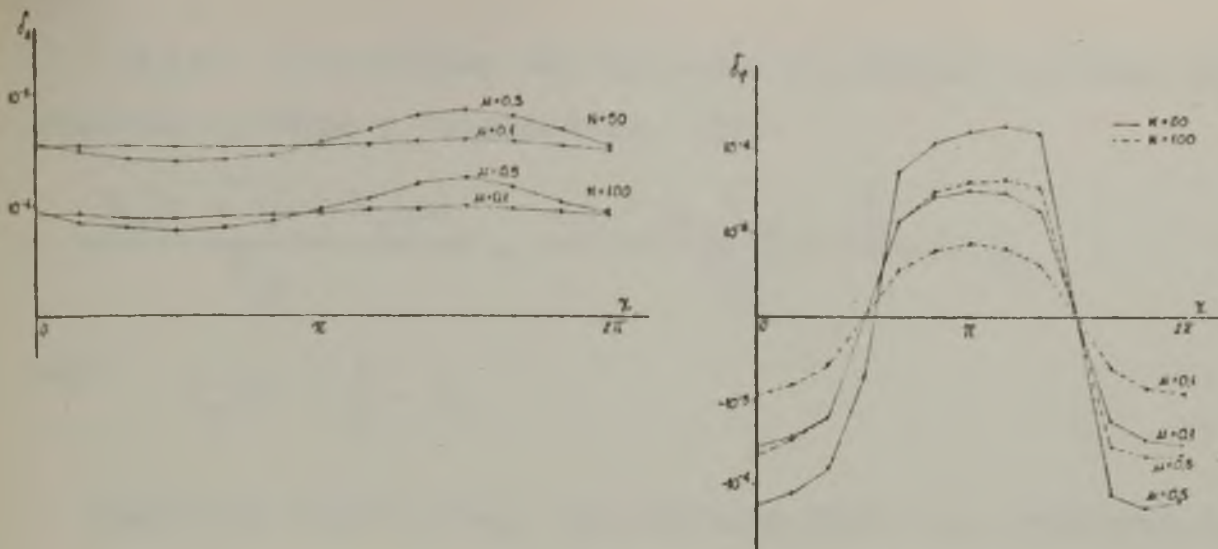
Wyrażeniem tym, z niedokładnością około $\pm 10\%$ można oszacować błąd amplitudy w zakresie $\mu / 0,1 - 0,8/$.

Błąd fazy natomiast zmienia się nieregularnie, w szczególności przy zmianach początkowego przesunięcia fazowego χ . Dla sprawdzenia, czy zmiany te spowodowane właściwościami modulatora czy też wynikają z omówionego w punkcie 2.1.2 błędu wyższych harmonicznych /powstającym przy obliczaniu błędu modelowego gdy przebieg $e_r^*(t)$ jest przebiegiem quasiokresowym/ wykonano szereg eksperymentów. W tabelicy XI zestawiono wyniki obliczeń dla przypadku $N = 20$, $\mu = 0,5$ przy różnych czasach uśredniania. W tabelicy XII zestawiono wyniki otrzymane dla przypadku $N = 20$, gdy uśrednianie wykonywano za całkowitą liczbę okresów wielkości modulującej oraz gdy uśrednianie wykonywano za całkowitą liczbę impulsów wyjściowych. W tabelicy XIII przedstawiono wyniki obliczeń dla przypadku, gdy okres przebiegu $e_r^*(t)$ pokrywał się z okresem przebiegu modulującego T_p .

Zgodnie z omówieniem tych wyników przedstawionym w p.2.1.3 przyjęto, że wpływ błędu fazy na błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej można pominąć. Wówczas błąd modelowy dynamiczny można



Rys. 16. Multiwibrator sterowany niesynchronizowany. Zależność błędów amplitudy i fazy od: a/ głębokości modulacji, b/ częstotliwości względnej



Rys. 17. Multiwibrator sterowany niesynchronizowany. Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej

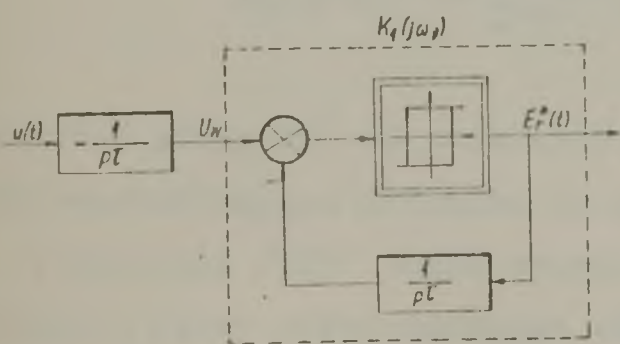
opisać następującą przybliżoną formułą empiryczną:

$$\sigma_{md} \approx \frac{1}{11} \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 \cos \varphi \quad (116)$$

Analiza układu metoda Pospiełowa. Błąd modelowy dynamiczny próbowano także znaleźć stosując metodę Pospiełowa. Analizę przeprowadzono przekształcając schemat blokowy multiwibratora do postaci jak na rys. 18. Znaleziono transmitancję impulsową zmiennej z układu przekąźnikowego w postaci

$$K_1(z) = \frac{\tau}{E} \frac{z-1}{T_{co}} \quad (117)$$

Taka transmitancja impulsowa przy liniowej aproksymacji wielkości wejściowej U_w odpowiada transmitancji idealnego układu różniczkującego. Wynika ona bowiem z rozwiązania następującego równania różnicowego /przy zerowych warunkach początkowych/



Rys. 18. Rysunek pomocniczy do analizy multiwibratora niesynchronizowanego metodą Pospiełowa

$$\mathcal{X}_r(n) = \frac{\tau}{E T_{co}} [U_w(n+1) - U_w(n)] \quad (118)$$

gdzie:

$U_w(n)$ - wielkość wejściowa na początku n-tego impulsu,

$\alpha_r(n)$ - różnicowy współczynnik wypełnienia n-tego impulsu.
Ponieważ zgodnie z zależnością /101/

$$\frac{U_w(n+1) - U_w(n)}{T_{co}} = \frac{\xi_n + k_n T_{co} - \xi_n}{T_{co}} = k_n \quad (119)$$

więc
$$\alpha_r(n) = \frac{\tau}{E} \cdot k_n \quad (120)$$

Różnicowy współczynnik wypełnienia jest więc proporcjonalny do szybkości zmian /pochodnej - k_n / wielkości U_w w czasie trwania impulsu. W granicy, przy $T_{co} \rightarrow 0$

$$\alpha_r(t) = \frac{\tau}{E} \frac{dU_w}{dt}$$

a w dziedzinie częstotliwości

$$K_1(j\omega_p) = \frac{\alpha_r(j\omega_p)}{U_w(j\omega_p)} = \frac{\tau}{E} j\omega_p \quad (121)$$

Transmitancja całego multiwibratora jest więc równa

$$K_r(j\omega_p) = - \frac{1}{j\omega_p \tau} \cdot \frac{\tau}{E} j\omega_p = - \frac{1}{E} \quad (122)$$

Tę samą zależność otrzymać można z transmitancji /117/ wykonując podstawienie $z = 1 + j\omega_p T_{co}$ tzn.

$$K_r(j\omega_p) = - \frac{1}{j\omega_p \tau} \cdot K_1(z) \Big|_{z=1+j\omega_p T_{co}} = - \frac{1}{E} \quad (123)$$

Stąd też przyjęto, że podstawienie takie zamiast $z = \exp(j\omega_p T_{co})$ jest wystarczająco dokładne do analizy przybliżonej.

Z równania /123/ można wyprowadzić wniosek, że w pierwszym przybliżeniu /przy uproszczeniach właściwych metodzie Pospiełowa/, multiwibrator sterowany dokładnie /bezbłędnie/ odtwarza w swojej wielkości wyjściowej $e_r^*(t)$ modulującą /sterującą/ wielkość wolnozmienną.

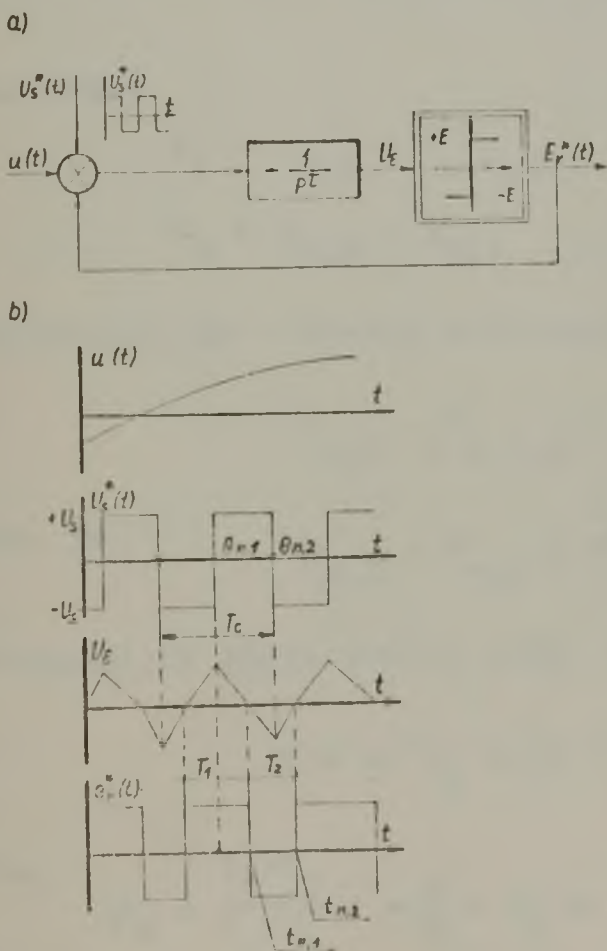
Wynik ten również ilustruje fakt, jak mało przydatne do analizy dokładności układów są uproszczone metody analizy układów nielinio-

wych: w metodach tych "gubi się" to, co jest pierwszoplanowym przedmiotem dociekań.

Z powyższej analizy błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy czynnej o tym modulatorze wynika, że decydującym składnikiem tego błędu jest błąd amplitudy. Przy malejącym współczynniku mocy błąd przetwarzania nie zwiększa się. Przetwornik ten może być więc stosowany do pomiarów w całym zakresie zmian współczynnika mocy z niezmienną dokładnością.

2.4.4. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym synchronizowanym.

Opis modulatora. Multiwibrator sterowany synchronizowany zastosowany został w multiplikatorach TDM oraz przetwornikach mocy o tej zasadzie opisanych w [27], [37], [48], [62]. Schemat blokowy tego modulatora α_r przedstawiono na rys. 19. Zasada działania układu jest następująca.



Przyjmijmy, że $u(t) = u = \text{const}$.
 Niech w chwili $t = t_{n-1,2}$ wielkość wyjściowa integratora osiągnęła wartość zero, $U_E(t_{n-1,2}) = 0$ tak, że nastąpiła zmiana stanu komparatora z $-E$ na $+E$. Dla $t_{n-1,2} < t < \Theta_{n,1}$ gdzie $\Theta_{n,1}$ - chwila zmiany znaku wielkości synchronizującej $U_s^*(t)$ wielkość wyjściowa $U_E(t)$ integratora jest równa

$$U_E(t) = -\frac{1}{T} \int_{t_{n-1,2}}^t (E + u + U_s) dt \quad t_{n-1,2} < t < \Theta_{n,1} \quad (124)$$

a dla $\Theta_{n,1} < t < t_{n,1}$

$$U_E(t) = U_E(\Theta_{n,1}) - \frac{1}{T} \int_{\Theta_{n,1}}^t (E + u - U_s) dt \quad (125)$$

Wielkość U_E osiągnie wartość zero w chwili $t_{n,1}$

Rys. 19. Multiwibrator sterowany synchronizowany;
 a/ schemat blokowy,
 b/ przebiegi w poszczególnych punktach układu

$$U_E(t) = \frac{1}{T} \int_{t_{n-1,2}}^{\Theta_{n,1}} (E + u + U_s) dt - \frac{1}{T} \int_{\Theta_{n,1}}^{t_{n,1}} (E + u - U_s) dt \quad (126)$$

Stąd
$$(E + u + U_s)(\Theta_{n,1} - t_{n-1,2}) + (E + u - U_s)(t_{n,1} - \Theta_{n,1}) = 0 \quad (127)$$

Analogicznie, w drugiej ujemnej części impulsu otrzymamy

$$U_G(\Theta_{n,2}) = -\frac{1}{\tau} \int_{t_{n,1}}^{\Theta_{n,2}} (-E + u - U_s) dt \quad (128)$$

oraz

$$U_G(t_{n,2}) = 0 = U_G(\Theta_{n,2}) - \frac{1}{\tau} \int_{\Theta_{n,2}}^{t_{n,2}} (-E + u + U_s) dt \quad (129)$$

Stąd

$$(-E + u - U_s)(\Theta_{n,2} - t_{n,1}) + (-E + u + U_s)(t_{n,2} - \Theta_{n,2}) = 0 \quad (130)$$

Przyrównując stronami równania /127/ i /130/ otrzymamy

$$(E+u) T_1 - (E-u) T_2 = U_s [2(\Theta_{n,2} - \Theta_{n,1}) - (t_{n,2} - t_{n-1,2})] \quad (131)$$

oznaczono:

$$T_1 = t_{n,1} - t_{n-1,2}$$

$$T_2 = t_{n,2} - t_{n,1}$$

Przyjmując, że w stanie ustalonym zachodzi

$$t_{n,2} - t_{n-1,2} = T_c$$

oraz, że

$$\Theta_{n,2} = \Theta_{n,1} + \frac{T_c}{2}$$

otrzymamy, że prawa strona równ. /131/ jest równa zero. Stąd

$$(E + u) T_1 - (E - u) T_2 = 0 \quad (132)$$

oraz

$$\mathcal{K}_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = -\frac{u}{E} = k_r u \quad (133)$$

Błąd modelowy statyczny przetwornika mocy o tym modulatorze jest więc równy zero.

Dla zapewnienia synchronizacji drgań wyjściowych pochodna wielkości U_G winna zmieniać znak w chwilach przełączeń wielkości syn-

chronizującej $U_s^*(t) : \Theta_{n,1}, \Theta_{n,2}$. Warunek ten będzie spełniony przy

$$U_s > E + |u| \quad (134)$$

Ponieważ

$$\left| \frac{U}{E} \right| = |\alpha_r| < 1$$

to

$$s = \frac{U}{E} \gg 2^* \quad (135)$$

Z zależności /135/ wynika, że dla zapewnienia zmienności różnicowego współczynnika wypełnienia w całym jego zakresie tzn. $-1 < \alpha_r < 1$ amplituda prostokątnego przebiegu synchronizującego $U_s^*(t)$ winna być co najmniej dwukrotnie większa od wielkości wyjściowej komparatora E.

Przy $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$ z równań /126/ i /129/ otrzymamy wyrażenia określające chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsu:

$$t_{n,1}(1+s) - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) = 2s \Theta_{n,1} - (s-1) t_{n,2} - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (136)$$

$$t_{n,2}(1+s) + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = 2s \Theta_{n,2} - (s-1) t_{n,2} + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) \quad (137)$$

$$\Theta_{n,1} = \Theta_{n-1,2} + \frac{T_c}{2} \quad (138)$$

$$\Theta_{n,2} = \Theta_{n,1} + \frac{T_c}{2} \quad (139)$$

Zakładając, że włączanie wielkości wejściowej $u(t)$ nastąpiło w chwili $t_{0,2} = 0$ (tzn. $u(t) = 0, t < t_{0,2}$) równania /136/ - /139/ należy uzupełnić warunkiem początkowym

$$\Theta_{1,1} = \frac{T_c}{2} \frac{1+s}{2s} \quad (140)$$

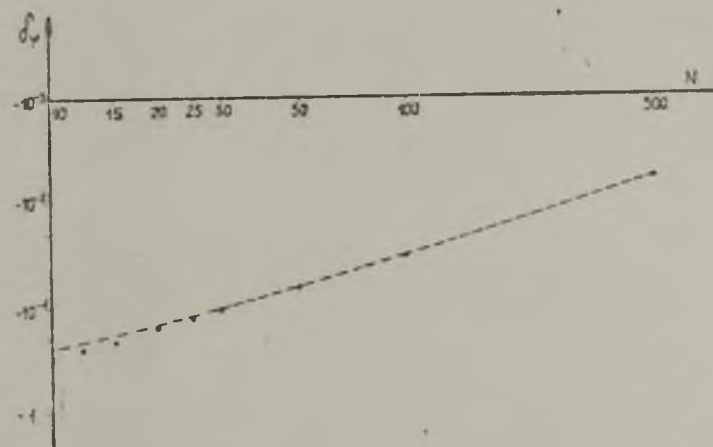
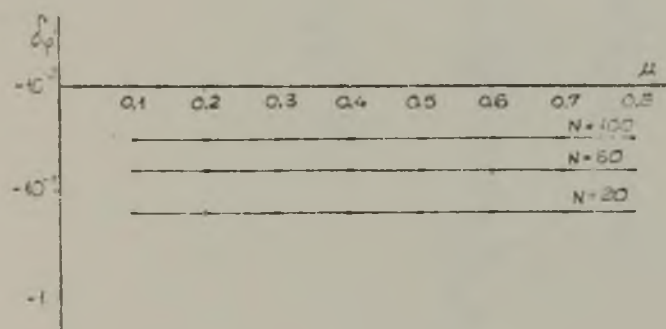
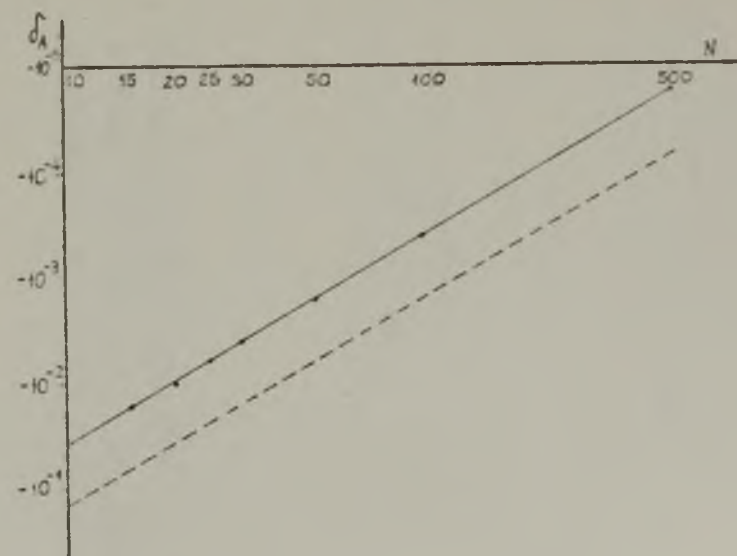
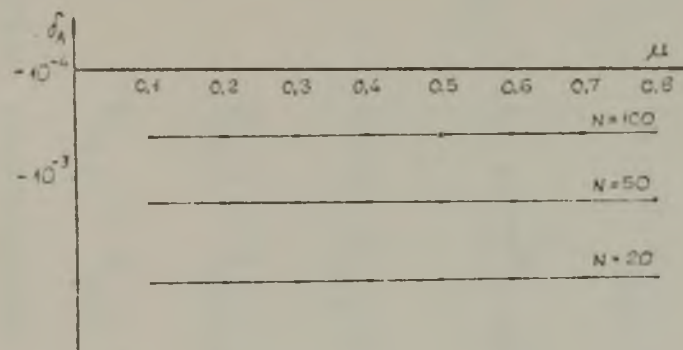
* W sposób ścisły warunek synchronizacji /135/ uzasadnić można stosując metodę Pospiełowa.

W stanie ustalonym, przy braku modulacji wyrażenie /140/ określa przesunięcie czasowe pomiędzy ciągiem impulsów wyjściowych $E_r^*(t)$ a wielkością synchronizującą $U_s^*(t)$.

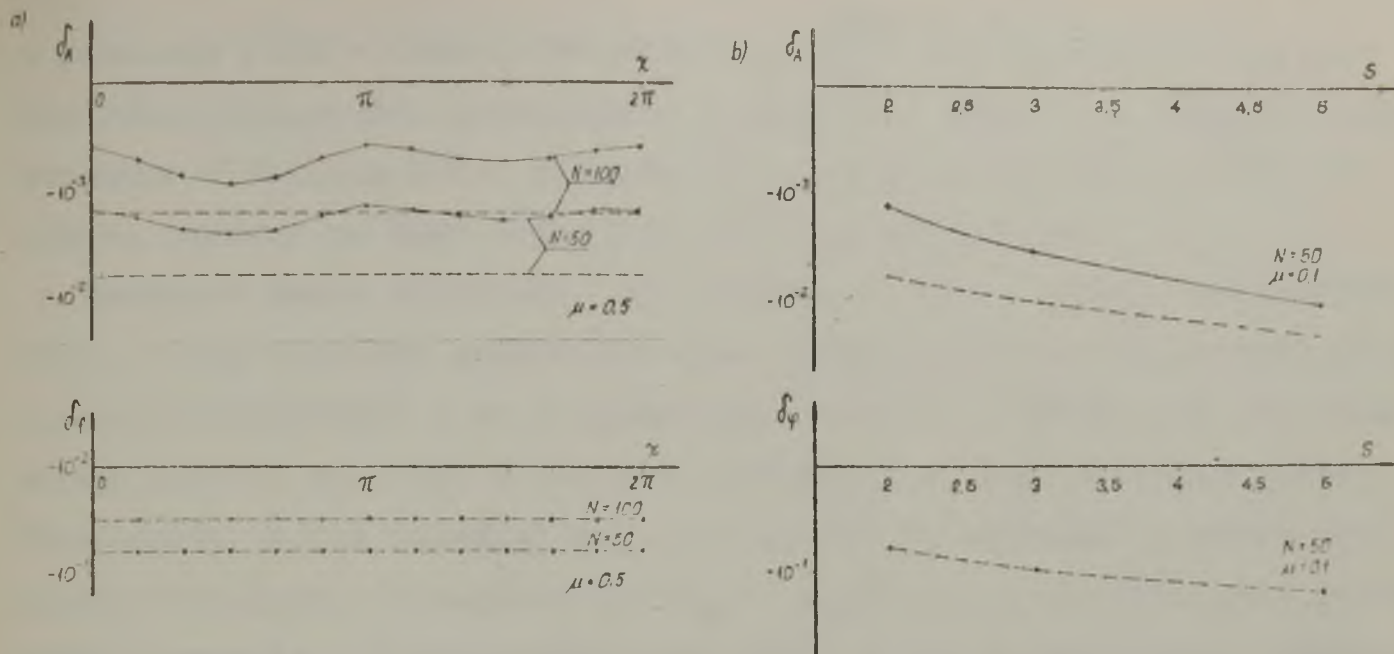
Wyniki analizy numerycznej δ_{md} . Równania /136/ - /139/ posłużyły do numerycznego obliczenia błędu modelowego dynamicznego przetwornika mocy o tym modulatorze. Obliczenia przeprowadzono wg schematu blokowego z rys. 6b, przyjmując $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$, $L = 30$. Poszczególne parametry zmieniano w zakresach: N /10 - 500/ - dla całkowitych N , μ /0,1 - 0,9/, χ /0 - 2π /, $s = 2, 3, 5$. Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach XIV, XV, XVI oraz na rys. 20 /punktami oraz linią ciągłą/. Z obliczeń wynika, że błędy amplitudy i fazy niewiele zależą od głębokości modulacji. Przy wzroście μ w zakresie /0,1 - 0,9/ wartość bezwzględna błędu amplitudy maleje, w przybliżeniu o mniej niż 15%. Natomiast zmiany błędu fazy ze zmianą głębokości modulacji są rzędu części procentu. Wraz ze wzrostem częstotliwości względnej oba błędy maleją, : błąd amplitudy w przybliżeniu proporcjonalnie do $\frac{1}{N^2}$, błąd fazy proporcjonalnie do $\frac{1}{N}$. Błąd fazy praktycznie nie zależy od fazy początkowej χ , natomiast błąd amplitudy zmienia się z fazą χ /tablica XV, rys. 21a/. Zmiany te interpretowano jako wpływ omówionego w p. 2.1 błędu wyższych harmonicznych. Interpretacja taka wiąże się z faktem, że okres zmian błędu fazy w stosunku do fazy początkowej jest okresem wielkości wejściowej. Stwierdzono zależność obu błędów od stosunku amplitudy wielkości synchronizującej do wielkości wyjściowej komparatora $s = \frac{U_s}{E}$. Zarówno błąd amplitudy jak i błąd fazy rosną ze wzrostem s /por. tablica XVIa, rys. 21b/. Dlatego korzystne jest przyjęcie minimalnej wartości tego parametru, tzn. przyjęcie $s = 2$.

Przeprowadzono także obliczenia dla dwóch innych wersji multiwibratora, a mianowicie dla przypadku, gdy komparator jest komparatorem z histerezą o wartości σ oraz dla przypadku, gdy przebieg synchronizujący wprowadzany jest na wejście komparatora /a nie integratora jak w przypadku wyjściowym/ i ma przebieg piłokształtny.

Dla przypadku, gdy komparator posiada histerezę o wartości σ równania opisujące chwile pojawienia się kolejnych zboczy impulsu mają



Rys. 20. Multiwibrator synchronizowany. Zależność błędów amplitudy i fazy od:
 a/ głębokości modulacji, b/ częstotliwości względnej



Rys. 21. Multiwibrator synchronizowany. Zależność błędów amplitudy i fazy od: a/ fazy początkowej χ , b/ względnej wielkości przebiegu synchronizującego.

postać:

$$t_{n,1}(1+s) - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) = \frac{2\sigma\tau}{E} + 2s \Theta_{n,1} - (s-1) t_{n-1,2} - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (141)$$

$$t_{n,2}(1+s) + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = \frac{2\sigma\tau}{E} + 2s \Theta_{n,2} - (s-1) t_{n,1} + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) \quad (142)$$

$$\Theta_{n,1} = \Theta_{n-1,2} + \frac{T_c}{2} \quad (143)$$

$$\Theta_{n,2} = \Theta_{n,1} + \frac{T_c}{2} \quad (144)$$

Z warunkiem początkowym

$$\Theta_{1,1} = \frac{(1+s)T_c - \frac{4\sigma\tau}{E}}{4s} \quad (145)$$

Łatwo zauważyć, że przy $\sigma = 0$ równania /141/ - /145/ przechodzą

w równania /136/- /140/. Oznaczono $c = \frac{2\tau}{E}$. Wykonano obliczenia dla różnych wartości parametru c przy $s = 2$. Jeden z przypadków przedstawiono w tablicy XVIIb. Stwierdzono, że histereza komparatora nie wpływa zarówno na błąd amplitudy jak i na błąd fazy.

Wykonano także obliczenia dla takiego wariantu układu multiplikatora, kiedy wielkość synchronizująca wprowadzana jest bezpośrednio na wejście komparatora i ma przebieg piłkowształtny. Układ ten przedstawiony jest na rys. 22, w postaci użytecznej do zastosowania metody Pospiełowa. Łatwo zauważyć, że wprowadzanie prostokątnego przebiegu synchronizującego o amplitudzie U_s na wejście integratora jest równoważne wprowadzeniu trójkątnego przebiegu synchronizującego o amplitudzie $\frac{U_s \cdot T_c}{4\tau}$ na wejście komparatora. Istotną więc cechą omawianego wariantu jest piłkowształtny kształt przebiegu synchronizującego. Założono, że przebieg piłkowształtny uzyskiwany jest przez całkowanie wielkości stałej U_s ze stałą czasową τ , tzn. ze stałą czasową integratora multiwibratora.

Równania opisujące chwile pojawiania się kolejnych zboczy impulsu mają dla tego przypadku postać następującą:

$$t_{n,1}(1+s) - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) = \frac{\tau}{E} U_\varepsilon(t_{n-1,2}) + s \cdot \frac{T_c}{4} + (1+s) t_{n-1,2} - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \quad (146)$$

$$t_{n,2} = t_{n-1,2} + T_c \quad (147)$$

gdzie $s = \frac{U_s}{E}$ (148)

$$a \quad U_\varepsilon(t_{n-1,2}) = \frac{E}{\tau} \left\{ -\frac{T_c}{2} \cdot s + s(t_{n-1,1} - t_{n-1,2}) + (t_{n-1,2} - t_{n-1,1}) + \frac{U_m}{\omega_y E} \left[\cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) - \cos(\omega_y t_{n-1,1} + \chi) \right] \right\} \quad (149)$$

Wyrażenie /149/ przedstawia wielkość wyjściową integratora w chwili $t_{n-1,2}$.

Dla przypadku tego przeprowadzono obliczenia przyjmując $s = 2$. Otrzymane wyniki przedstawiono w tablicy XVII. Można zauważyć, że bardzo niewiele różnią się one od wyników otrzymanych dla układu podstawowego. Istotną różnicą jest to, że bezwzględna wartość błędu amplitudy rośnie wraz ze wzrostem głębokości modulacji. Jednak wzrost ten jest niewielki, rzędu kilku - kilkunastu procent dla μ w zakresie /0,1 - 0,9/. Do celów praktycznych można przyjąć, że układ ten jest równoważny układowi podstawowemu, z rys. 19.

Syntetyzując otrzymane wyniki stwierdzono, że obliczone wartości błędów amplitudy i fazy dla multiwibratora synchronizowanego można opisać za pomocą następujących wyrażen empirycznych /przy $s = 2$ /:

$$\delta_A \approx -0,40 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2, \quad \delta_\varphi \approx -\left(\frac{\pi}{N}\right) \quad (150)$$

Stąd błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy czynnej o tym modulatorze przedstawić można w postaci:

$$\delta_{md}^o = -0,90 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \cos \varphi + \left(\frac{\pi}{N}\right) \sin \varphi \quad (151)$$

Analiza układu metoda Pospiełowa. Analizę multiwibratora synchronizowanego przeprowadzono także metodą Pospiełowa. W tym celu schemat blokowy multiwibratora przedstawiono w postaci jak na rys. 22, Różnica pomiędzy układem z rys. 19 i 22 polega na innym miejscu wprowadzenia wielkości synchronizującej. Jest to jednak, jak łatwo zauważyć, zmiana nieistotna. Zgodnie z podaną w p.1.2.2 klasyfikacją układ z rys. 22 jest układem modulatora naturalnego szerokości impulsów objętym impulsowanym sprzężeniem zwrotnym.

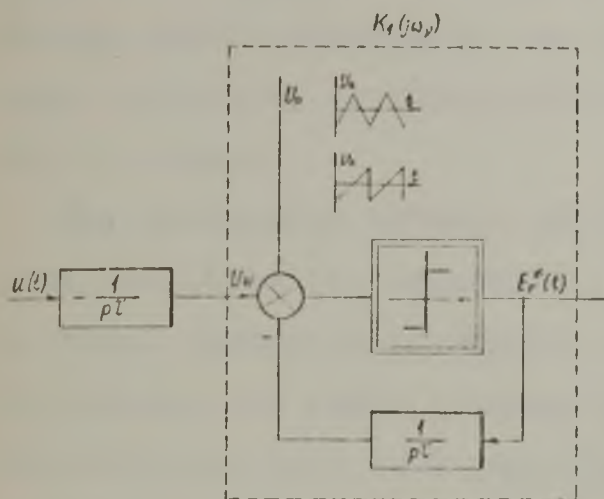
Dla układu przekaźnikowego, oznaczonego na rys. 22 przez $K_1(j\omega_\nu)$ znaleziono transmitancję impulsową w postaci:

$$K_1(z) = \frac{1}{T_c} \frac{2Q + C_o}{Q(Q + C_o)} \left(z + \frac{2Q - C_o}{2Q + C_o} \right) \left\{ 1 - \frac{C_o \left(z + \frac{3Q - C_o}{Q + C_o} \right)}{(Q + C_o) \left[z - \frac{(Q - C_o)^2}{(Q + C_o)^2} \right]} \right\} \quad (152)$$

gdzie: $Q = \left. \frac{dU_o}{dt} \right|_{t_{n.2}}$ - pochodna wielkości synchronizującej w chwilach

$$C_0 = \frac{E}{T}$$

wg oznaczeń z rys. 22. Transmitancję częstotliwościową modulatora K_1 dla składowej wolnozmiennnej można znaleźć następująco:



$$K_1(j\omega_y) = \frac{1}{E} j\omega_y T \frac{1 + j\omega_y \tau_1}{1 + j\omega_y \tau_2} \quad (153)$$

$$K_R(j\omega_y) = - \frac{1}{j\omega_y T} \cdot K_1(j\omega_y) \quad (154)$$

$$K_R(j\omega_y) = - \frac{1}{E} \frac{1 + j\omega_y \tau_1}{1 + j\omega_y \tau_2}$$

Rys. 22. Rysunek pomocniczy do analizy multiwibratora synchronizowanego metodą Pospiełowa

gdzie:

$$\tau_1 = \frac{T}{4} \left(2 + \frac{C_0}{Q} \right) \quad (155)$$

$$\tau_2 = \frac{T}{4} \frac{\left(1 + \frac{C_0}{Q} \right)^2}{\frac{C_0}{Q}} \quad (156)$$

Wyrażenie /154/ /a więc i błąd modelowy dynamiczny/ nie zmieni się jeżeli komparator będzie komparatorem z histerezą. Przy wyprowadzaniu tej zależności nie przyjmowano bowiem założeń co do histerezy komparatora. Jest to zgodne z wynikami badań numerycznych /por. tablica XVIIb/.

Transmitancja modulatora /154/ nie zmieni się, jeżeli wielkość synchronizująca U_0 mieć będzie przebieg piłkokszałtny. Łatwo bowiem wykazać, że w obu przypadkach /tzn. w przypadku przebiegu trójkątnego i piłkokszałtnego/, stosunek $\frac{C_0}{Q}$ nie ulega zmianie. Także i ta własność układu została potwierdzona numerycznie.

Z zależności /153/ wynika także, że niewielka nieliniowość przebiegu synchronizującego niewiele wpływa na błąd modelowy dynamiczny. Nieliniowość przebiegu synchronizującego wyraża się bowiem w nieliniowych zmianach współczynnika Q . W pierwszym przybliżeniu nie jest więc istotne, czy wielkość synchronizująca ma przebieg

trójkątny czy też sinusoidalny o takim samym nachyleniu w otoczeniu zera. Błąd modelowy statyczny /tzn. dla $\omega_p = 0$ / jest bowiem równy zero także dla nieliniowego przebiegu synchronizującego $k_r = K_r(0) = -\frac{1}{E}$. Należy jednak podkreślić, że wyrażenie /154/ zostało wyprowadzone przy założeniu, że głębokość-modulacji jest niewielka, tzn., że zachodzi $Q = \text{const}$.

Dla porównania wyników obliczeń numerycznych z wynikami otrzymanymi analitycznie, wyrażenie /154/ należy przekształcić do postaci, w której występują parametry charakterystyczne dla układu z rys. 19. Przyjmując, że stała czasowa integratora kształtującego wielkość synchronizującą jest taka sama jak stała czasowa integratora modulatora τ_r otrzymamy:

$$Q = \frac{U_0}{\tau} \quad , \quad \frac{C_0}{Q} = \frac{\frac{E}{\tau}}{U_0} = \frac{1}{s} \quad ,$$

$$\tau_1 = \frac{\pi c}{4} \left(2 + \frac{1}{s}\right) \quad , \quad \tau_2 = \frac{\pi c}{4} s \left(1 + \frac{1}{s}\right)^2$$

Przy tych oznaczeniach, transmitancję modulatora, błędy amplitudy i fazy przedstawić można w funkcji częstotliwości względnej N następująco:

$$K_r(N) = -\frac{1}{E} \sqrt{\frac{1 + a_1^2}{1 + a_2^2}} e^{j\delta_f} \quad (157)$$

$$\delta_A = \sqrt{\frac{1 + a_1^2}{1 + a_2^2}} - 1 \quad (158)$$

$$\delta_f = \text{arctg} \frac{a_1 - a_2}{1 + a_1 a_2} \quad (159)$$

oznaczono

$$a_1 = \frac{\pi}{2N} \left(2 + \frac{1}{s}\right) \quad , \quad a_2 = \frac{\pi}{2N} s \left(1 + \frac{1}{s}\right)^2$$

Błędy amplitudy i fazy obliczone wg zależności /158/ i /159/ przedstawiono na rys. 20b, 21 linią kreskowaną. Jak widać, wartości błędu amplitudy obliczone analitycznie są większe /w przybliżeniu czterokrotnie/ od wartości obliczonych numerycznie. Natomiast błąd fazy obliczony analitycznie z dokładnością kilku procent pokrywa się

z błędem fazy otrzymanym numerycznie. Zadawalającą zgodność uzyskano także przy rozpatrywaniu wpływu parametru s na składowe błędy modelowego, rys. 21b.

Z przedstawionej analizy wynika, że modulator ten wprowadza duży błąd fazy, znacznie większy od błędu amplitudy. Dlatego też błąd przetwarzania przetwornika o tym modulatorze szybko rośnie ze wzrostem przesunięcia fazowego φ , tzn. ze zmniejszaniem się współczynnika mocy. Porównując układ ten z modulatorem naturalnym szerokości impulsu można stwierdzić, że ma on znacznie gorsze własności dynamiczne. Powodem tego jest impulsowe sprzężenie zwrotne.

Powyższe uwagi mogą wydać się zaskakujące w zestawieniu z podaną uprzednio informacją, że układ ten zastosowano w najdokładniejszym opisanym w literaturze przetworniku mocy czynnej [62]. Błąd modelowy obliczony wg zależności eksperymentalnej /151/ wielokrotnie przekracza /szczególnie przy $\cos \varphi \rightarrow 0$ / błąd nominalny dla przetwornika opisanego w [62]. Oznacza to, że konstruktorzy przetwornika [62] musieli podjąć i skutecznie rozwiązać zadanie dokładnej korekcji tego błędu.

2.4.5. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym o zmiennej petli histerezy. Opis modulatora. Multiplikator, w którym jako modulator współczynnika wypełnienia zastosowano multiwibrator o zmiennej pętli histerezy opisano w [29]. Poniżej opisana zostanie inna wersja tego multiplikatora, w której modulowany jest różnicowy współczynnik wypełnienia. Schemat układu przedstawiony został na rys. 23.

Przyjmijmy, że przy $u(t) = u = \text{const}$ wielkość wyjściowa integratora U_{ξ} osiągnie wartość progową $+\sigma_1$ w chwili $t_{n-1,2}$. Wielkość wyjściowa komparatora zmienia swoją biegunowość z $-E$ na $+E$. Zachodzi $U_{\xi}(t_{n-1,2}) = +\sigma_1$, czyli

$$U_{\xi}(t_{n-1,2}) = C [E + u] \quad (160)$$

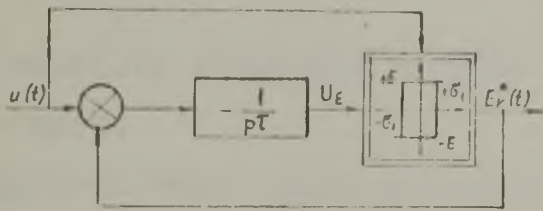
gdzie C - współczynnik proporcjonalności, niezależny od wielkości wejściowej. Dla $t_{n-1,2} < t < t_{n,1}$ zachodzi

$$U_{\xi}(t) = U_{\xi}(t_{n-1,2}) - \frac{1}{\tau} \int_{t_{n-1,2}}^t (E + u) dt \quad (161)$$

Wielkość U_{ϵ} osiągnie wartość progową $-\sigma_1$ w chwili $t_{n,1}$. Stąd

$$U_{\epsilon}(t_{n,1}) = -\sigma_1 = -C(E + u) \quad (162)$$

a)



$$\sigma_1 = C[E + u(t)] = -C(E + u) \quad (163)$$

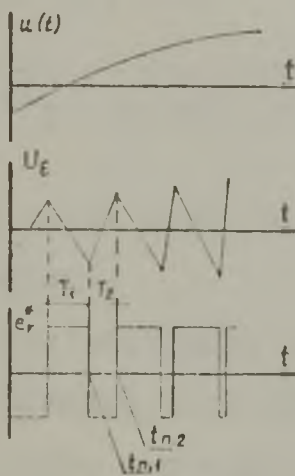
Z równań /162/ oraz /161/ otrzymujemy

$$C(E+u) - \frac{1}{T}(E+u)(t_{n,1} - t_{n-1,2}) =$$

czyli

$$\begin{aligned} T_1 = t_{n,1} - t_{n-1,2} &= \\ &= \frac{2 C(E + u)T}{E + u} = 2 C\bar{T} \end{aligned} \quad (164)$$

b)



Tak więc czas trwania T_1 dodatniej części impulsu nie zależy od stałej wielkości wejściowej. W chwili $t_{n,1}$ następuje ponowna zmiana wielkości wyjściowej komparatora z $+E$ na $-E$.

Rys.23. Multiwobulator sterowany o zmiennej pętli histerezy; a/ schemat blokowy, b/ przebiegi w poszczególnych punktach układu

Stąd przy $t_{n,1} < t < t_{n,2}$ zachodzi

$$U_{\epsilon}(t) = -C(E + u) - \frac{1}{T} \int_{t_{n,1}}^t (-E + u) dt \quad (165)$$

Wielkość wyjściowa integratora osiągnie ponownie wartość $+\sigma_1$ w chwili $t_{n,2}$

$$U_{\epsilon}(t_{n,2}) = +\sigma_1 = C(E + u) \quad (166)$$

Stąd

$$C(E + u) = -C(E + u) - \frac{1}{T} (-E + u)(t_{n,2} - t_{n,1}) \quad (167)$$

oraz

$$T_2 = t_{n,2} - t_{n,1} = 2 C\bar{T} \frac{E + u}{E - u} \quad (168)$$

Różnicowy współczynnik wypełnienia jest równy

$$\alpha_r = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = \frac{2 C\tau - 2 C\tau \frac{E+u}{E-u}}{2 C\tau + 2 C\tau \frac{E+u}{E-u}} = -\frac{u}{E} = k_r u \quad (169)$$

Błąd modelowy statyczny przetwornika o tym modulatorze jest więc równy zeru.

Częstotliwość impulsów wyjściowych f_c zależy liniowo od wielkości modulującej u :

$$f_c = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{1}{2 C\tau + 2 C\tau \frac{E+u}{E-u}} = \frac{1}{4 C\tau} \left(1 - \frac{u}{E}\right) \quad (170)$$

/Układ ten może więc znaleźć zastosowanie jako modulator częstotliwości impulsu/.

Warunkiem poprawnej pracy modulatora jest $E > |u|$. Przy niespełnieniu tego warunku pochodna wielkości wyjściowej integratora nie będzie zmieniać znaku w chwilach przełączeń $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ i drgania wyjściowe zostaną zerwane.

Jeżeli wielkość modulująca ma przebieg sinusoidalny $u(t) = U_m \sin(\omega_y t + \chi)$, wówczas równania określające chwile pojawiania się kolejnych zboczy impulsu można wyznaczyć z następujących zależności:

$$\begin{aligned} t_{n,1} - \frac{T_{co}}{2} \frac{U_m}{E} \sin(\omega_y t_{n,1} + \chi) - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) = \\ = t_{n-1,2} + \frac{T_{co}}{2} + \frac{T_{co}}{2} \frac{U_m}{E} \sin(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) - \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n-1,2} + \chi) \end{aligned} \quad (171)$$

$$\begin{aligned} t_{n,2} - \frac{T_{co}}{2} \frac{U_m}{E} \sin(\omega_y t_{n,1} + \chi) + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,2} + \chi) = \\ = t_{n,1} + \frac{T_{co}}{2} + \frac{T_{co}}{2} \frac{U_m}{E} \sin(\omega_y t_{n,1} + \chi) + \frac{U_m}{\omega_y E} \cos(\omega_y t_{n,1} + \chi) \end{aligned} \quad (172)$$

Przez $T_{co} = 4C\tau$ oznaczono okres drgań własnych, niemodulowanych.

Wyniki analizy numerycznej δ_{md} . Zależności /171/, /172/ posłużyły do numerycznego obliczenia błędu modelowego dynamicznego. Obliczenia prowadzono wg schematu blokowego z rys. 6b przy $\epsilon = 1 \cdot 10^{-9}$ /zmienianym w trakcie obliczeń/ i $L = 100$. Badania przeprowadzono dla N w zakresie /10 - 500/, μ /0,1 - 0,7/ oraz χ /0 - 2π /. Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach XVIII, XIX, XX oraz na rys. 24 i 25.

Jak widać na przedstawionych wykresach, błąd amplitudy zmienia się nieznacznie ze wzrostem głębokości modulacji, przy czym nie są to zmiany monotoniczne. W zakresie μ /0,1 - 0,7/ można zauważyć, że błąd ten jest stały. Ze wzrostem częstotliwości względnej błąd amplitudy maleje; w przybliżeniu proporcjonalnie do $\frac{1}{N^2}$. Takie zmiany błędu amplitudy ze zmianą początkowego kąta fazowego χ są niewielkie, rzędu kilku procent. Analizując otrzymane wyniki stwierdzono, że błąd amplitudy można opisać następującą zależnością eksperymentalną:

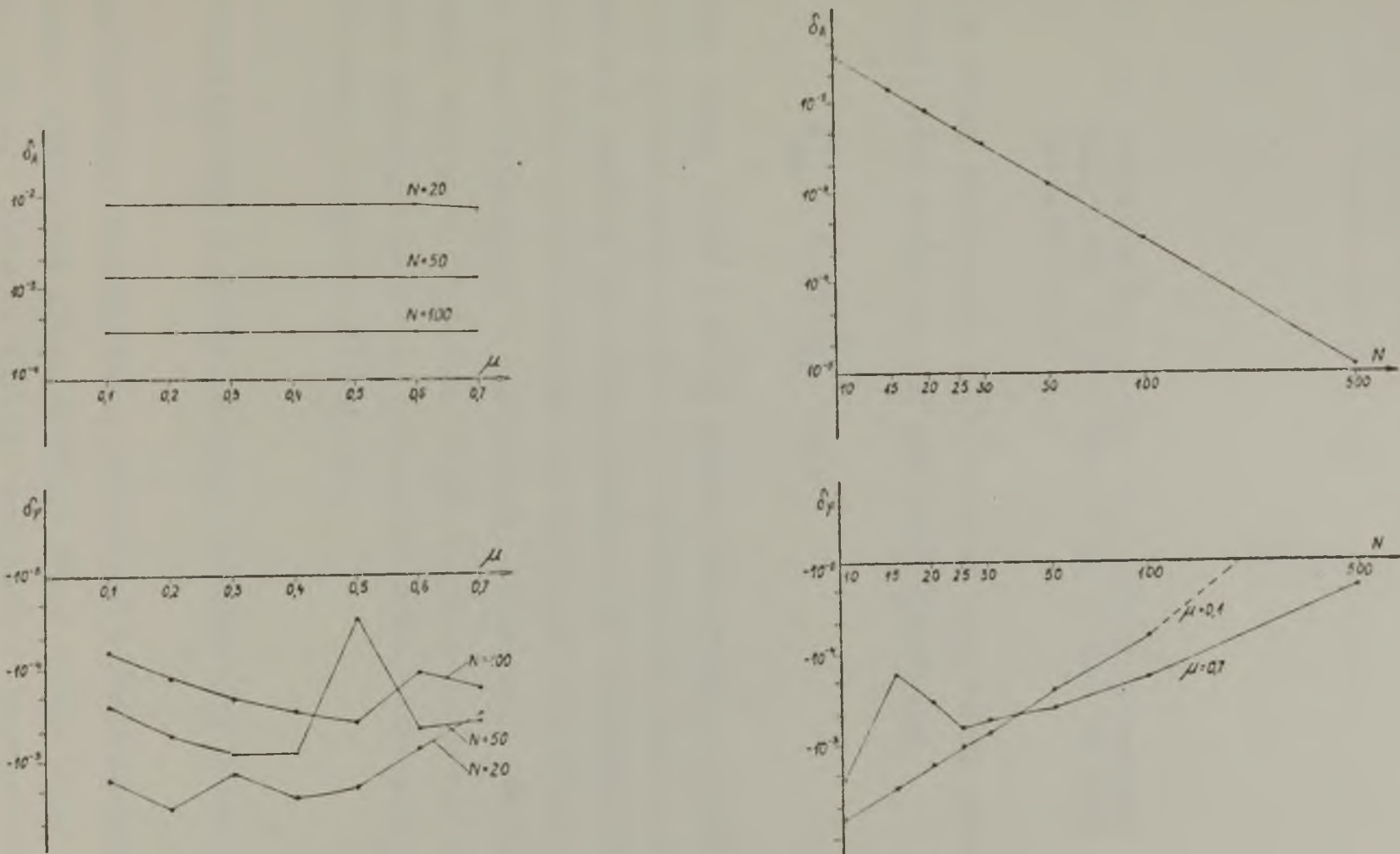
$$\delta_A = 0,35 \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 \quad (173)$$

Wartości obliczone wg wzoru /173/ są nieco większe od wartości obliczonych numerycznie.

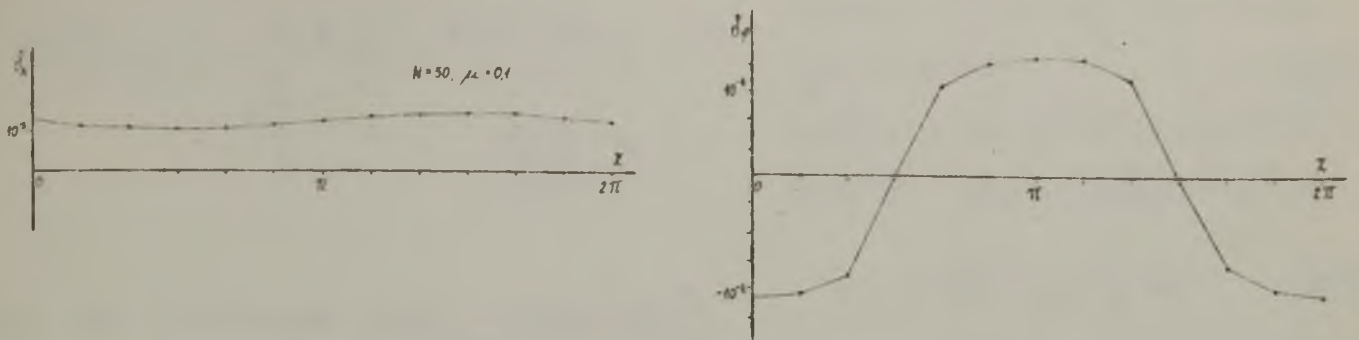
Błąd fazy zależy nieregularnie od głębokości modulacji. Np. przy $N = 30$ zależnie od głębokości modulacji zmienia się on od $-6,30 \cdot 10^{-6}$ do $-1,51 \cdot 10^{-3}$, a więc o ponad dwa rzędy. Zjawiska tego autor nie potrafi wyjaśnić. Jego zmiany ze zmianą początkowego przesunięcia fazowego χ są okresowe z okresem wielkości modulującej T_y .

Porównanie wyników obliczeń numerycznych dla omawianego modulatora z wynikami otrzymanymi dla multiwibratora niesynchronizowanego pokazuje, że są one jakościowo takie same. Dlatego też i w tym przypadku przyjęto wyjaśnienie, że otrzymane numerycznie wartości błędu fazy są silnie zniekształcone błędem wyższych harmonicznych. Hipotezę tę potwierdzają także wyniki otrzymane dla przypadku okresowego, tablica XIX; dla przypadku tego obliczony błąd fazy jest rzędu niedokładności obliczeń numerycznych.

Przyjmując /zgodnie z omówieniem z p. 2.1.3/, że wpływ błędu fazy na błąd przetwarzania mocy można uznać za pomijalny w porównaniu



Rys. 24. Multiwibrator o zmiennej pętli histerezy. Zależność błędów amplitudy i fazy od: a/ głębokości modulacji, b/ częstotliwości względnej



Rys. 25. Multiwibrator o zmiennej pętli histerezy. Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

z wpływem błędu amplitudy, błąd modelowy dynamiczny przetwornika o tym modulatorze można opisać formułą empiryczną:

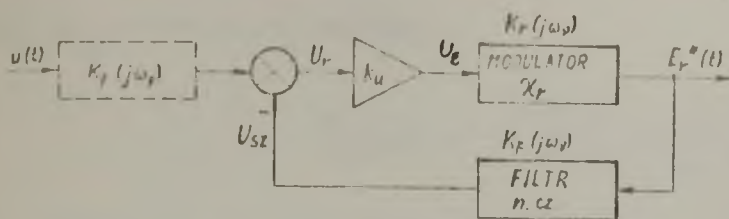
$$\delta_{md}^{\circ} = 0,35 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \cos \varphi \quad (174)$$

Porównując wzory /174/ i /115/ można stwierdzić, że błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy o tym modulatorze jest w przybliżeniu czterokrotnie większy niż przetwornika o multiwibratorze niesynchronizowanym. Także konstrukcyjnie multiwibrator sterowany niesynchronizowany jest łatwiejszy w realizacji. Można więc przyjąć, że zarówno z punktu widzenia kryterium błędu modelowego dynamicznego jak i z punktu widzenia łatwości wykonania, korzystniejsze jest stosowanie multiwibratora niesynchronizowanego.

2.5. Multiplikatory o modulatorach z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym

Przeprowadzając klasyfikację modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia wyróżniono grupę modulatorów z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym. Schemat blokowy takiego modulatora przedstawiono na rys. 26.

Filtr dolnoprzepustowy znajdujący się w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego wydziela z ciągu impulsów wyjściowych modulatora $u_r E_r^*(t)$ składową wolnozmienną. Różnica pomiędzy wielkością modulującą $u(t)$ a wielkością wyjściową filtru U_{sz} jest wzmacniana i moduluje różnico-



Rys. 26. Modulator różnicowego współczynnika wypełnienia z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym

wy współczynnik wypełnienia. Jeżeli wielkość modulująca jest stała $u(t) = u = \text{const}$, wówczas wielkość wyjściową filtru można znaleźć jako:

$$U_{sz} = E \cdot \alpha_r \cdot K_F(0) \quad (175)$$

$K_F(j\omega)$ - transmitancja filtru dolnoprzepustowego.

Ponieważ

$$\frac{U_\epsilon}{k_u} = u - E \cdot \alpha_r \cdot K_F(0) \quad (176)$$

$/k_u$ - wzmocnienie wzmacniacza błędu/, więc przy $k_u \rightarrow \infty$ różnicowy współczynnik wypełnienia jest równy

$$\alpha_r = \frac{u}{E \cdot K_F(0)} = k_r \cdot u \quad (177)$$

Błąd modelowy statyczny multiplikatora o takim modulatorze jest więc praktycznie równy zeru. Wprowadzenie zewnętrznego sprzężenia zwrotnego linearyzuje charakterystykę przetwarzania modulatora α_r .

Przy sinusoidalnej wielkości modulującej uproszczoną analizę tego układu przeprowadzić można stosując tzw. metodę pierwszej harmonicznej. Jeżeli bowiem założyć, że filtr dolnoprzepustowy tłumi wszystkie składowe z wyjątkiem harmonicznej o częstotliwości wielkości modulującej, wówczas można przyjąć, że wielkość na wejściu modulatora α_r ma przebieg sinusoidalny. Dla takiego przebiegu modulator ten zastąpić można jego transmitancją częstotliwościową $K_r(j\omega)$. Zauważając dalej, że układ modulatora ma strukturę zamkniętą tylko dla przebiegu o częstotliwości modulującej, można opisać zależność pomiędzy tą składową w przebiegu $E_r^*(t)$ a przebiegiem wejściowym w postaci transmitancji

$$K_m(j\omega) = \frac{k_u K_r(j\omega)}{1 + E \cdot K_F(j\omega) k_u K_r(j\omega)} \quad (178)$$

gdzie $K_m(j\omega)$ - transmitancja zastępcza dla składowej wolnozmiennnej

układu zamkniętego.

Przy $k_u \rightarrow \infty$ otrzymujemy

$$K_m(j\omega_v) = \frac{1}{E \cdot K_F(j\omega_v)} \quad (179)$$

Transmitancja zastępcza modulatora z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym jest odwrotnością transmitancji filtra dolnoprzepustowego. Własności dynamiczne tego filtra mają decydujący wpływ na własności dynamiczne modulatora, a więc na błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy o tym modulatorze. Trudno jest błąd ten analizować szczegółowo. Należałoby bowiem rozpatrzyć szereg różnych wariantów, zarówno modulatorów objętych sprzężeniem jak i filtrów. Dlatego ograniczymy się tylko do rozważań ogólnych..

Dynamiczne własności modulatora poprawić można wprowadzając na wejście filtr dolnoprzepustowy o identycznej charakterystyce częstotliwościowej jak filtr w pętli sprzężenia zwrotnego. Na rys. 26 został on zaznaczony linią kreskowaną. Dla takiego przypadku

$$K_m(j\omega_v) = K_F(j\omega_v) \frac{1}{E \cdot K_F(j\omega_v)} = \frac{1}{E} \quad (180)$$

Transmitancja modulatora α_r z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym staje się niezależna od częstotliwości. Możliwości takiego ukształtowania charakterystyki dynamicznej modulatora nie dostrzegli autorzy prac [36], [41], [59], [72]. Korekcję tę zastosowano tylko w układzie opisanym w [3].

Należy jednak podnieść problem dużych trudności realizacyjnych. Filtr zastosowany w pętli sprzężenia winien zapewniać bardzo dobre tłumienie składowej przebiegu $E_r^*(t)$ o częstotliwości impulsowego przebiegu modulowanego ω_c oraz jej harmonicznym. Istotne jest przy tym, aby zawartość ich była niewielka /pomijalna/ nie w przebiegu wyjściowym filtra U_{sz} lecz w przebiegu błędu $U_r(t) = u(t) - U_{sz}(t)$. Harmoniczne te bowiem nie są kompensowane w węźle sprzężenia zwrotnego i przenoszą się wzmacnione przez wzmacniacz błędu na wejście modulatora α_r . Jeżeli zawartość niepożądanych harmonicznym jest duża, efekt ten może całkowicie zniweczyć linearyzujący wpływ zewnętrznego sprzężenia zwrotnego. Analogiczny wpływ na dokładność przetwarzania

nia mają słabo tłumione /z założenia/ składowe przebiegu $E_r^*(t)$ o częstotliwościach krotnych częstotliwości przebiegu modulującego f_v . Harmoniczne te są bowiem generowane w trakcie procesu modulacji \mathcal{X}_r i znajdują się w widmie przebiegu wyjściowego modulatora \mathcal{X}_r /por. np. wzór /65/ określający widmo przebiegu wyjściowego modulatora jednostajnego szerokości impulsu/.

Wydaje się, że omówione zjawisko jest przyczyną, dla której przetworniki, w których modulator \mathcal{X}_r objęty jest zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym, nie charakteryzują się zwiększoną dokładnością w porównaniu z innymi układami. Można uczynić następującą uwagę. Zewnętrzne sprzężenie zwrotne, pogarszające dynamiczne własności modulatora \mathcal{X}_r stosowane jest w celu linearyzacji jego charakterystyki statycznej. Za bardziej celowe uznać należy postępowanie, kiedy do konstrukcji wybiera się układ o liniowej modelowej charakterystyce statycznej /tzn. o błędzie modelowym statycznym równym zeru/, a nieliniowość wynikająca z błędów instrumentalnych minimalizuje się przez staranną konstrukcję i właściwy dobór elementów. Realizacja bowiem filtra dolnoprzepustowego, który spełniałby odpowiednie wymagania, wynikające z powyższych rozważań, może być znacznie bardziej kłopotliwa. Szczególnie jeżeli układ winien charakteryzować się dużą dokładnością oraz szerokim pasmem przetwarzania.

2.6. Zestawienie wyników analizy błędu modelowego dynamicznego.

W punktach 2.2 - 2.4 przeanalizowano właściwości różnych modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia stosowanych w przetwornikach mocy czynnej o zasadzie TDM. Znalezione analitycznie lub eksperymentalnie /poprzez obliczenia numeryczne/ formuły, za pomocą których oszacować można błąd modelowy dynamiczny. Wyniki tej analizy zestawiono w tabelicy 1. Wnioski z przeprowadzonej analizy są następujące.

Najmniejszy błąd modelowy dynamiczny wprowadzany jest przez modulatory naturalne szerokości impulsu, przy czym wyraźnie mniejszy błąd występuje przy modulacji dwustronnej. Z punktu widzenia kryterium błędu modelowego dynamicznego układ ten tzn. modulator naturalny

Tablica 1. Zestawienie wyników analizy błędu modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM

Modulator α_r	δ_A	δ_φ	δ_{md}°	Uwagi
Modulator naturalny szerokości impulsu, mod. jednostronna			$\frac{24 N}{\pi^2 \mu^2 \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{N}\right)^N$	
Modulator naturalny szerokości impulsu, mod. dwustronna			$\frac{48 N}{\pi^2 \mu^2 \sqrt{2\pi N}} \left(\frac{5\mu}{2N}\right)^N$	
Modulator jednostajny szerokości impulsu, mod. jednostronna	$-\frac{1}{8} \left(\frac{\pi\mu}{N}\right)^2$	$-\frac{\pi}{N}$	$-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \left(1 + \frac{\mu}{4}\right)^2 \cos\varphi + \frac{\pi}{N} \sin\varphi$	
Modulator częstotliwości impulsu o strukturze otwartej	$-\frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2$	$-\frac{\pi}{2N}$	$-\frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{2N}\right)^2 \cos\varphi + \left(\frac{\pi}{2N}\right) \sin\varphi$	
Modulator częstotliwości impulsu z impulsowym sprz. zwr.	$-\frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2$	$-\frac{\pi}{2N}$	$-\frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{2N}\right)^2 \cos\varphi + \frac{\pi}{2N} \sin\varphi$	
Multiwibrator sterowany niesynchronizowany	$\frac{1}{11} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2$		$\frac{1}{11} \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \cos\varphi$	
Multiwibrator sterowany synchronizowany	$-0,4 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2$	$-\frac{\pi}{N}$	$-0,9 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \cos\varphi + \frac{\pi}{N} \sin\varphi$	s = 2
Multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy	$0,35 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2$		$0,35 \left(\frac{\pi}{N}\right)^2 \cos\varphi$	

szerokości impulsu z modulacją dwustronną jest układem o najlepszych własnościach dynamicznych.

Spośród układów o strukturze zamkniętej z impulsowym sprzężeniem zwrotnym najmniejszym błędem charakteryzuje się multiwibrator sterowany niesynchronizowany. Podobne, choć nieco gorsze własności posiada multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy. Błąd wprowadzany przez ten układ jest w przybliżeniu czterokrotnie większy niż błąd wprowadzany przez multiwibrator niesynchronizowany.

Pozostałe układy modulatorów α_r , a mianowicie modulator jednostajny szerokości impulsu, modulator częstotliwości impulsów oraz multiwibrator sterowany synchronizowany charakteryzuje względnie duży błąd fazy, znacznie większy od błędu amplitudy. W przypadku modulatora częstotliwości impulsów jest on dwukrotnie mniejszy niż w przypadku pozostałych dwóch układów. Duża wartość błędu fazy powoduje, że w miarę wzrostu kąta przesunięcia fazowego φ między prądem a napięciem błąd przetwarzania mocy rośnie. Zależnie od częstotliwości przetwarzanych przebiegów błąd przetwarzania mocy w przypadku małego współczynnika mocy może być o rząd lub więcej większy niż przy współczynniku mocy równym jedności. Zastosowanie wymienionych układów modulatorów α_r w przetwornikach mocy czynnej o dużej dokładności wymaga stosowania korekcji błędu modelowego dynamicznego.

2.7. Korekcja błędu modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM

Błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy o zasadzie TDM jest błędem systematycznym. Błąd modelowy dynamiczny nie może być jednoznacznie przyporządkowany wynikom przetwarzania mocy. Jest on bowiem funkcją wielkości sygnałów przetwarzanych a nie wyniku przetwarzania.

Multiplikator TDM jest przetwornikiem elektronicznym. Jego obie wielkości wejściowe są z reguły napięciami. Jeżeli nominalne wartości obu wielkości wejściowych są jednakowe i rezystancje wejściowe obu torów są jednakowe /lub wystarczająco duże, by błędy z naruszenia równowagi energetycznej mogły zostać pominięte/, wówczas oba wejścia

multiplikatora są zamienne. Na dane wejście podać można zarówno przebieg proporcjonalny do przetwarzanego napięcia jak i prądu. Ta cecha konstrukcyjna pozwala na znaczne zmniejszenie składowej błędu systematycznego proporcjonalnej do błędu fazy* poprzez zastosowanie tzw. sposobu zmiany znaku błędu. Idea tego sposobu jest następująca [62]. Załóżmy ogólnie, że oba tory przetwarzania multiplikatora scharakteryzować można poprzez wprowadzane błędy amplitudy δ_{A1} , δ_{A2} oraz błędy fazy $\delta_{\varphi1}$, $\delta_{\varphi2}$. Oznaczmy wielkości wejściowe multiplikatora przez $U \sin(\omega t + \varphi_u)$, $I \sin(\omega t + \varphi_i)$. Jeżeli pomiar wykonamy dwukrotnie, raz przed, a drugi raz po zamianie miejscami wejść multiplikatora, wówczas w każdym z pomiarów otrzymany jako wynik przetwarzania odpowiednio P_1 i P_2 :

$$P_1 = k_a k_r U I (1 + \delta_{A1})(1 + \delta_{A2}) \cos(\varphi_i + \delta_{\varphi2} - \varphi_u - \delta_{\varphi1}) \quad (181)$$

$$P_2 = k_a k_r U I (1 + \delta_{A1})(1 + \delta_{A2}) \cos(\varphi_i + \delta_{\varphi1} - \varphi_u - \delta_{\varphi2}) \quad (182)$$

Wyniki te obciążone są błędem względnym równym w przybliżeniu przy δ_{A1} , δ_{A2} , $\delta_{\varphi1}$, $\delta_{\varphi2} \ll 1$

$$\delta_P^\circ \approx \left[\delta_{A1} + \delta_{A2} - \frac{(\delta_{\varphi1} - \delta_{\varphi2})^2}{2} \right] \cos \varphi \pm (\delta_{\varphi1} - \delta_{\varphi2}) \sin \varphi \quad (183)$$

Znak plus po prawej stronie równ. /183/ odnosi się do równ. /181/, znak minus do równ. /182/. Wartość średnia obu pomiarów jest równa:

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2} = k_a k_r U I (1 + \delta_{A1})(1 + \delta_{A2}) \cos(\varphi_i - \varphi_u) \cos(\delta_{\varphi1} - \delta_{\varphi2}) \quad (184)$$

i obciążona jest błędem względnym

$$\delta_{\bar{P}}^\circ \approx \left[\delta_{A1} + \delta_{A2} - \frac{(\delta_{\varphi1} - \delta_{\varphi2})^2}{2} \right] \cos \varphi \quad (185)$$

Jak widać z porównania zależności /183/ i /185/, błąd średniej obu

* Pozwala także na stosowanie nowych, dokładniejszych metod wzorcowania specyficznych dla watomierzy elektronicznych, por. [67]

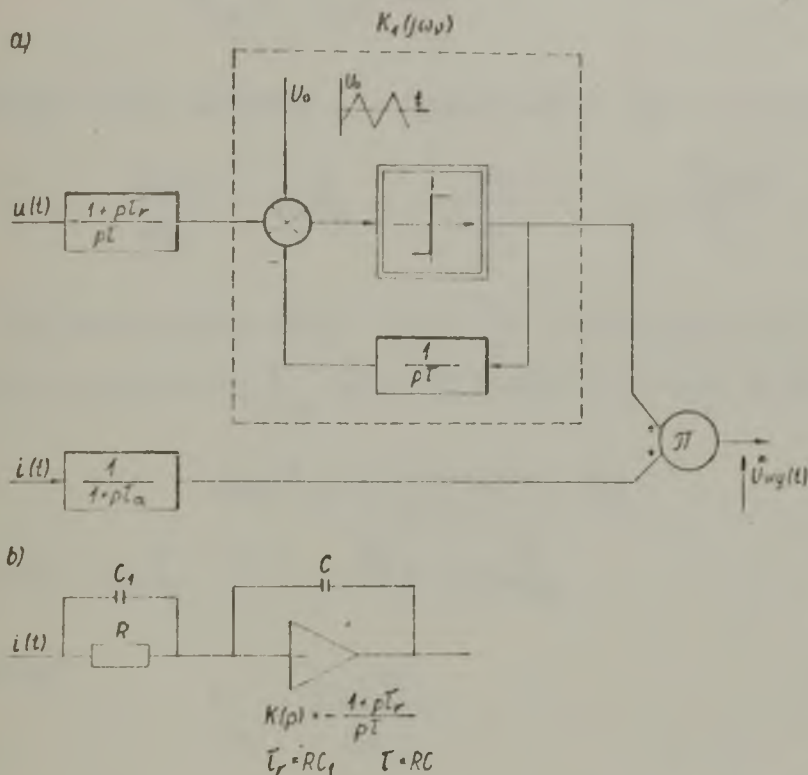
pomiarów jest mniejszy o składnik $(\delta_{\varphi 1} - \delta_{\varphi 2}) \sin \varphi$. W przypadku błę-
 du modelowego dynamicznego, błędy amplitudy i fazy wprowadzane w to-
 rze modulatora amplitudy są równe zero. Błąd amplitudy wprowadzany
 w torze modulatora α_r jest zwykle znacznie mniejszy od błędu fazy
 $\left/ \delta_{\varphi} = \frac{k}{N}, \delta_A = \frac{k}{N^2} \right/$. Stąd też sposób ten pozwala na znaczne zmniej-
 szenie błędu przetwarzania mocy, szczególnie przy małym współczyn-
 niku mocy. Dodać jednak należy, że nie pozwala na zmniejszenie błę-
 dów wprowadzanych przez przetworniki skali. Przetworniki skali toru
 prądowego i napięciowego nie są bowiem wzajemnie zamienne.

Wykorzystaniem wyników analiz do korekcji błędów dynamicznych
 jest takie ukształtowanie charakterystyk częstotliwościowych obu to-
 rów przetwarzania, aby $\delta_{\varphi 1} \approx \delta_{\varphi 2}$ oraz $\delta_{A1} \approx -\delta_{A2}$ w paśmie użytko-
 wym przetwarzania przetwornika. Można to wykonać poprzez wprowadzenie
 układów korekcji częstotliwościowej na obu lub jednym wejściu multi-
 plikatora. Należy podkreślić, że znajomość błędu modelowego dynamicz-
 nego /a właściwie oddzielnie obu jego składowych - błędu amplitudy
 i fazy/ jest przy wykonywaniu takiej korekcji konieczne. Pozwala
 bowiem na teoretyczne zaprojektowanie odpowiednich układów korekcyj-
 nych.

Rozważmy omówione zagadnienie na przykładzie przetwornika o multi-
 vibratorze sterowanym synchronizowanym. Modulator ten charakteryzu-
 je się ujemnym błędem amplitudy oraz ujemnym błędem fazy. Układ ko-
 rekcji częstotliwościowej wprowadzony w torze modulatora α_r winien
 więc mieć transmitancję o rosnącym, wraz ze wzrostem częstotliwości
 module oraz wprowadzać winien dodatnie przesunięcie fazy. Schemat
 zastępczy modulatora ze spełniającym te warunki układem korekcyjnym
 przedstawiono na rys. 27. Układ korekcyjny wprowadzono także w torze
 modulatora amplitudy. Z porównania rys. 22 i 27 widać, że różnica
 pomiędzy modulatorem α_r bez korekcji z układem z korekcją polega
 na zastąpieniu wejściowego integratora idealnego o transmitancji
 $\frac{1}{p\tau}$ układem o transmitancji $\frac{1+p\tau_r}{p\tau}$. Na rys. 27b przedstawiono przy-
 kład praktycznej realizacji tego układu. W torze modulatora amplitu-
 dy wprowadzono układ o transmitancji $\frac{1}{1+p\tau_a}$. Korzystając z danej

zależnością /153/ transmitancji układu przekaźnikowego $K_1(j\omega_v)$ można przedstawić transmitancję skorygowanego modulatora \mathcal{K}_r w postaci:

$$K_r(j\omega_v) = -\frac{1}{E} \frac{1 + j\omega_v \tau_r}{j\omega_v \tau} j\omega_v \tau \frac{1 + j\omega_v \tau_1}{1 + j\omega_v \tau_2} \quad (186)$$



Stałą czasową τ_r dobierze-
my z warunku na kompensacji błędu amplitudy. W tym celu wykorzystać można zależność /186/ lub też wyniki analizy numerycznej. Ten drugi sposób postępowania winien pozwolić na korekce dokładniejszą. Tak więc transmitancję modulatora \mathcal{K}_r przepisać można w postaci:

$$K_r(j\omega_v) = -\frac{1}{E} \sqrt{1 + (\omega_v \tau_r)^2}$$

Rys. 27. a/ Multiplikator o multiwibratorze sterowanym synchronizowanym z korekcją błędu modelowego dynamicznego, b/ sposób realizacji układu korekcji

$j \arctg \omega_v \tau_r (1 + \delta_A) e^{j\delta_\varphi}$ (187)
gdzie δ_A i δ_φ dane są zależnościami /150/ tzn.

$$\delta_A = -0,40 \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 = -0,40 \left(\frac{\pi \omega_v}{\omega_c} \right)^2$$

$$\delta_\varphi = -\frac{\pi}{N} = -\frac{\pi \omega_v}{\omega_c}$$

Dla $\omega_v \tau_r \ll 1$ zachodzi w przybliżeniu

$$\sqrt{1 + (\omega_v \tau_r)^2} \approx 1 + \frac{(\omega_v \tau_r)^2}{2}, \arctg \omega_v \tau_r \approx \omega_v \tau_r \quad (188)$$

czyli

$$K_r(j\omega_v) \approx -\frac{1}{E} \left[1 + \frac{(\omega_v \tau_r)^2}{2} + \delta_A \right] e^{j(\delta_\varphi + \omega_v \tau_r)} \quad (189)$$

Stałą czasową τ_r znajdziemy z zależności:

$$\frac{(\omega_r \tau_r)^2}{2} = 0,40 \left(\frac{\pi \omega_r}{\omega_c} \right)^2 \quad (190)$$

$$\tau_r = 0,9 \frac{\pi}{\omega_c} \quad (191)$$

Błąd fazy układu skorygowanego jest równy

$$\delta'_f \approx - \frac{\pi \omega_r}{\omega_c} + \omega_r \tau_r = - \frac{\pi \omega_r}{\omega_c} + 0,9 \frac{\pi \omega_r}{\omega_c} = - 0,1 \frac{\pi \omega_r}{\omega_c} \quad (192)$$

Ten resztkowy błąd fazy δ'_f skorygować można dobierając odpowiednio stałą czasową τ_a układu korekcyjnego w torze modulatora amplitudy:

$$\arg \left(\frac{1}{1 + j \omega_r \tau_a} \right) = \delta'_f \quad (193)$$

przy $\omega_r \tau_a \ll 1$ $\delta'_f \approx - \omega_r \tau_a$ (194)

Stąd

$$\tau_a = \frac{0,1 \pi}{\omega_c} \quad (195)$$

Układ korekcyjny znajdujący się w torze modulatora amplitudy wprowadzi dodatkowy błąd amplitudy δ'_A równy

$$\delta'_A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_r \tau_a)^2}} - 1 \approx - \frac{(\omega_r \tau_a)^2}{2} = - 0,005 \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 \quad (196)$$

a więc o prawie dwa rzędy mniejszy niż błąd amplitudy wprowadzany przez modulator μ_r bez korekcji.

Trudno jest określić liczbowo błąd modelowy dynamiczny przetwornika mocy, w którym zastosowano opisaną korekcję. W trakcie bowiem projektowania układów korekcyjnych dokonano szeregu przybliżeń.

Przybliżeniem najbardziej znaczącym są zależności empiryczne /150/ tzn. wzory określające składowe błędy modelowego dynamicznego, błąd modułu i błąd fazy. Można jednak oczekiwać, że wprowadzona korekcja częstotliwościowa pozwala na zmniejszenie błędu dynamicznego przetwarzania mocy o jeden lub dwa rzędy. W tym miejscu można się odwołać do wyników prac eksperymentalnych dla przetwornika mocy czynnej

o tym modulatorze podanych w [62]. W przetworniku tym zastosowano korekcję błędu fazy modulatora α_r . Uzyskano różnicę przesunięć fazowych w obu torach przetwarzania multiplikatora mniejszą niż 0,02 radiana. Autorzy [62] nie podają jednak w jakim zakresie częstotliwości. Dzięki tej korekcji oraz zastosowaniu sposobu zmiany znaku osiągnięto błąd dynamiczny przetwarzania mocy rzędu 0,02%. Przeprowadzona korekcja pozwoliła więc na znaczne i skuteczne zmniejszenie błędu przetwarzania. I tak np. przy podanych w [62] parametrach multiplikatora błąd przetwarzania mocy przy $f_p = 10\text{kHz}$ wynikający z błędu modelowego dynamicznego byłby równy bez korekcji /wg zależności /151/ / przy $\delta_{md}^o \approx -2\%$, przy $\cos\varphi = 1$, $\delta_{md}^o \approx +16\%$ przy $\cos\varphi = 0$. W układzie [62], w którym przeprowadzono korekcję, błąd przetwarzania w całym zakresie zmian współczynnika mocy przy tej częstotliwości nie przekraczał $\pm 0,1\%$, a więc był mniejszy od błędu modelowego o ponad dwa rzędy.

2.8. Przetwarzanie mocy przebiegów odkształconych

W dotychczasowych rozważaniach przyjęto, że wielkości przetwarzane /modulujące/ mają przebieg sinusoidalny. Założenie to w praktyce spełnione jest zazwyczaj jedynie przy pomiarach laboratoryjnych. O przebiegach nieodkształconych mówić można w takich sytuacjach pomiarowych jak np. wzorcowanie watomierzy oraz liczników energii elektrycznej. Są to zastosowania typowe dla najdokładniejszych przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM [11], [70], [73].

W sytuacjach typowych dla pomiarów przemysłowych mamy zwykle do czynienia z przebiegami odkształconymi. Określenie błędu modelowego dynamicznego jest w takim przypadku trudne. Multiplikator TDI jest bowiem przetwornikiem nieliniowym, ponieważ jego elementy jak modulator amplitudy, element przekaźnikowy modulatora α_r są elementami nieliniowymi. Stąd też, przy dokładnej analizie błędów nie można stosować zasady superpozycji. Dokładną analizę błędu modelowego dynamicznego w przypadku przebiegów odkształconych można by przeprowadzić metodą numeryczną. W tym celu należałoby wykonać dla każdego

modulatora α_r obliczenia dla wielu wariantów przebiegów wejściowych oraz parametrów multiplikatora TDM. Koszt i czas trwania obliczeń byłby bardzo duży a ogólność wyników bardzo skromna. Dlatego ograniczono się w niniejszej pracy do przypadku sinusoidalnych przebiegów wejściowych.

W praktyce przy ocenie wpływu niesinusoidalności stosuje się zwykle następujące rozumowanie. Jeżeli błąd przetwarzania w danym paśmie częstotliwości przy przetwarzaniu przebiegów sinusoidalnych jest mniejszy od np. p%, wówczas przyjmujemy, że błąd przetwarzania mocy przebiegów odkształconych, których przeważająca część mocy zawarta jest w tym paśmie, jest także nie większy od p%. W rozumowaniu takim kryje się założenie, że decydujący wpływ na dokładność przetwarzania ma najwyższa harmoniczna /o znaczącej mocy/ przebiegu przetwarzanego. Zwykle jednak zawartość tej harmonicznej w przebiegu przetwarzanym jest najniższa. W przypadkach typowych amplituda harmonicznych maleje wraz ze wzrostem jej numeru. Stąd też wydaje się, że błąd przetwarzania oszacowany w ten sposób mieć będzie wartość zawyżoną.

Jeżeli przyjąć omówiony sposób szacowania błędu dynamicznego, wówczas przy projektowaniu przetwornika mocy o konkretnym zastosowaniu posłużyć się można wynikami analizy błędu modelowego dynamicznego. Znając bowiem w przybliżeniu pasmo częstotliwości, w którym zawarta jest przeważająca część mocy wielkości przetwarzanych, można z założonej dokładności określić parametry przetwornika, w szczególności konieczną minimalną częstotliwość względną. Można także dla tego pasma przeprowadzić korekcję błędów dynamicznych.

Bardzo uproszczone jest rozumowanie przedstawione w [3], [60], a w szczególności w [52]. W [3] oraz [60] autorzy analizują wpływ przetwarzania mocy przebiegów odkształconych dla przypadku modulatorów α_r z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym. Przy analizie tej zakładają, że modulator α_r objęty sprzężeniem jest układem liniowym, bez-

* Ta "przeważająca część mocy" sygnałów przetwarzanych wybierana jest arbitralnie, np. 90%, 99%

inercyjnym. Stąd też przyjmują, że na błąd przetwarzania mocy przebiegów odkształconych wpływają jedynie własności dynamiczne filtra dolnoprzepustowego, znajdującego się w obwodzie sprzężenia zwrotnego. Pomijane są w ten sposób zarówno własności dynamiczne modulatora α_r jak i jego własności nieliniowe.

W pracy [52] autor analizuje błąd przetwarzania przebiegów odkształconych wychodząc jedynie ze statycznej charakterystyki przetwarzania modulatora α_r tzn. z charakterystyki $\alpha_r = f(u)|_{u=\text{const}}$. W [52] podaje dwie "typowe" nieliniowe charakterystyki statyczne modulatorów α_r . Błąd przetwarzania mocy przebiegów odkształconych znajduje jako

$$\delta_p = \frac{k_a}{T_y} \int_0^{T_y} i(t) \alpha_r [u(t)] dt - \frac{k_a k_r}{T_y} \int_0^{T_y} i(t) u(t) dt \quad (197)$$

Ignoruje więc fakt, że przy przetwarzaniu przebiegów zmiennych błąd zależy od częstotliwości próbkowania oraz, że modulator α_r jest układem nieliniowym. Wyniki analizy przeprowadzonej w [52] oraz wypływające z niej wnioski są więc całkowicie bezużyteczne.

3. ANALIZA BŁĘDU INSTRUMENTALNEGO

WYBRANYCH UKŁADÓW PRZETWORNIKÓW MOCY CZYNNEJ O ZASADZIE TMI

Błąd instrumentalny jest to błąd, który powstaje w wyniku użycia realnych /nieidealnych/ elementów do fizycznej realizacji przetwornika. Jak podkreślono wcześniej, p. 1.3, jest on miarą rozbieżności pomiędzy modelem matematycznym przetwornika a jego konkretną realizacją. W błędzie tym celowym jest wyróżnienie trzech składowych związanych z trzema wyróżnionymi na rys. 1 elementami struktury przetwornika, a mianowicie przetwornikami skali, filtrem wyjściowym oraz multiplikatorem TMI. Te dwa pierwsze elementy struktury nie wiążą się z omawianą zasadą przetwarzania. Uznano jednak za celowe przedstawienie na przykładach liczbowych zakresu w jakim zawierają się błędy wprowadzane przez te, zewnętrzne w stosunku do multiplikatora TMI, układy.

Błąd instrumentalny wprowadzany przez multiplikator TMI rozpatrzony zostanie na przykładzie przetwornika o modulatorze naturalnym szerokości impulsu z modulacją dwustronną oraz przetwornika o multiplikatorze sterowanym niesynchronizowanym. Te dwa bowiem układy, pierwszy o strukturze otwartej modulatora \mathcal{H}_r , drugi o strukturze z impulsowym sprzężeniem zwrotnym charakteryzują się najmniejszym błędem modelowym dynamicznym /por. p. 2.6/.

Przy analizie błędu instrumentalnego konieczne jest odwoływanie się do konkretnych wartości liczbowych charakteryzujących jakość technologii elementów przetwornika. Otrzymane w ten sposób wartości błędów mają charakter szacunkowy. W poszczególnych realizacjach wartości te mogą być inne. Tym niemniej przykłady analiz posłużyć mogą jako poziom odniesienia dla przeprowadzonej wyżej analizy błędu modelowego.

3.1. Błędy instrumentalne wprowadzane przez przetworniki skali oraz filtr wyjściowy

Przetworniki skali służą do dopasowania poziomu wielkości prze-

tworzonych do poziomu wielkości wejściowych multiplikatora. Służą także, jeżeli zachodzi taka konieczność do zmiany sygnału wejściowego z prądowego na napięciowy lub odwrotnie. Niedoskonałość przetworników skali powoduje, że wielkości przetwarzane wprowadzane są na wejście multiplikatora z pewnym błędem.

Jeżeli przyjąć np., że oba przetworniki skali mają charakter rezystancyjny /tzn. odpowiednio dzielnik rezystancyjny oraz bocznik/, wówczas niedokładność tych przetworników przy prądzie stałym może być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-4}\%$ [64]. Przy prądzie zmiennym błąd ten jest większy, ze względu na wpływ tzw. parametrów resztkowych. W zakresie częstotliwości do 10 kHz niedokładność skrajna przetwarzania mocy wprowadzana przez rezystancyjne przetworniki skali może być mniejsza niż $\pm 1 \cdot 10^{-2}\%$ [62]. Mniejsze wartości błędów przy prądzie zmiennym osiągnąć można stosując przekładniki z elektroniczną kompensacją błędu [15], [54], [64]. Np. zastosowanie przekładników prądowych opisanych w [54] wprowadziłoby niedokładność przetwarzania mocy rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-4}\%$ przy częstotliwościach w zakresie 50Hz - 1kHz, a rzędu $\pm (1,5 - 3) 10^{-3}\%$ w zakresie do 10 kHz.

Przyjmijmy, że w zakresie częstotliwości do 10kHz błąd instrumentalny przetwornika mocy wprowadzany przez precyzyjne przetworniki skali może być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-2}\%$.

Wielkością wyjściową przetwornika mocy czynnej jest wielkość prądu stałego. Można więc przyjąć, że na błąd przetwornika mocy mają wpływ głównie stażoprądowe parametry układu filtrującego. Przy aktualnie dostępnych wzmacniaczach operacyjnych, których wzmocnienie jest rzędu $1 \cdot 10^6$ niedokładność współczynnika wzmocnienia filtru dla prądu stałego zależy od niedokładności określenia stosunku dwóch rezystancji /jeżeli w filtrze zastosowano jeden wzmacniacz operacyjny/. Niedokładność ta może być mniejsza niż $\pm 1 \cdot 10^{-3}\%$. Błąd dodatkowy związany jest ze zmianami temperatury. Współczynnik temperaturowy stosunku dwóch wykonanych z jednakowego materiału rezystancji może być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-4}\%$ /K. Zmiany temperatury wpływają także na zmiany poziomu zerowego wzmacniacza operacyjnego wynikającego ze zmian wejściowego napięcia niezrównoważenia V_{OS} . Napięcie to, w danych warunkach może być sprowadzone praktycznie do zera. Natomiast

jego zmiany z temperaturą mogą być rzędu pojedynczych $\mu\text{V}/\text{K}$. Np. jeżeli wielkość wyjściowa filtru dla znamionowych wielkości wejściowych wynosi $\bar{U}_{wy} = 1\text{V}$, wzmacnienie filtru $k = 1$, współczynnik temperaturowy napięcia niezrównoważenia jest równy $\frac{\Delta V_{OS}}{\Delta T} = 5\mu\text{V}/\text{K}$ /w dokładnych wzmacniaczach operacyjnych osiągane są wartości mniejsze od $1\mu\text{V}/\text{K}$: [74]/, wówczas błąd dodatkowy przetwarzania mocy przy zmianie temperatury o 1°K wynosić będzie

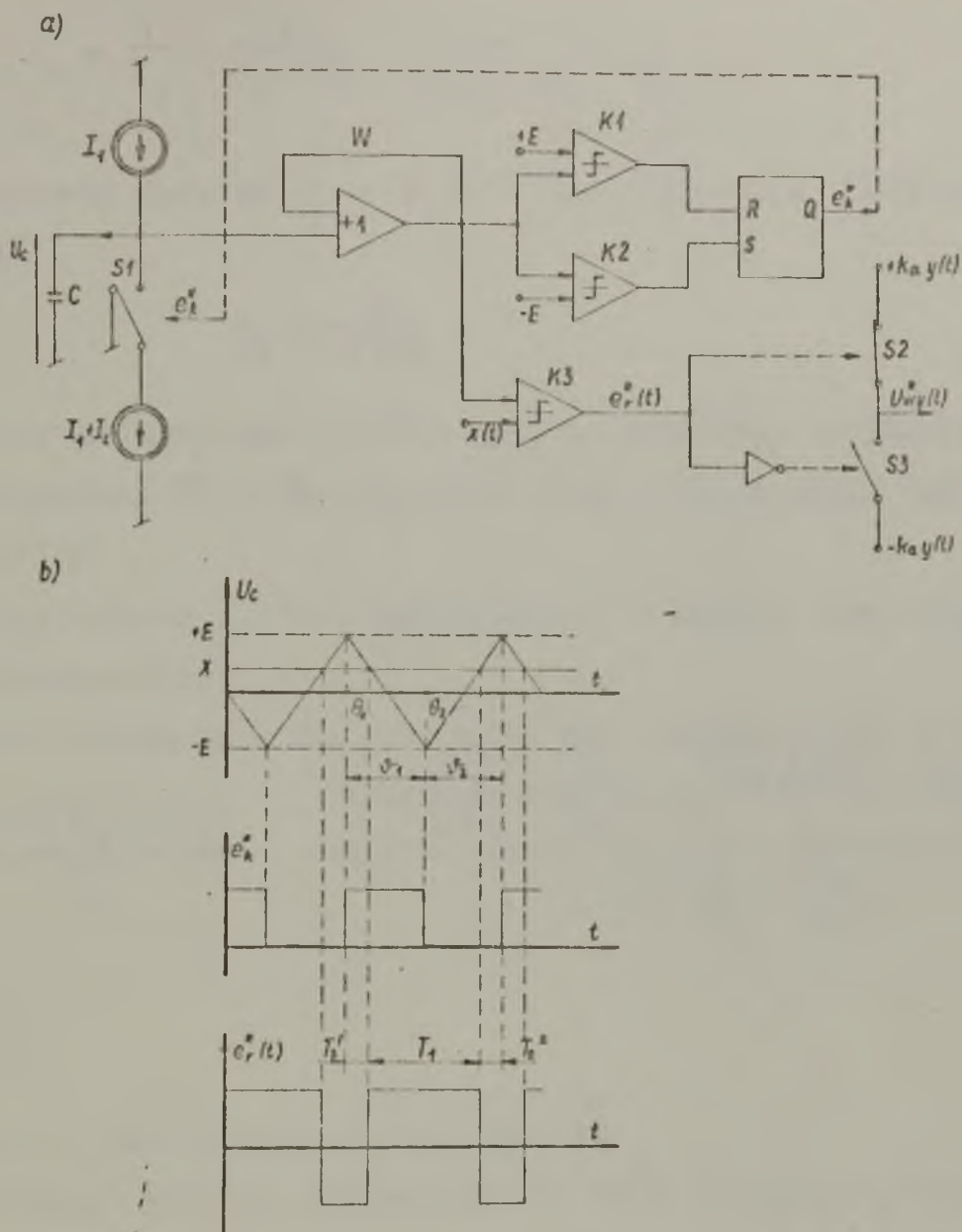
$$\Delta_p^\circ = \pm \frac{\frac{\Delta V_{OS}}{\Delta T} \cdot \Delta T \cdot k}{\bar{U}_{wy}} \cdot 100\% = 5 \cdot 10^{-4} \text{ \%/K}$$

Z podanych dla przykładu /katalogowych/ wartości liczbowych wynika, że niedokładność przetwarzania mocy wprowadzana przez przetworniki skali oraz filtr wyjściowy może być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-3}\%$ przy prądzie stałym i częstotliwości sieciowej, a rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-2}\%$ w zakresie częstotliwości do 10 kHz. Liczby te zostaną wykorzystane jako poziom odniesienia w analizie błędów instrumentalnych multiplikatorów TMI.

3.2. Multiplikator o modulatorze naturalnym szerokości impulsu

Błąd instrumentalny przetwornika mocy czynnej o modulatorze naturalnym szerokości impulsu z modulacją dwustronną analizowany będzie na przykładzie układu, którego schemat przedstawiono na rys. 28. Multiplikator TMI o takiej konstrukcji opisano w [21]. W układzie tym przebieg trójkątny generuje się poprzez ładowanie i wyładowywanie pojemności stałym prądem. Zaletą przedstawionego rozwiązania jest uniezależnienie różnicowego współczynnika wypełnienia od wartości pojemności /zazwyczaj najmniej dokładnego elementu układu elektronicznego/ oraz możliwość uzyskania dużych częstotliwości przebiegu trójkątnego dzięki zastosowaniu przełączania prądów.

Generator przebiegu trójkątnego pracuje następująco. Jeżeli w chwili $t = 0$ napięcie U_c na pojemności osiągnęło wartość progową $+E$, wówczas zmieni znak napięcie wyjściowe komparatora K1, nastąpi zmiana stanu przerzutnika RS, który spowoduje zamknięcie klucza S1. Kondensator C jest rozładowywany prądem $I_1 - (I_1 + I_2) = -I_2$. Po czasie



Rys. 28. Multiplikator TMM z modulatorem naturalnym szerokości impulsu. Przykład realizacji. a/ Schemat Układu, b/ przebiegi w poszczególnych punktach układu

$$\tau_1 = \frac{2 EC}{I_2} \quad (198)$$

napięcie U_c osiągnie wartość progową $-E$, zmieni znak napięcie na wyjściu komparatora $K2$, co spowoduje otwarcie klucza $S1$. Kondensator jest ładowany prądem I_1 , tak, że po czasie

$$\tau_2 = \frac{2 EC}{I_1} \quad (199)$$

napięcie U_c ponownie osiągnie wartość progową $+E$. Częstotliwość prze-

$$f_c = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{2\tau_1 + 2\tau_2} = \frac{1}{2 EC \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)} \quad (200)$$

Zwykle zakłada się, że $I_1 = I_2 = I$ dla uzyskania przebiegu symetrycznego. Stąd

$$f_c = \frac{I}{4 EC} \quad (201)$$

Napięcie modulujące x oraz uzyskany przebieg trójkątny podawane są na komparator K3 realizujący modulację szerokości impulsu wg zależności /35/.

Wielkość wyjściowa $e_r^*(t)$ komparatora K3 steruje kluczami S2 i S3 modulatora amplitudy.

Przy $x = \text{const.}$ różnicowy współczynnik wypełnienia jest równy

$$\alpha_r = \frac{T_c - 2(T_2' + T_2'')}{T_c} = \frac{2 EC \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) - 2 \left[\frac{(x+E)C}{I_1} + \frac{(x+E)C}{I_2} \right]}{2 EC \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)} \quad (202)$$

$$\alpha_r = - \frac{x}{E}$$

Zastosowano oznaczenia jak na rys. 28.

Rozpatrzmy czynniki wpływające na błąd instrumentalny. Z równania /202/ wynika, że niesymetria prądów ładowania i rozładowania kondensatora oraz wartość jego pojemności nie wpływają na wartość różnicowego współczynnika wypełnienia. Jest to jednak słuszne, jeżeli wielkości te są stałe w okresie jednego impulsu. Dla zapewnienia stałości prądów ładowania i rozładowania w układzie z rys.28 odseparowano pojemność integrującą od komparatorów K1 i K2 wtórnikiem W. Jeżeli prąd wejściowy tego wtórnika jest znacznie mniejszy od I_1 i I_2 oraz niewiele zmienia się w czasie jednego okresu przebiegu trójkątnego, wówczas błąd wynikający z obciążenia pojemności można uznać za pomijalny.

Przy analizie błędu modelowego zakładano, że przebieg trójkątny jest przebiegiem liniowym o stałej, ściśle określonej amplitudzie. W układzie rzeczywistym założenia te spełnione są tylko w przybliżeniu. Nieliniowość przebiegu trójkątnego związana jest z faktem, że

rzeczywisty kondensator posiada skończoną zastępczą równoległą rezystancję /reprezentującą zjawisko absorpcji dielektryka kondensatora/ jak i też z faktem, że rezystancja wewnętrzna źródeł prądowych jest skończona.

Także amplituda przebiegu trójkątnego nie jest określona dokładnie z następujących powodów.

Po pierwsze wynika to z niedokładności określenia napięć progowych $\pm E$.

Po drugie z faktu, że zmiana stanu komparatorów K1 i K2 nie nastąpi w chwili zrównania się napięcia U_c z napięciem progowym ze względu na istnienie wejściowego napięcia niezrównoważenia komparatora oraz napięcia szumów. Napięcie niezrównoważenia w danych warunkach może być sprowadzone praktycznie do zera. W takim przypadku istotny będzie tylko błąd dodatkowy związany ze zmianami tego napięcia z temperaturą. Należy dodać, że dzięki zastosowaniu dwóch komparatorów z których każdy pracuje w stałym punkcie, histereza tych komparatorów oraz wpływ wzmocnienia napięcia nieróżnicowego mogą zostać skompensowane.

Po trzecie błąd w określeniu amplitudy przebiegu trójkątnego wynika z opóźnienia wprowadzanego w łańcuchu komparator K1 /K2/, przerywnik RS, klucz S1. Powoduje ono, że klucz S1 zostaje zamknięty /otwarty/ nie w chwili zrównania się napięcia U_c z napięciem progowym lecz nieco później. Stąd też amplituda przebiegu trójkątnego będzie nieco większa.

Przebieg U_c porównywany jest z przebiegiem modulującym \mathcal{X}_r za pomocą komparatora K3. Także i w tym przypadku zmiana znaku przebiegu $e_r^*(t)$ nie nastąpi dokładnie w chwili zrównania się napięć U_c i x . Źródłem tego odstępstwa są napięcie niezrównoważenia, napięcie szumów, histereza, wzmocnienie sygnału nieróżnicowego komparatora K3.

Dodatkowo komparator K3 wnosi pewne opóźnienie czasowe przebiegu $e_r^*(t)$. Opóźnienie to sumując się z opóźnieniem klucza S2 /S3/ powoduje, że przebieg wyjściowy U_{wy}^* jest opóźniony w stosunku do przebiegu jaki wystąpiłby w układzie modelowym. Fakt ten jest bez znaczenia w przypadku mnożenia przebiegów stałych. Przy przetwarzaniu przebiegów zmiennoprądowych staje się źródłem błędu dynamicznego.

Źródłem błędu instrumentalnego wiążącym się z modulatorem amplitudy jest nienatychmiastowe przełączenie kluczy S2 /S3/ i stąd zniekształcenie zboczy przebiegu $U_{wy}^*(t)$ oraz nieidentyczność napięć modulujących amplitudę wyrażającą się niejednakową czułością modulatora amplitudy w obu częściach impulsu.

Rozpatrzmy na przykładach liczbowych omówione błędy. Załóżmy, że częstotliwość przebiegów przetwarzanych jest nie większa od 10kHz. W tym zakresie /0 - 10 kHz/ błędy wprowadzane przez przetworniki skali mogą być nie większe niż $1 \cdot 10^{-2}\%$. Częstotliwość przebiegu trójkątnego przyjmijmy równą 150 - 200 kHz tzn. częstotliwość względną $N = 15 - 20$. Przy takiej bowiem częstotliwości względnej błąd modelowy dynamiczny przetwornika o omawianym modulatorze α_r można uznać za pomijalnie mały.

Nieliniowość przebiegu trójkątnego znajdziemy zakładając, że przy ładowaniu oraz rozładowywaniu pojemności generatora przebiegu trójkątnego zastępcze rezystancje połączone równolegle z pojemnością C wynoszą odpowiednio R_1 i R_2 . Otrzymamy przy $x = \text{const}$:

$$V_1 = \frac{1}{R_1 C} \ln \frac{I_1 R_1 + E}{I_1 R_1 - E}, \quad V_2 = \frac{1}{R_2 C} \ln \frac{I_2 R_2 + E}{I_2 R_2 - E}$$

$$T_2' = \frac{1}{R_1 C} \ln \frac{I_1 R_1 + E}{I_1 R_1 - x}, \quad T_2'' = \frac{1}{R_2 C} \ln \frac{I_2 R_2 + x}{I_2 R_2 - E}$$

$$\alpha_r = \frac{R_2 \ln \frac{(I_1 R_1 - x)^2}{(I_1 R_1 - E)(I_1 R_1 + E)} + R_1 \ln \frac{(I_2 R_2 + E)(I_2 R_2 - E)}{(I_2 R_2 + x)^2}}{R_2 \ln \frac{I_1 R_1 + E}{I_1 R_1 - E} + R_1 \ln \frac{I_2 R_2 + E}{I_2 R_2 - E}} \quad (203)$$

Z równ. /203/ wynika, że i w tym przypadku wartość pojemności kondensatora nie wpływa na błąd instrumentalny. Przyjmijmy dla uproszczenia $I_1 = I_2 = I$, $R_1 = R_2 = R$. To drugie założenie oznacza, że przyjęto iż rezystancja wewnętrzna źródeł prądowych jest znacznie większa od rezystancji zastępczej rzeczywistego kondensatora. Przy starannej konstrukcji źródeł prądowych można osiągnąć ich rezystancję wewnętrzną

na rzędu setek $M\Omega$. Natomiast rezystancja zastępcza rzeczywistego kondensatora przy częstotliwościach kilkuset kHz jest rzędu kilku $M\Omega$ /zależnie od wartości pojemności/. W takim przypadku wyrażenie /203/ upraszcza się do postaci

$$\alpha_r = \frac{\ln \frac{IR - x}{IR + x}}{\ln \frac{IR + E}{IR - E}} \quad (204)$$

Korzystając ze wzoru:

$$\ln \frac{1+a}{1-a} = 2 \left(a + \frac{a^3}{3} + \dots + \frac{a^{2n+1}}{2n+1} + \dots \right) \quad \text{dla } |a| < 1 \quad (205)$$

oraz biorąc dla oszacowania błędu nieliniowości tylko dwa pierwsze wyrazy, otrzymamy przy $\frac{x}{IR}, \frac{E}{IR} \ll 1$

$$\alpha_r \approx -\frac{x}{E} \frac{1 + \frac{x^2}{3(IR)^2}}{1 + \frac{E^2}{3(IR)^2}} \quad (206)$$

Ponieważ wielkość wyjściowa przetwornika przy wcześniej wprowadzonych oznaczeniach jest równa

$$z = U_{wy} = \frac{k_a}{E} xy,$$

to błąd statyczny jest równy

$$\delta_z = \alpha_r k_a y - z = \frac{k_a x y}{E} \frac{\frac{E^2 - x^2}{3(IR)^2}}{1 + \frac{E^2}{3(IR)^2}} \quad (207)$$

Jest on największy dla danego y przy $\alpha_r = \frac{x}{E} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Przyjmijmy dla przykładu następujące wielkości technicznie uzasadnione: $E = 5V$, $I = 1 \text{ mA}$, $f_c = 200 \text{ kHz}$. Stąd z równ. /201/ $C = \frac{I}{4 E f} = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$. Przyjmując $\text{tg } \delta = 5 \cdot 10^{-4}$ otrzymamy $R \approx 6 \text{ M}\Omega$. Stąd błąd względny przetwarzania wynikający z nieliniowości jest równy

$$\delta_z^{\circ} \approx \frac{2}{9} \left(\frac{E}{IR} \right)^2 \cdot 100\% \approx 1,5 \cdot 10^{-5}\% \quad (208)$$

Wartość tę można uznać za pomijalnie małą. Należy jednak podkreślić, że istotnym jest założenie równości rezystancji $R_1 = R_2$. W przypadku, gdy nie są one równe, błąd ten może być znacznie większy. W tabelicy 2 podano dla przykładu obliczony wg zależności /203/ błąd nieliniowości przy różnych wartościach R dla $\alpha_x = 0,5$. Z tabelicy tej wynika bezpośrednio, że błąd ten jest znacznie mniejszy, jeżeli rezystancje są jednakowe, niż w przypadku gdy są różne /nawet o znacznie większych wartościach/.

Tablica 2. Zależność błędu nieliniowości $\delta_z^0\%$ od wartości rezystancji R_1, R_2
 $I_1 = I_2 = 1 \text{ mA}, E = 5V, R_1, R_2 - \text{M}\Omega$

$R_2 \backslash R_1$	1	3	5	7	9
1	-3,1 E-4	-1,6 E-1	-1,8 E-1	-1,8 E-2	-1,8 E-2
3	+1,6 E-1	-3,4 E-5	-3,6 E-2	-4,9 E-2	-5,4 E-3
5	+1,8 E-1	+3,6 E-2	-1,2 E-5	-1,6 E-2	-2,4 E-2
7	+1,8 E-1	+4,9 E-2	+1,6 E-2	-6,4 E-6	-8,8 E-2
9	+1,8 E-1	+5,4 E-2	+2,4 E-2	+8,8 E-3	-3,9 E-7

Następnym źródłem niedokładności przetwarzania jest niedokładność określenia napięć progowych $\pm E$ oraz błędy wprowadzane przez komparatory K1, K2, K3. Oznaczmy:

$\Delta E', \Delta E''$ - niedokładność napięć $+E$ i $-E$,

$\Delta_k = \Delta_{os} + \Delta_n + \Delta_{sz} + \Delta_{sn}$ - niedokładność wprowadzana przez komparator wynikająca z wejściowego napięcia niezrównoważenia, histerezy, szumów, wzmocnienie sygnału współbieżnego,

δ_t - błąd wynikający z opóźnienia τ w zakresie komparator, przerzutnik, klucz.

Ten ostatni błąd można znaleźć następująco. Jeżeli czas od chwili przekroczenia przez napięcie U_c wartości progowej $\pm E$ do chwili zmiany nachylenia tego napięcia wynosi τ to amplituda napięcia trójkątnego

jest powiększona o $\delta\tau = \frac{I}{C} \tau$. Przyjęto dla uproszczenia, że opóźnienie jest jednakowe przy zamykaniu i otwieraniu klucza S1. Przy takich oznaczeniach otrzymamy

$$\alpha_r = \frac{(E_1 + E_2) - 2(E_1 + x + \Delta_k)}{E_1 + E_2} \quad (209)$$

gdzie:

$$E_1 = E + \Delta E' + \Delta_{os}' + \Delta_{sz}' + \delta\tau \quad - \text{górne napięcie progowe } +E$$

$$E = E + \Delta E'' + \Delta_{os}'' + \Delta_{sz}'' + \delta\tau \quad - \text{dolne napięcie progowe } -E$$

Δ_k - niedokładność wprowadzana przez komparator K3.

Przy $E \gg \Delta E + \Delta_{os} + \Delta_{sz} + \delta\tau$ otrzymamy:

$$\delta_z^\circ \approx \frac{x(\Delta E' + \Delta E'' + \Delta_{os}' + \Delta_{os}'' + \Delta_{sz}' + \Delta_{sz}'' + 2\delta\tau) - E(\Delta_k - \Delta_{os}'' + \Delta_{os}' - \Delta_{sz}'' + \Delta_{sz}' - \Delta E'' + \Delta E')}{2E^2} \quad (210)$$

Założmy dla uproszczenia, że $\Delta E' = \Delta E''$, $\Delta_{os}' = \Delta_{os}''$, $\Delta_{sz}' = \Delta_{sz}''$, wówczas δ_z° jest największe dla $x = -E$ i wynosi

$$\delta_z^\circ \approx \frac{-(\Delta E + \Delta_{os} + \Delta_{sz} + \delta\tau + \Delta_k)}{E} \quad (211)$$

Przyjmijmy $\Delta_{os} + \Delta_{sz} = 0,1 \text{ mV}$, $\Delta_k = \Delta_h + \Delta_{os} + \Delta_{sz} + \Delta_{ns} = 0,2 \text{ mV}$

$$\Delta E = \pm 1 \cdot 10^{-3}\%, \quad E = 5V, \text{ Stąd}$$

$$\Delta_z^\circ \approx 1 \cdot 10^{-2}\% + 8 \frac{\tau}{T_c} \cdot 100\% \quad (212)$$

Jeżeli wpływ opóźnienia winien być mniejszy od $1 \cdot 10^{-2}\%$ to przy $f_c = 100\text{kHz}$ należałoby przyjąć $\tau < 0,06 \text{ ns}$. Warunek taki jest w praktyce niemożliwy do realizacji. Czas formowania wielkości wyjściowych szybkich komparatorów jest bowiem zwykle rzędu kilku nanosekund, a więc o dwa rzędy więcej [34]. Także czas przełączania klucza prądowego S1 nawet przy bardzo starannym wykonaniu będzie nie mniejszy niż kilka ns [41]. Stąd też ten właśnie składnik błędu instrumentalnego wpływa decydująco na dokładność przetwarzania. Błąd ten można

w danych warunkach zmniejszyć poprzez odpowiednią kompensację. Należy w tym celu przesunąć progi zadziałania komparatorów K1 i K2 o $\pm \delta E = 4E \frac{\tau}{T}$, tzn. w taki sposób, by napięcie U_c osiągnęło wartość $\pm E$ w chwilach $\theta_1 + \tau$ i $\theta_2 + \tau$. Taka procedura pozwala zwykle na zmniejszenie błędu przetwarzania wynikającego z opóźnienia co najmniej o rząd [21], [24].

Przy starannej kompensacji źródłami błędu dodatkowego będą zmiany temperaturowe i napięć wzorcowych $\pm E$, zmiany wejściowego napięcia niezrównoważenia Δ_{os} , zmiany napięcia kompensującego δE oraz niestabilność czasu opóźnienia τ .

Dryft temperaturowy wejściowego napięcia niezrównoważenia jest zwykle mniejszy od kilku - kilkunastu $\mu V/K$ a więc o rząd mniej niż przyjęto w równ. /212/. Względne zmiany napięcia wzorcowego oraz kompensującego także mogą być znacznie mniejsze niż $\pm 1 \cdot 10^{-3}\%$ /K. Trudno jest natomiast ocenić niestabilność czasu opóźnienia τ , zarówno przy zmianach temperatury jak i w czasie. Jeżeli np. przyjąć, że w najkorzystniejszym przypadku $\tau = 10ns$, wówczas zmiana τ o 1% powoduje wzrost niedokładności przetwarzania o około 0,02%.

Niedokładność wprowadzaną przez modulator amplitudy a wynikającą z niedokładnego wprowadzania wielkości $\pm k_a$ y modulujących amplitudę można oszacować przyjmując, że

$$\begin{aligned} k'_a y &= (k_a + \Delta'_a) y \\ - k''_a y &= -(k_a + \Delta''_a) y \end{aligned} \quad (213)$$

gdzie k'_a i k''_a odpowiednio stałe modulatora amplitudy przy zamknięciu kluczy S2 i S3. Przy tych oznaczeniach

$$z = \frac{T_1 k'_a y - T_2 k''_a y}{T_1 + T_2} = k_a k_r z y + \frac{T_1 \Delta'_a y - T_2 \Delta''_a y}{T_1 + T_2} \quad (214)$$

Niedokładność ta jest największa przy $\Delta'_a = -\Delta''_a$ i wynosi w postaci względnej

$$\Delta_z^o = \frac{2\Delta_a}{k_a} \quad (215)$$

Przy stosowaniu wzmacniaczy operacyjnych oraz precyzyjnych rezystancji może być mniejsza od $\pm 1 \cdot 10^{-3}\%$, natomiast zmiany tej niedokład-

ności mogą być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-4} \%$ /K.

Błąd wywołany przez nienatychmiastowe przełączanie kluczy S2 i S3 modulatora amplitudy można oszacować przyjmując, że przełączanie wielkości wyjściowej z wartości $-k_a y$ na $+k_a y$ i odwrotnie odbywa się eksponencjalnie, ze stałą czasową τ' . Oznacza to przyjęcie założenia, że analogowy klucz rzeczywisty można przybliżyć schematem zastępczym składającym się z szeregowo połączonego klucza idealnego oraz elementu inercyjnego pierwszego rzędu. Jest to daleko idące uproszczenie, ponieważ czas przełączania klucza zależy od wielu czynników takich jak stromość narastania wielkości sterującej, wielkości kluczowanej i jej biegunowości oraz jest różny przy zamykaniu i otwieraniu. Jednak założenie takie może posłużyć do oszacowania błędu instrumentalnego. Wartość średnia impulsu o modulowanym α_r oraz o eksponencjalnie zmiennych zboczach jest równa:

$$z = \frac{k_a \int_0^{T_1} [-y + 2y (1 - e^{-\frac{t}{\tau'}})] dt + \int_0^{T_2} [y - 2y (1 - e^{-\frac{t}{\tau'}})] dt}{T_1 + T_2} =$$

$$= k_a y \alpha_r + \frac{2y k_a \tau'}{T_1 + T_2} \left(e^{-\frac{T_1}{\tau'}} - e^{-\frac{T_2}{\tau'}} \right) \quad (216)$$

Stąd

$$\delta_z = \frac{2y k_a \tau'}{T_c} \left(e^{-\frac{T_1}{\tau'}} - e^{-\frac{T_2}{\tau'}} \right) \quad (217)$$

Błąd dany wzorem /217/ jest równy zeru przy $T_1 = T_2$ tzn. przy $\alpha_r = 0$, rośnie ze wzrostem τ' oraz ze wzrostem α_r tzn. głębokości modulacji.

Ogranicza on skrajnie /dodatnie i ujemne/ wartości α_r . Przyjmijmy

$$\frac{T_c}{\tau'} = 100, \quad \alpha_r = 0,8 \text{ tzn. } \frac{T_1}{\tau'} = 10, \quad \frac{T_2}{\tau'} = 90. \text{ Stąd } e^{-\frac{T_2}{\tau'}} = e^{-90} \approx 0,$$

$$e^{-\frac{T_1}{\tau'}} = e^{-10} \approx 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ oraz}$$

$$\delta_z^o = \frac{\Delta_z}{k_a k_{rxy}} = \frac{2 \tau'}{\alpha_r T_c} \left(e^{-\frac{T_1}{\tau'}} - e^{-\frac{T_2}{\tau'}} \right) \approx 1 \cdot 10^{-4} \% \quad (218)$$

Jeżeli więc $f_c = 200 \text{ kHz}$, to przy $\alpha_r \leq 0,8$ błąd ten będzie pomijalny przy $\tau' < 0,05 \mu\text{s}$. Osiągnięcie takiej stałej czasowej przełączania jest trudna przy kluczkowaniu napięć. Dlatego modulator amplitudy powinien działać w oparciu o kluczkowanie prądów. Ponieważ powszechnie stosowanymi wielkościami wejściowymi multiplikatorów są napięcia, wymaga to zastosowania dodatkowo przetworników napięcie-prąd. Powstanie więc nowe źródło błędu.

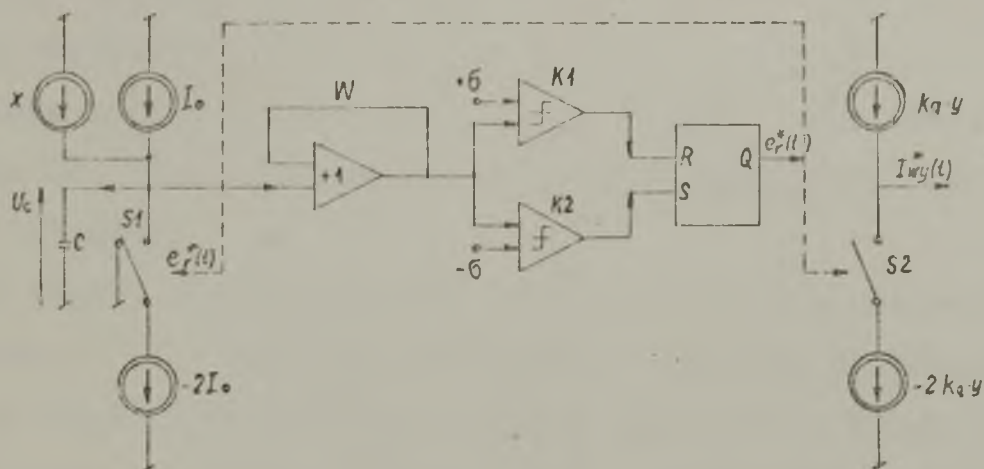
Jak stwierdzono wcześniej, źródłem błędu dynamicznego będą opóźnienia w formowaniu wielkości wyjściowej komparatora K3 oraz kluczy S2 i S3. Opóźnienie czasu przełączania o τ_o oznacza, że wielkością wyjściową multiplikatora jest nie $k_a \frac{e_r^*(t)y(t)}{r}$ lecz $k_a \frac{e_r^*(t-\tau_o)y(t)}{r}$. Jest to równoważne przesunięciu czasowemu wielkości modulującej α_r o τ_o lub fazowemu $\delta\varphi = -\omega_p \tau_o$. Wynikający stąd błąd przetwarzania mocy /maksymalny przy $\cos\varphi \rightarrow 0$ / będzie dla częstotliwości $f_p = 10\text{kHz}$ mniejszy od $1 \cdot 10^{-2}\%$ jeżeli sumaryczne opóźnienie będzie mniejsze od $1,6 \text{ ns}$. Tak małe opóźnienie jest bardzo trudne do uzyskania. Na omawiane opóźnienie składają się bowiem czas martwy oraz czas formowania wielkości wyjściowej komparatora K3, czas martwy oraz stała czasowa kluczy S2 i S3. Stąd nawet przy starannej konstrukcji wielkość τ_o może być o rząd większa od wartości obliczonej powyżej. Należy jednak zauważyć, że błąd ten można łatwo zmniejszyć stosując bądź to metodę zmiany znaku błędu bądź korekcję częstotliwościową, jak opisano to w p. 2.7.

Z powyższej uproszczonej analizy błędu instrumentalnego wynika, że najpoważniejszym źródłem błędu, dominującym przy przetwarzaniu przebiegów o częstotliwościach rzędu 10kHz są opóźnienia czasowe wprowadzane przez układy impulsowe tzn. komparatory oraz klucze analogowe.

Z przytoczonych przykładów liczbowych można wnioskować, że przy starannej konstrukcji multiplikatora oraz stosowaniu kompensacji wpływu poszczególnych źródeł błędów możliwe jest osiągnięcie niedokładności przetwarzania rzędu $0,01 - 0,1\%$ w zakresie częstotliwości do 10kHz .

3.3. Multiplikator o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym

Schemat multiplikatora o multiwibratorze sterowanym niesynchronizowanym przedstawiono na rys. 29. Łatwo zauważyć, że multiwibrator



Rys. 29. Multiplikator TMI z multiwibratorem niesynchronizowanym. Przykład realizacji.

zbudowany jest analogicznie jak opisany w p. 3.2 generator przebiegu trójkątnego. Dlatego za niecelowe uznano powtarzanie w tym miejscu zasady jego działania. Jediną istotną różnicą jest to, że wielkość modulująca x_r przedstawiona w postaci źródła prądowego x jest dołączona równolegle do źródła prądowego I_0 . W omawianym przypadku wielkościami wzorcowymi są prądy I_0 , $2I_0$ a nie wielkości progowe ± 6 . Przyjmując, że w czasie dodatniej części impulsu klucze $S1$ i $S2$ są otwarte, otrzymany

$$T_1 = \frac{2\sigma C}{I_0 + x}, \quad T_2 = \frac{2\sigma C}{I_0 - x}, \quad (219)$$

$$T_c = \frac{2\sigma C}{I_0} \left(1 - \frac{x^2}{I_0^2} \right) \quad (220)$$

$$x_r = - \frac{x}{I_0} \quad (221)$$

$$z = \frac{1}{I_{wy}^*} = - \frac{k_a}{I_0} x y \quad (222)$$

Zastosowano oznaczenia jak na rys. 29.

Przyczyny, które powodują powstawanie błędów instrumentalnych statycznych są następujące.

Po pierwsze niedokładność określenia wzorcowych prądów I_0 i $2I_0$ oraz prąd wejściowy I_b pobierany przez separujący wtórnik W.

Po drugie nieliniowość przetwarzania wynikająca ze skończonej zastępczej rezystancji kondensatora C oraz źródeł prądowych I_0 , $2I_0$, x.

Po trzecie opóźnienie wnoszone przez łańcuch komparator K1 /K2/, przerzutnik RS, klucz S1 powodujące stałe przedłużenie czasów trwania obu części impulsu.

Niewielkie zmiany wielkości progowych $\pm \sigma$, napięcie niezrównoważenia komparatorów K1 i K2 oraz ich wzmocnienie sygnału nieróżnicowego nie wpływają na błąd instrumentalny, jeżeli są stałe w czasie trwania jednego impulsu. Również zmiany wartości pojemności kondensatora C, jeżeli jest ona stała w czasie trwania jednego impulsu nie wpływają na dokładność przetwarzania. Warunki te są łatwe do spełnienia.

Źródła błędu instrumentalnego powstającego w torze modulatora amplitudy są takie same jak w przypadku omawianym uprzednio /p.3.2/, a mianowicie: niewyrównanie wielkości modulujących amplitudę $+k_a y$, $-2 k_a y$ oraz nienatychniastowe zamykanie i otwieranie klucza S2 powodujące zniekształcenie zbczy prądu wyjściowego. Należy dodać, że dzięki zastosowaniu w obu modulatorach wielkości wejściowych prądowych i stąd analogowych kluczy prądowych można pominąć wpływ rezystancji tych kluczy oraz ich napięcia resztkowe.

Źródłami błędów instrumentalnych dynamicznych są wszystkie opóźnienia wprowadzane w układzie. Zagadnienie to zostanie przedyskutowane szerzej w dalszej części tego punktu.

Statyczną niedokładność przetwarzania wynikającą z niedokładności określenia prądów wzorcowych oraz z niezerowego prądu wejściowego wtórnika W można oszacować następująco. Oznaczając niedokładność prądu I_0 przez $\Delta I_0'$ oraz prądu $2 I_0$ przez $\Delta I_0''$ otrzymany

$$T_1 = \frac{2 \sigma C}{I_0 + x + \Delta I_0' + I_b} \quad , \quad T_2 = \frac{2 \sigma C}{I_0 - x + \Delta I_0'' - \Delta I_0' - I_b} \quad (223)$$

$$z = k_a y \frac{-x + \frac{\Delta I''}{2} - \Delta I'_0 - I_b}{I_0 + \Delta I''_0} \quad (224)$$

Zakładając, że $I_0 \gg \Delta I''_0$ otrzymamy:

$$\Delta_z \approx k_a y \frac{I_0 (\Delta I''_0 - 2\Delta I'_0 - 2I_b) + x \Delta I''_0}{2 I_0^2} \quad (225)$$

Jeżeli do oszacowania przyjąć niedokładność skrajną, wówczas jest ona największa przy $x = I_0$ i w postaci względnej wynosi /przy $|\Delta I''_0| = |\Delta I'_0|$ /

$$\delta_z^0 = \frac{2|\Delta I'_0|}{I_0} + \frac{|I_b|}{I_0} \quad (226)$$

Niedokładność wykonania źródeł wzorcowych może być rzędu $\pm 1 \cdot 10^{-3} \%$. Większy błąd może wprowadzić prąd wejściowy I_b wtórnika W. Jeżeli np. $I_0 = 10 \text{ mA}$ to dla zapewnienia warunku $\delta_z^0 < 1 \cdot 10^{-2} \%$ winno zachodzić $|I_b| < 1 \mu\text{A}$. Warunek ten jest łatwy do spełnienia gdy stosowane są nowoczesne wzmacniacze operacyjne /por. np. [74] /. Należy dodać, że wpływ prądu I_b w danych warunkach może zostać skompensowany przez odpowiednią regulację prądu I_0 . Wielkością wpływową w omawianym przypadku jest temperatura. Wpływ zmiany prądu I_0 oraz I_b wywołany temperaturą może być odpowiednio rzędu $1 \cdot 10^{-4} \%/K$ i $1 \cdot 10^{-3} \%/K$.

Nieliniowa modulacja α_r wynika ze skończonej rezystancji zastępczej kondensatora C oraz rezystancji wewnętrznych źródeł prądowych. Jeżeli w czasie trwania dodatniej /ujemnej/ części impulsu zastępcza rezystancja równoległa dołączona do kondensatora jest równa R_1/R_2 to różnicowy współczynnik wypełnienia jest nieliniową funkcją prądu modulującego x i wyraża się zależnością:

$$\alpha_r = \frac{R_1 \ln \frac{I_0 + x}{I_0 + x - \frac{2\sigma}{R_1}} - R_2 \ln \frac{I_0 - x}{I_0 - x - \frac{2\sigma}{R_2}}}{R_1 \ln \frac{I_0 + x}{I_0 + x - \frac{2\sigma}{R_1}} + R_2 \ln \frac{I_0 - x}{I_0 - x - \frac{2\sigma}{R_2}}} \quad (227)$$

Dla uproszczenia analizy przyjmijmy $R_1 = R_2 = R$ oraz $\frac{2\sigma}{R_1(I_0 \pm x)} \ll 1$.

Pierwsze założenie oznacza, że przyjęto iż rezystancja zastępcza /wynikająca ze zjawiska absorpcji/ kondensatora jest znacznie mniejsza od rezystancji źródeł prądowych. Korzystając z tych uproszczeń oraz posługując się zależnością

$$\ln(1-a) = -\left(a + \frac{a^2}{2} + \dots\right) \approx -\left(a + \frac{a^2}{2}\right) \quad \text{dla } |a| < 1 \quad (228)$$

otrzymamy

$$\mathcal{X}_r = \frac{-x - \frac{2\sigma I_0}{R} \frac{x}{I_0^2 - x^2}}{I_0 + \frac{\sigma}{R} \frac{I_0^2 + x^2}{I_0^2 - x^2}} \approx -\frac{x}{I_0} + \frac{x\sigma}{I_0^2 R} \cdot \frac{I_0^2 + x^2}{I_0^2 - x^2} -$$

$$-\frac{2\sigma x}{R(I_0^2 - x^2)} \approx -\frac{x}{I_0} - \frac{\sigma I_0}{R I_0^2} \quad (229)$$

oraz

$$\delta_z = -k_a y \frac{\sigma x}{R I_0^2} \quad (230)$$

Przy danym y błąd ten jest największy przy $x \rightarrow I_0$ i wynosi w postaci względnej przy np. $x = 0,8 I_0$ /założono wcześniej, że $I_0 - x \neq 0$ /

$$\delta_z^0 = -\frac{0,8\sigma}{R I_0} \quad (231)$$

Np. przy $\sigma = 1V$, $I_0 = 10 \text{ mA}$ błąd ten jest mniejszy od $1 \cdot 10^{-2}$ już przy $R > 1 \text{ M}\Omega$. Warunek ten jest łatwo realizowalny. Wpływ błędu nieliniowości można uznać za pomijalny.

Opóźnienie wnoszone w łańcuchu komparator K1 /K2/ przerzutnik RS, klucz S1 powoduje, że czasy trwania obu części impulsu są powiększone o $2\tau_0$ tzn.

$$T_1 = \frac{2\sigma C}{I_0 + x} + 2\tau_0 \quad (232)$$

$$T_2 = \frac{2\sigma C}{I_0 - x} + 2\tau_0$$

Przyjęto dla uproszczenia, że wnoszone opóźnienie jest jednakowe przy otwieraniu i zamykaniu klucza S1. Opóźnienie τ_0 rozumiane jest jako czas od chwili przekroczenia przez napięcie na pojemności wartości progowej $\pm \sigma$ do chwili zmiany nachylenia przebiegu tego napięcia. Z równań /232/ otrzymamy

$$\alpha_r = \frac{-x}{I_0 + \frac{\tau_0(I_0^2 - x^2)}{\sigma C}} \quad (233)$$

tzn. przy $\frac{\tau_0}{\sigma C} (I_0^2 - x^2) \ll I_0$

$$\alpha_r \approx -\frac{x}{I_0} + \frac{x \tau_0 (I_0^2 - x^2)}{I_0^2 \sigma C} \quad (234)$$

$$\delta_z = + k_a y \frac{x \tau_0 (I_0^2 - x^2)}{I_0^2 \sigma C} \quad (235)$$

Błąd ten dla danego y jest największy przy $x = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$ i wynosi w postaci względnej

$$\delta_x^0 = \frac{2 I_0 \tau_0}{3 \sigma C}$$

lub też, korzystając ze wzoru /220/

$$\delta_z^0 = \frac{8}{3} \frac{\tau_0}{T_{co}} \quad (236)$$

Jeżeli założymy, że błąd modelowy dynamiczny omawianego przetwornika winien w zakresie częstotliwości /0 - 10kHz/ być nie większy od $1 \cdot 10^{-2}$ wówczas ze wzoru /116/ otrzymamy $N > 95$ a więc $f_{co} > 950$ kHz. Przyjmijmy $T_{co} = 1 \cdot 10^{-6}$ s. Jeżeli przykładowo w najkorzystniejszym przypadku $\tau_0 = 10$ ns to ze wzoru /236/ otrzymamy

$$\delta_z^0 \approx 2,7\%$$

W tym miejscu odwołujemy się do danych liczbowych podanych w p.3.2.

Tak więc błąd wynikający z opóźnienia jest składnikiem decydującym błędów instrumentalnych. Błąd ten jest trudny do kompensacji, po-

nieważ jak wynika z zależności /235/ jest on nieliniową funkcją wielkości x modulującej \mathcal{K}_R . Praktycznie dobór parametrów modulatora \mathcal{K}_R winien wynikać z kompromisu pomiędzy pożądaną częstotliwością pracy f_{c0} wynikającą z żadanego pasma przetwarzania i dokładności opóźnienia τ_0 . Można jednak zauważyć, że zależność /236/ daje wartość maksymalną błędu.

Błędy powstające w modulatorze amplitudy tzn. błąd wynikający z niewyrównania wielkości modulujących amplitudę oraz błąd ze skończonego czasu narastania zboczy przebiegu wyjściowego można oszacować tak samo jak w p.3.2. zależności /215/ i /218/. Zgodnie z wcześniejszymi oszacowaniami można przyjąć, że będą one mniejsze od $1 \cdot 10^{-2}\%$.

Błąd instrumentalny dynamiczny omawianego przetwornika oszacować można stosując metodę Pospiełowa. Analiza ta przeprowadzona zostanie w sposób ogólny, przy czym do schematu z rys. 29 odwoływać się będziemy przy analizie szczegółowej tzn. w przykładach liczbowych.

Niżej rozpatrywane będą przypadki uwzględniające:

- a/ nieidealną transmitancję integratora,
- b/ wpływ czystego opóźnienia /tzw. czasu martwego/ wnoszonego w układzie,
- c/ niezerowe czasy przełączania kluczy analogowych.

Zostały one przedstawione na rys. 30 w postaci przekształconej, dogodnej do zastosowania metody Pospiełowa. Transmitancje impulsowe wyznaczane będą dla wyodrębnionych na rys. 30 linią kreskowaną części układu, oznaczonych przez $K_1(j\omega_\nu)$.

Przypadek z rys. 30a ma miejsce wówczas, jeżeli integrator nie jest integratorem idealnym, lecz można go przedstawić w postaci elementu inercyjnego pierwszego rzędu o transmitancji $\frac{C_0}{1 + p\tau}$. Transmitancję impulsową dla układu przekaźnikowego znaleziono w postaci:

$$K_1(z) = \frac{3 - h}{2 T_{co} q} \left(z - \frac{3h - 1}{3 - h} \right) \quad (237)$$

$$q = \frac{C_0}{\tau} \left(1 + \operatorname{tgh} \frac{T_{co}}{4\tau} \right) e^{-\frac{T_{co}}{2\tau}} = \frac{2 E C_0 h}{\tau(1+h)} \quad (238)$$

$$h = e^{-\frac{T_{co}}{2\tau}} = \frac{1 - \frac{\sigma}{E C_0}}{1 + \frac{\sigma}{E C_0}}, \quad T_{co} = 2\tau \ln \frac{1 + \frac{\sigma}{E C_0}}{1 - \frac{\sigma}{E C_0}}$$

Transmitancja częstotliwościowa tego układu dla składowej wolnozmiennnej jest równa

$$K_1(j\omega_\nu) = K_1(z) \Big|_{z=1+j\omega_\nu T_{co}} = k_{1r} (1 + j\omega_\nu \tau_1) \quad (239)$$

gdzie

$$k_{1r} = \frac{2 \frac{\sigma}{E C_0}}{E C_0 \left[1 - \left(\frac{\sigma}{E C_0} \right)^2 \right] \ln \frac{1 + \frac{\sigma}{E C_0}}{1 - \frac{\sigma}{E C_0}}} \quad (240)$$

$$\tau_1 = \tau \frac{\ln \frac{1 + \frac{\sigma}{E C_0}}{1 - \frac{\sigma}{E C_0}}}{2 \frac{\sigma}{E C_0}} \left(1 + \frac{4\sigma}{E C_0} \right) \quad (241)$$

a transmitancja częstotliwościowa całego modulatora jest równa

$$K_r(j\omega_\nu) = - \frac{C_0}{1 + j\omega_\nu \tau} \cdot K_1(j\omega_\nu) \quad (242)$$

$$K_r(j\omega_\nu) = - k_r \frac{1 + j\omega_\nu \tau_1}{1 + j\omega_\nu \tau} \quad (243)$$

gdzie

$$k_r = k_{1r} \cdot C_0$$

Współczynnik k_r jest czułością modulatora dla prądu stałego. Łatwo pokazać, że przy $\frac{\sigma}{E C_0} \rightarrow 0$ /tzn. $T_{co} \rightarrow 0$ / $k_r \rightarrow \frac{1}{E}$. Zależność /242/ sugeruje, że charakterystyka statyczna modulatora jest liniowa.

W rzeczywistości charakterystyka ta jest nieliniowa. Została ona obliczona wcześniej, przy analizie błędu nieliniowości, wzór /227/.

Można dodać, że dla układu przekaźnikowego o transmitancji $K_1(j\omega_v)$ łatwo można obliczyć charakterystykę statyczną tzn. $\alpha_r = f(U_w)$ w postaci

$$\alpha_r(U_w) = \frac{\ln \frac{E C_o - U_w + \sigma}{E C_o - U_w - \sigma} - \ln \frac{E C_o + U_w + \sigma}{E C_o + U_w - \sigma}}{\ln \frac{E C_o - U_w + \sigma}{E C_o - U_w - \sigma} + \ln \frac{E C_o + U_w + \sigma}{E C_o + U_w - \sigma}} \quad (244)$$

Nachylenie tej charakterystyki w początku układu współrzędnych /tzn. czułość k_{1r} przy $U_w \rightarrow 0$ / jest równa

$$\left. \frac{d(\alpha_r)}{d U_w} \right|_{U_w=0} = \frac{2 \frac{\sigma}{E C_o}}{E C_o \left[1 - \left(\frac{\sigma}{E C_o} \right)^2 \right] \ln \frac{1 + \frac{\sigma}{E C_o}}{1 - \frac{\sigma}{E C_o}}} \quad (245)$$

Zależność /245/ jest identyczna z zależnością /240/. Potwierdza to słuszność przeprowadzonego rozumowania. Przyjmując $\frac{\sigma}{E C_o} = a \ll 1$ oraz korzystając ze wzoru /205/ otrzymany

$$\tau_1 \approx \tau \left(1 + \frac{4\sigma}{E C_o} \right) = \tau (1 + 4a)$$

$$k_r \approx \frac{1}{E}$$

$$K(j\omega_v) = -\frac{1}{E} \sqrt{\frac{\omega_v^2 \tau^2 (1+4a)^2 + 1}{\omega_v^2 \tau^2 + 1}} e^{j\delta_{\phi_i}} \quad (246)$$

$$\delta_{\phi_i} = \arctg \frac{\omega_v (\tau_1 - \tau)}{1 + \omega_v^2 \tau_1 \tau} \quad (247)$$

Wprowadzając do zależności /246/, /247/ częstotliwość względną $\Omega = \frac{2\pi}{T_{co}} \omega_v$ oraz biorąc pod uwagę, że z wzorów /238/ i /205/ otrzymany w przybliżeniu

$$T_{co} \approx 4\tau a \quad (248)$$

więc

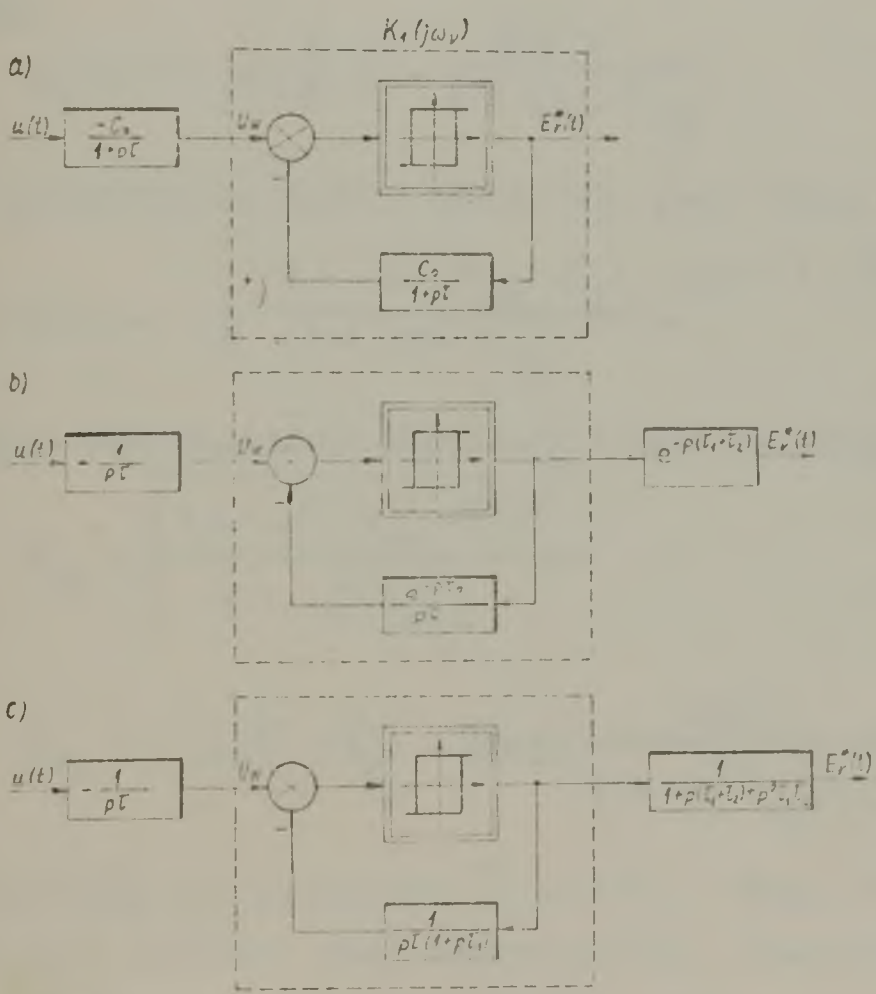
$$\Omega \tau = \frac{\omega_v T_{co}}{2} = \frac{\pi}{2 Na} \quad (249)$$

Przy powyższych oznaczeniach składowe błędy instrumentalnego dynamicznego δ_{id} błędy amplitudy δ_{Ai} i fazy $\delta_{\varphi i}$ otrzymamy w postaci

$$\delta_{Ai} = \frac{|K_r(j\omega_p)|}{\frac{1}{E}} - 1 = \sqrt{\frac{\frac{\pi^2}{4N^2 a^2} (1 + 4a)^2 + 1}{\frac{\pi^2}{4N^2 a^2} + 1}} - 1 \quad (250)$$

$$\delta_{\varphi i} = \arctg \frac{\frac{2\pi}{N}}{1 + \frac{\pi^2}{4N^2 a^2} (1 + 4a)} \approx \frac{2\pi}{N \left[1 + \frac{\pi^2}{4N^2 a^2} (1 + 4a) \right]} \quad (251)$$

Korzystając z powyższych zależności oszacować można błąd instrumentalny dla układu z rys.29. Zgodnie z oznaczeniami użytymi przy analizie błędu statycznego $a = \frac{\sigma}{R I_0}$. Jeżeli np. $N = 100$, $\sigma = 1V$, $R = 5M\Omega$, $I_0 = 10mA$, to $a = 2 \cdot 10^{-5}$ oraz $\delta_{Ai} \approx 1 \cdot 10^{-4}$, $\delta_{\varphi i} \approx 4,0 \cdot 10^{-7}$. Błąd fazy jest znacznie



Rys. 30. Rysunek pomocniczy do analizy błędu instrumentalnego dynamicznego multiplikatora o multiwibratorze niesynchronizowanym

mniejszy od błędu amplitudy toteż jego wpływ na błąd dynamiczny instrumentalny można pominać. Stąd błąd instrumentalny dynamiczny jest nie większy od $\delta_{id} \leq 0,01 \%$

Wynika stąd, że rezystancja zastępcza równoległa kondensatora C z rys. 29 winna być nie mniejsza od $5M\Omega$. W takim przypadku błąd

instrumentalny dynamiczny będzie rzędu błędu modelowego dynamicznego

$$\delta_{md} \Big|_{N=100} \approx 0,009\% .$$

Układ zastępczy pokazany na rys. 30b posłuży do oceny wpływu opóźnienia czasowego wnoszonego w układzie na błąd instrumentalny dynamiczny. Stała τ_1 reprezentuje sobą czyste opóźnienie wnoszone w łańcuchu komparator, przerzutnik, klucz S1, natomiast stała τ_2 opóźnienie wnoszone przez klucz S2. Dla układu przekaźnikowego znaleziono transmitancję impulsową w postaci:

$$K_1(z) = \frac{\tau}{E T_{co}} (z - 1) \left(1 - \frac{\tau_1}{T_{co}} \frac{z-1}{z} \right) \quad (252)$$

Stąd

$$K_1(j\omega_v) = j\omega_v \frac{\tau}{E} \left(1 - \frac{j\omega_v \tau_1}{1 + j\omega_v T_{co}} \right) \quad (253)$$

a transmitancja całego modulatora jest równa

$$K(j\omega_v) = -\frac{1}{E} \frac{1 + j\omega_v (T_{co} - \tau_1)}{1 + j\omega_v T_{co}} e^{-j\omega_v (\tau_1 + \tau_2)} \quad (254)$$

Błędy instrumentalne amplitudy i fazy wynoszą odpowiednio:

$$\delta_{Ai} = \sqrt{\frac{1 + \omega_v^2 (T_{co} - \tau_1)^2}{1 + \omega_v^2 T_{co}^2}} - 1 \quad (255)$$

$$\delta_{\varphi_i} = -\omega_v (\tau_1 + \tau_2) - \operatorname{arctg} \frac{\omega_v \tau_1}{1 + \omega_v^2 T_{co} (T_{co} - \tau_1)} \quad (256)$$

Przyjmijmy dla przykładu $\tau_1 = 2 \tau_2 = 10\text{ns}$, $f_{co} = 1\text{MHz}$, $f = 10\text{kHz}$. Dla tych wartości błąd instrumentalny statyczny wynikający z opóźnienia oszacowany został zależnością /235/ i wynosił w najbardziej niekorzystnym przypadku około 3%. Po podstawieniu powyższych wartości do wzoru /256/ otrzymamy

$$\delta_{Ai} \approx -4 \cdot 10^{-5} , \quad \delta_{\varphi_i} \approx -1,6 \cdot 10^{-3}$$

i stąd $\delta_{id} \approx -4 \cdot 10^{-5} \cos\varphi + 1,6 \cdot 10^{-3} \sin\varphi$

Błąd ten może być więc rzędu 0,2% przy $\cos\varphi \rightarrow 0$. Należy zauważyć,

że może on zostać łatwo skorygowany zgodnie z uwagami z p. 2.7.

Schemat zastępczy z rys. 30c uwzględnia niezerowe czasy przełączania kluczy analogowych. Przyjęto, że klucz analogowy rzeczywisty jest równoważny szeregowemu połączeniu klucza idealnego oraz elementu inercyjnego pierwszego rzędu tzn., że przełączanie z wielkości dodatniej na ujemną odbywa się ze stałą czasową τ_1 (τ_2). Stała τ_1 reprezentuje stałą czasową klucza S1, τ_2 - klucza S2. Transmitancja impulsowa układu przekaźnikowego jest równa

$$K_1(z) = \frac{1}{2 T_{co} Q} \frac{q (1-h)(z-1)(z-h)}{(z-h^2)h} \quad (257)$$

gdzie

$$h = e^{-\frac{T_{co}}{2\tau_1}}, \quad q = -\frac{1}{\tau E} \frac{2h}{h+1}, \quad Q = \frac{1-h}{1+h} \cdot \frac{1}{\tau E} \quad (258)$$

Okres niemodulowanych drgań własnych obliczyć można z zależności:

$$\frac{E T_{co}}{4\tau} - \frac{\tau_1}{\tau} \operatorname{tgh} \frac{T_{co}}{4\tau_1} = \delta \quad (259)$$

Przyjmując, że człon inercyjny niewiele wpływa na częstotliwość drgań własnych, co zachodzi przy $\frac{\tau_1}{\tau} \ll 1$ otrzymamy

$$T_{co} \approx \frac{4\delta\tau}{E} \quad (260)$$

to znaczy analogicznie jak w przypadku podstawowym. Stąd transmitancja częstotliwościowa wynosi:

$$K_1(j\omega_y) = \frac{1}{E} j\omega_y \tau \frac{(1+h)(j\omega_y T_{co} + 1 - h)}{1 - h^2 + j\omega_y T_{co}} \quad (261)$$

a transmitancja całego modulatora

$$K(j\omega_y) = -\frac{1}{E} \frac{1 + j\omega_y \frac{T_{co}}{1-h}}{1 + j\omega_y \frac{T_{co}}{1-h^2}} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_y(\tau_1 + \tau_2) - \omega_y^2 \tau_1 \tau_2} \quad (262)$$

Jeżeli $T_{co} \gg 2\tau_1$ to

$$h = e^{-\frac{T_{co}}{2\tau_1}} \approx 1 - \frac{T_{co}}{2\tau_1}; \quad h^2 \approx 1 - \frac{T_{co}}{\tau_1}$$

i wyrażenie /262/ można uprościć do postaci:

$$K(j\omega_v) = -\frac{1}{E_1} \frac{1 + j\omega_v 2\tau_1}{(1 + j\omega_v \tau_1) [1 + j\omega_v(\tau_1 + \tau_2)]} \quad (263)$$

Przyjęto także, że $\omega_v^2 \tau_1 \tau_2 \ll 1$. Przyjmując dla przykładu $\tau_1 = \tau_2 = 5\text{ns}$ oraz $f_v = 10\text{kHz}$ otrzymano

$$\delta_{Ai} \approx \left[\frac{1 + \omega_v^2 4\tau_1^2}{(1 + \omega_v^2 \tau_1^2) [1 + \omega_v^2 (\tau_1 + \tau_2)^2]} - 1 \right] \approx -1 \cdot 10^{-7}$$

$$\delta\varphi_i \approx -\omega_v \tau_2 \approx -3 \cdot 10^{-4}$$

Podobnie i w tym przypadku decydującym składnikiem błędu jest błąd fazy. Przy $\cos \varphi \rightarrow 0$ błąd instrumentalny dynamiczny wynikający ze skończonego czasu przełączania kluczy będzie /dla przyjętych przykładowo danych/ rzędu 0,03%. Błąd ten można jednak zmniejszyć wprowadzając korekcję częstotliwościową.

W poprzedzającej analizie błędu instrumentalnego dynamicznego rozpatrywano niezależnie wpływ poszczególnych zniekształceń czasowych wprowadzanych w układzie. Sumaryczne rozpatrzenie na błąd wpływu wszystkich omówionych składników prowadziłoby do złożonego schematu zastępczego. Jego analiza byłaby bardziej skomplikowana. Biorąc pod uwagę wprowadzone daleko idące uproszczenia niewiele by zmieniła dokładność oszacowań.

Analizę błędu instrumentalnego przetwornika mocy czynnej o tym modulatorze można podsumować następująco. Najbardziej znaczącym składnikiem błędu instrumentalnego w przypadku przetwarzania przebiegów o częstotliwościach rzędu kHz jest błąd statyczny wynikający z opóźnień wprowadzanych przez poszczególne elementy układu. Jest on trudny do korekcji, ponieważ zależy nieliniowo od wielkości wejściowej /równ. 235/ modulującej x_r . Ogranicza on dokładność przetwarzania mocy przebiegów sinusoidalnych rzędu kHz do poziomu (0,1 - 0,5)%. Należy jednak uczynić następującą uwagę. Przy powyższej analizie zakładano taką częstotliwość próbkowania jaka wynika z założenia o pomijalności błędu modelowego dynamicznego. Jeżeli jednak,

zgodnie z wytycznymi z p. 2.7 zastosować korekcję błędu modelowego dynamicznego, wówczas częstotliwość ta może być kilkakrotnie niższa. W ten sposób błąd przetwarzania zmaleje w tym samym stosunku. Wydaje się więc, że przy starannej konstrukcji multiplikatora TDM o omawianym modulatorze możliwe jest osiągnięcie niedokładności przetwarzania mocy czynnej rzędu 0,1 - 0,05%.

4. ZAKOŃCZENIE

Niniejsza praca poświęcona została analizie dokładności przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM. W p. 1.3 omawiającym cel i zakres pracy założono, że pierwszoplanowym wątkiem tej analizy będzie porównanie właściwości różnych układów przetworników TDM z punktu widzenia błędów dynamicznych, powstających przy przetwarzaniu przebiegów przemennych. Ten bowiem aspekt omawianego zagadnienia nie znalazł wystarczającego odbicia w literaturze przedmiotu.

Jako wskaźnik niedoskonałości dynamicznej różnych układów przetworników TDM przyjęto błąd modelowy dynamiczny zdefiniowany i omówiony w p. 1.2.4.

W pracy podjęto i opracowano następujące zagadnienia.

Dokonano przeglądu układów multiplikatorów TDM /p.1.2.1/ oraz opracowano klasyfikację modulatorów różnicowego współczynnika wypełnienia /p.1.2.2/ użyteczną do analizy.

Ustosunkowano się krytycznie do stanu zagadnienia w literaturze przedmiotu.

Przeprowadzono analizę błędów modelowego dynamicznego przetworników mocy czynnej o zasadzie TDM /p.2/. Jako podstawowe narzędzie tej analizy wybrano metodę numeryczną oraz, zależnie od sytuacji uzupełniająco stosowano metodę szeregów Fourier'a lub metodę Pospiełowa analizy układów przekaźnikowych. Przedyskutowano ograniczenia wiążące się ze stosowaniem metody numerycznej /p.2.1/. W p. 2.2, 2.3, 2.4., przeprowadzono analizę błędów modelowego dynamicznego oraz podano wyniki tej analizy. Zostały one przedstawione w postaci tablic, wykresów oraz zależności empirycznych. Wyniki tych analiz zestawiono w p. 2.6. Tam też podano wnioski z nich wypływające. W p. 2.7 przedstawiono metody korekcji błędów modelowego dynamicznego. Pokazano na przykładzie sposób wykorzystania wyników analizy błędów modelowego dynamicznego do korekcji tego błędu.

Za użyteczne uznano przedyskutowanie błędów instrumentalnych.

W p. 3 przeprowadzono na dwóch wybranych przykładach przetworników /uznanych za reprezentatywne z punktu widzenia kryterium błędu modelowego dynamicznego/ analizę błędów instrumentalnych. Przy dyskusji błędów dynamicznych zastosowano metodę Pospiełowa. Omówiono, w tym samym punkcie, sposoby prowadzące do zmniejszenia błędów instrumentalnych.

Zestawienie obok siebie osiągalnego, przy obecnym stanie techniki, poziomu niedokładności instrumentalnej przetworników TDI z poziomem błędów modelowych uzasadniło praktyczne znaczenie pełnej analizy błędów modelowych.

5. D O D A T E K

Wyniki obliczeń numerycznych

Tablice I - XX

Tablica I

Modulacja naturalna jednostronna szerokości impulsu.

Zależność błędów amplitudy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0$$

$$\varepsilon = 1E - 17$$

N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$	N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$	N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$
7	0,10	-1,31 E- 7	10	0,10	1,02 E- 12	13	0,10	- *
	0,50	-3,76 E- 4		0,50	3,73 E- 7		0,50	-1,39 E- 10
	0,99	-8,52 E- 3		0,99	7,21 E- 5		0,99	-2,20 E- 7
8	0,10	2,97 E- 9	11	0,10	-1,60 E- 14	14	0,10	-
	0,50	4,27 E- 5		0,50	-2,95 E- 8		0,50	8,44 E- 12
	0,99	1,99 E- 3		0,99	-1,15 E- 4		0,99	2,67 E- 8
9	0,10	-5,83 E- 11	12	0,10	2,27 E- 16	15	0,10	-
	0,50	-4,24 E- 6		0,50	2,12 E- 9		0,50	-4,57 E- 12
	0,99	-4,04 E- 4		0,99	1,66 E- 6		0,99	-3,00 E- 9

* -myślnikiem oznaczono, że otrzymane wartości są rzędu niedokładności obliczeń

Tablica II

Modulacja naturalna jednostronna szerokości impulsu.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

$$N = 7, \quad \mu = 0,99, \quad \varepsilon = 1E - 17$$

$$\chi = k \cdot \frac{T_c}{12} = k \cdot \frac{2 \cdot \pi}{7 \cdot 12}$$

k	0 ; 12	1	2	3	4	5
δ_A	-8,52 E-3	-7,34 E-3	-4,16 E-3	+1,05 E-4	+4,29 E-3	+7,30 E-3
δ_φ	- *	+4,74 E-3	+8,13 E-3	+9,28 E-3	+7,95 E-3	+4,55 E-3
k	6	7	8	9	10	11
δ_A	+8,40 E-3	+7,30 E-3	+4,29 E-3	+1,05 E-4	-4,16 E-3	-7,34 E-3
δ_φ	-	-4,55 E-3	-7,95 E-3	-9,29 E-3	-8,14 E-3	-4,74 E-3

* - myślnikiem oznaczono, że otrzymane wartości są rzędu niedokładności obliczeń

Tablica III

Modulacja naturalna dwustronna szerokości impulsu.

Zależność błędu amplitudy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1E - 17$$

N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$	N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$	N	μ	$\delta_A = \delta_{md}$
7	0,10	-4,15 E - 9	10	0,10	-	13	0,10	-
	0,50	-1,26 E - 5		0,50	-		0,50	-7,06 E - 14
	0,99	-3,58 E - 4		0,99	-2,05 E - 14		0,99	-1,25 E - 10
8	0,10	-*	11	0,10	-	14	0,10	-
	0,50	-2,50 E - 14		0,50	-6,03 E - 11		0,50	-
	0,99	-3,15 E - 10		0,99	-2,70 E - 8		0,99	-
9	0,10	-4,57 E - 13	12	0,10	-	15	0,10	-
	0,50	-3,50 E - 8		0,50	-		0,50	-
	0,99	-3,96 E - 6		0,99	-		0,99	-4,17 E - 13

* - myślnikiem oznaczono, że otrzymane wartości są rzędu niedokładności obliczeń

Tablica IV

Modulacja naturalna dwustronna szerokości impulsu.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

$$N = 7, \quad \mu = 0,99, \quad \epsilon = 1E - 17, \quad \chi = k \cdot \frac{T_c}{12} = k \cdot \frac{2\pi}{7 \cdot 12}$$

k	0: 12	1	2	3	4	5
δ_A	-3,58 E-4	-3,10 E-4	-1,79 E-4	+9,36 E-8	+1,79 E-4	+3,10 E-4
δ_φ	- *	+1,83 E-4	+3,17 E-4	+3,66 E-4	+3,17 E-4	+1,83 E-4
k	6	7	8	9	10	11
δ_A	+3,58 E-4	+3,10 E-4	+1,79 E-4	+9,36 E-8	-1,79 E-4	-3,10 E-4
δ_φ	-	-1,83 E-4	-3,17 E-4	-3,66 E-4	-3,17 E-4	-1,83 E-4

* - myślnikiem oznaczono, że otrzymane wartości są rzędu niedokładności obliczeń

Tablica V

Modulacja naturalna dwustronna szerokości impulsu.

Przypadek quasiokresowy.

Zależność obliczonych wartości błędów amplitudy i fazy od czasu uśredniania T.

$$T = K \cdot T_D \quad N = \sqrt{105}, \quad \mu = 0,1, \quad \epsilon = 1E - 17$$

K	$\chi = 0$		$\chi = \frac{\pi}{2}$		Uwagi
	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	
1	+8,0 E-2	-4,7 E-1	-4,3 E-1	+7,2 E-3	
2	+1,1 E-1	-4,5 E-1	-4,5 E-1	+1,5 E-3	
5	-3,2 E-3	-9,3 E-2	-8,2 E-2	+8,9 E-3	
10	+3,4 E-3	-9,2 E-2	-9,2 E-2	+1,0 E-3	
20	+8,3 E-4	-6,0 E-3	-5,4 E-3	-7,3 E-4	
50	-5,4 E-4	-1,4 E-2	-1,3 E-2	+7,0 E-4	
100	+3,8 E-4	-6,0 E-3	-5,4 E-3	-3,3 E-4	
200	-1,2 E-4	-3,8 E-3	-3,7 E-3	+1,5 E-4	
500	-1,2 E-5	-1,9 E-3	-1,9 E-3	+1,6 E-4	
1000	+1,4 E-5	-9,7 E-5	-8,7 E-5	-1,2 E-5	$\epsilon = 1. E - 16$

Tablica VI

Modulacja jednostajna jednostronna szerokości impulsu.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1E - 17$$

	μ	δ_A	δ_φ	N	μ	δ_A	δ_φ	N	μ	δ_A	δ_φ
5	0,10	-4,947 E-4	-6,293 E-1	10	0,10	-1,234 E-4	-3,142 E-1	30	0,10	-1,371 E-5	-1,047 E
	0,50	-1,245 E-2	— " —		0,50	-3,081 E-3	— " —		0,50	-3,427 E-4	— " —
	0,99	-4,883 E-2	— " —		0,99	-1,204 E-2	— " —		0,99	-1,343 E-3	— " —
6	0,10	-3,427 E-4	-5,236 E-1	15	0,10	-5,483 E-5	-2,094 E-1	50	0,10	-4,935 E-6	-6,283 E-2
	0,50	-8,545 E-3	— " —		0,50	-1,370 E-3	— " —		0,50	-1,234 E-4	— " —
	0,99	-3,325 E-2	— " —		0,99	-5,364 E-3	— " —		0,99	-4,836 E-4	— " —
7	0,10	-2,518 E-4	-2,992 E-1	20	0,10	-3,084 E-5	-1,571 E-1	100	0,10	-1,234 E-6	-3,142 E-2
	0,50	-6,281 E-3	— " —		0,50	-7,709 E-4	— " —		0,50	-3,084 E-5	— " —
	0,99	-2,448 E-2	— " —		0,99	-3,020 E-3	— " —		0,99	-1,210 E-4	— " —
8	0,10	-1,928 E-4	-3,927 E-1	25	0,10	-1,980 E-5	-1,257 E-1	500	0,10	-4,934 E-8	-6,283 E-3
	0,50	-4,811 E-3	— " —		0,50	-4,934 E-4	— " —		0,50	-1,234 E-6	— " —
	0,99	-1,877 E-2	— " —		0,99	-1,933 E-3	— " —		0,99	-4,836 E-6	— " —

Tablica VIII.

Modulator częstotliwości impulsów.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1E^{-11}, \quad \varepsilon_1 = 1E^{-5}$$

$\mu \backslash N$	10		15		20		25	
	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ
0,10	-4,11 E-3	-1,57 E-1	-1,83 E-3	-1,05 E-1	-1,03 E-3	-7,85 E-2	-6,58 E-4	-6,28 E-2
0,20	-4,11 E-3	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —
0,30	-4,16 E-3	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —
0,40	-4,40 E-3	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —	— " —
0,50	-5,51 E-3	-1,55 E-1	-1,72 E-3	— " —	-1,02 E-3	— " —	— " —	— " —
0,60	+1,90 E-3	-1,55 E-1	-1,50 E-3	-1,06 E-1	-1,12 E-3	-7,86 E-2	-6,70 E-4	-6,28 E-2
0,70	+6,66 E-3	-1,68 E-1	-4,64 E-3	-1,07 E-1	-1,13 E-3	-7,74 E-2	-4,26 E-4	-6,29 E-2
0,80	-3,62 E-3	-1,95 E-1	-5,89 E-3	-9,25 E-2	+2,12 E-3	-7,99 E-2	-2,10 E-3	-6,39 E-2
0,90	-3,87 E-3	-2,08 E-1	+9,52 E-3	-9,20 E-2	-5,74 E-3	-9,46 E-2	-2,11 E-3	-5,53 E-2

Tablica VIKI e.d.

μ	N	30		50		100		500	
		δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ
0,10		-4,57 E-4	-5,24 E-2	-1,64 E-4	-3,14 E-2	-4,11 E-5	-1,57 E-2	-1,6 E-6	-3,14 E-3
0,20		--	--	--	--	-4,10 E-5	--	-1,5 E-6	--
0,30		--	--	--	--	-4,10 E-5	--	-1,7 E-6	--
0,40		--	--	--	--	-4,10 E-5	--	-1,8 E-6	--
0,50		--	--	--	--	-4,12 E-5	--	-1,6 E-6	--
0,60		-4,55 E-4	--	--	--	--	--	-1,7 E-6	--
0,70		-4,97 E-4	--	-1,65 E-4	--	--	--	-1,8 E-6	--
0,80		-1,36 E-4	-5,13 E-2	-2,00 E-4	-3,15 E-2	--	--	-1,7 E-6	--
0,90		-9,69 E-4	-5,92 E-2	+2,78 E-4	-3,28 E-2	-1,45 E-5	-1,56 E-2	-1,7 E-6	--

Tablica IX

Multiwibrator sterowany niesynchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-9}, \quad L = 100$$

$\mu \backslash N$	10		15		20		25	
	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ
0,10	-8,45 E-3	-8,40 E-4	-3,66 E-3	-6,30 E-3	-2,08 E-3	-2,10 E-4	-1,32 E-3	-3,84 E-3
0,20	-8,57 E-3	-1,71 E-3	-3,77 E-3	-7,52 E-4	-2,11 E-3	-4,21 E-4	-1,34 E-3	-2,69 E-4
0,30	-8,61 E-3	-2,58 E-3	-3,70 E-3	-1,11 E-3	-2,14 E-3	-6,42 E-4	-1,33 E-3	-9,34 E-4
0,40	-8,60 E-3	-1,56 E-3	-3,84 E-3	-1,54 E-4	-2,17 E-3	-8,69 E-4	-1,39 E-3	-5,56 E-4
0,50	-9,00 E-3	-4,92 E-4	-3,97 E-3	-6,54 E-4	-2,20 E-3	-8,98 E-4	-1,41 E-3	-9,62 E-5
0,60	-9,24 E-3	-1,12 E-3	-4,11 E-3	-2,43 E-4	-2,28 E-3	-2,99 E-4	-1,46 E-3	-4,59 E-4
0,70	-9,90 E-3	-1,18 E-3	-4,32 E-3	-1,69 E-4	-2,42 E-3	-2,68 E-4	-1,54 E-3	-5,10 E-4
0,80	-1,03 E-2	-8,72 E-4	-4,70 E-3	-4,30 E-4	-2,59 E-3	-4,32 E-4	-1,64 E-3	-2,63 E-4

Tablica IX c.d.

μ	N	30		50		100		500	
		δ_A	δ_y	δ_A	δ_y	δ_A	δ_y	δ_A	δ_y
0,10		+9,22 E-4	-9,21 E-5	+3,31 E-4	-3,27 E-5	+8,16 E-5	-8,03 E-6	+1,60 E-6	-3,0 E-6
0,20		+9,32 E-4	-1,86 E-4	+3,34 E-4	-6,63 E-5	+8,28 E-5	-1,58 E-5	+2,45 E-7	-2,5 E-6
0,30		+9,47 E-4	-2,84 E-4	+3,39 E-4	-1,01 E-4	+8,37 E-5	-2,43 E-5	-1,03 E-6	-2,7 E-6
0,40		+9,66 E-4	-3,86 E-4	+3,46 E-4	-1,38 E-4	+8,56 E-5	-3,34 E-5	-2,50 E-7	-3,9 E-6
0,50		+9,87 E-4	-4,93 E-4	+3,56 E-4	-1,77 E-4	+8,79 E-5	-4,31 E-5	-1,02 E-6	-3,8 E-6
0,60		+1,01 E-3	-5,03 E-4	+3,68 E-4	-2,20 E-4	+9,11 E-5	-5,40 E-5	+6,37 E-7	-4,4 E-6
0,70		+1,06 E-3	-2,09 E-4	+3,84 E-4	-2,68 E-4	+9,59 E-5	-6,62 E-5	+6,39 E-7	-3,6 E-6
0,80		+1,15 E-3	-8,74 E-4	+4,10 E-4	-1,77 E-4	+1,03 E-4	-8,15 E-5	+1,18 E-6	-2,6 E-6

Tablica X

Multiwibrator sterowany niesynchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

$N = 50, \mu = 0,5, \epsilon = 1 \text{ E-}9 \quad L = 100 \quad \chi = k \cdot \frac{\pi}{12} = k \cdot \frac{2\pi}{12}$

k	0; 12	1	2	3	4	5
δ_A	-3,56 E-4	-2,85 E-4	-2,48 E-4	-2,35 E-4	-2,44 E-4	-2,80 E-4
δ_φ	-1,77 E-4	-1,25 E-4	-6,58 E-5	-5,20 E-6	+5,68 E-5	+1,19 E-4

k	6	7	8	9	10	11
δ_A	-3,50 E-4	-4,67 E-4	-6,20 E-4	-7,04 E-4	-6,22 E-4	-4,72 E-4
δ_φ	+1,74 E-4	+2,03 E-4	+1,56 E-4	+9,0 E-7	-1,50 E-4	-2,03 E-4

Tablica XI

Multiwibrator sterowany niesynchronizowany.

Zależność obliczonych wartości błędów amplitudy i fazy od czasu uśredniania.

$$N = 20, \quad \mu = 0,5, \quad \chi = 0, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-9}$$

L	χ	δ_A	δ_φ
20	0,0	+2,28 E-3	-1,14 E-3
50	0,0	+2,25 E-3	-1,12 E-3
100	0,0	+2,20 E-3	-8,98 E-4
150	0,0	+2,20 E-3	-2,34 E-4
200	0,0	+2,22 E-3	-1,08 E-4

L	χ	δ_A	δ_φ
20	$\frac{\pi}{2}$	+1,48 E-3	-9,93 E-5
50	—	+1,47 E-3	-7,37 E-5
100	—	+1,47 E-3	-3,08 E-5
150	—	+1,47 E-3	+7,52 E-6
200	—	+2,14 E-3	-9,54 E-6

Tablica XII

Multiwibrator sterowany niesynchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od głębokości modulacji μ .

a/ Uśrednianie za całkowitą liczbę okresów T_D .

$N = 20, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-}9, \quad L = 100$

b/ Uśrednianie za całkowitą liczbę impulsów.

$N = 20, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-}11, \quad K = 100, \quad \varepsilon_1 = 1 \text{ E-}3$

μ	δ_A	δ_f
0,10	+2,1 E-3	-2,1 E-4
0,20	+2,1 E-3	-4,2 E-4
0,30	+2,1 E-3	-6,4 E-4
0,40	+2,2 E-3	-8,7 E-4
0,50	+2,2 E-3	-9,0 E-4
0,60	+2,3 E-3	-3,0 E-4
0,70	+2,4 E-3	-2,7 E-4
0,80	+2,6 E-3	-4,3 E-4

μ	δ_A	δ_f	I	γ_e %	Uwagi
0,10	+2,1 E-3	+1,5 E-9	10	0,2	
0,20	+2,1 E-3	+6,8 E-7	100	8,5	L = K
0,30	+2,2 E-3	+4,4 E-6	100	20	L = K
0,40	+2,2 E-3	+2,0 E-11	58	0,05	
0,50	+2,2 E-3	+1,4 E-9	91	0,3	
0,60	+2,3 E-3	+1,6 E-10	97	0,1	
0,70	+2,4 E-3	+2,1 E-8	34	0,3	
0,80	+2,6 E-3	+7,6 E-12	12	0,01	

Tablica XIII.

Multiwibrator sterowany niesynchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

Przypadek okresowy: $N = 20, 40, \mu = 0,1978317, \epsilon = 1 \text{ E-9}, L = 1$

$$\chi = k \cdot \frac{T_D}{T_2} = k \cdot \frac{2\pi}{T_2}$$

k	0: 12	1	2	3	4	5
δ_A	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3
δ_φ	-3 E-8	-2 E-8	-2 E-8	-3 E-9	-1 E-8	-3 E-8
=====						
k	6	7	8	9	10	11
δ_A	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3	-2,00 E-3
δ_φ	-3 E-8	-3 E-8	-2 E-8	-2 E-9	-2 E-8	-2 E-8

Tablica XIV

Multiwibrator sterowany synchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-9}, \quad L = 30, \quad s = 2$$

$\mu \backslash N$	10		15		20		25	
	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f
0,10	-3,84 E-2	-3,06 E-1	-1,77 E-2	-2,07 E-1	-1,01 E-2	-1,56 E-1	-6,50 E-3	-1,25 E-1
0,20	-3,85 E-2	-3,06 E-1	-1,77 E-2	-2,07 E-1	-1,00 E-2	-1,56 E-1	-6,47 E-3	-1,25 E-1
0,30	-3,83 E-2	-3,07 E-1	-1,76 E-2	"	-9,98 E-3	"	-6,43 E-3	"
0,40	-3,79 E-2	-3,07 E-1	-1,74 E-2	"	-9,88 E-3	"	-6,36 E-3	"
0,50	-3,75 E-2	-3,07 E-1	-1,72 E-2	"	-9,75 E-3	"	-6,30 E-3	"
0,60	-3,70 E-2	-3,08 E-1	-1,69 E-2	"	-9,59 E-3	"	-6,17 E-3	"
0,70	-3,63 E-2	-3,08 E-1	-1,66 E-2	-2,08 E-1	-9,40 E-3	"	-6,05 E-3	"
0,80	-3,56 E-2	-3,09 E-1	-1,62 E-2	"	-9,18 E-3	"	-5,90 E-3	"
0,90	-3,47 E-2	-3,09 E-1	-1,58 E-2	"	-8,93 E-3	"	-5,74 E-3	"

Tablloa XIV c.d.

μ	30		50		100		500	
	δ_A	δ_p	δ_A	δ_p	δ_A	δ_p	δ_A	δ_p
0,10	-4,53 E-3	-1,04 E-1	-1,64 E-3	-6,27 E-2	-4,11 E-4	-3,14 E-2	-1,70 E-5	-6,28 E-3
0,20	-4,51 E-3	— " —	-1,63 E-3	-6,28 E-2	-4,08 E-4	— " —	-1,75 E-5	— " —
0,30	-4,48 E-3	— " —	-1,62 E-3	— " —	-4,06 E-4	— " —	-1,74 E-5	— " —
0,40	-4,43 E-3	— " —	-1,60 E-3	— " —	-4,01 E-4	— " —	-1,90 E-5	— " —
0,50	-4,37 E-3	— " —	-1,58 E-3	— " —	-3,96 E-4	— " —	-1,70 E-5	— " —
0,60	-4,30 E-3	— " —	-1,55 E-3	— " —	-3,89 E-4	— " —	-1,74 E-5	— " —
0,70	-4,21 E-3	— " —	-1,52 E-3	— " —	-3,81 E-4	— " —	-1,79 E-5	— " —
0,80	-4,11 E-3	— " —	-1,48 E-3	— " —	-3,72 E-4	— " —	-1,62 E-5	— " —
0,90	-4,00 E-3	— " —	-1,44 E-3	— " —	-3,61 E-4	— " —	-1,78 E-5	— " —

Tablica XV.

Multiwibrator sterowany synchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

$N = 50, \mu = 0,5, S = 2, L = 30, \epsilon = 1 \text{ E-}9, \chi = k \cdot \frac{T_D}{T_2} = k \cdot \frac{2\pi}{T_2}$

k	0; 12	1	2	3	4	5
δ_A	-1,58 E-3	-1,80 E-3	-2,31 E-3	-2,62 E-3	-2,40 E-3	-1,88 E-3
δ_φ	-6,27 E-2	-6,32 E-2	-6,32 E-2	-6,28 E-2	-6,23 E-2	-6,23 E-2

k	6	7	8	9	10	11
δ_A	-1,58 E-3	-1,66 E-3	-1,86 E-3	-1,95 E-3	-1,86 E-3	-1,67 E-3
δ_φ	-6,27 E-2	-6,29 E-2	-6,29 E-2	-6,23 E-2	-6,26 E-2	-6,26 E-2

Tablica XVI.

Multiwibrator sterowany synchronizowany.

Zależność błędów amplitudy i fazy od: a/ wielkości przebiegu synchronizującego,
b/ histerezy komparatora.

a/ $N = 20$, $\chi = 0$, $\epsilon = 1E - 9$, $L = 30$

b/ $N = 20$, $\mu = 0,5$, $\chi = 0$, $S = 2$, $\epsilon = 1 E - 9$,
 $L = 30$

S		δ_A	δ_φ
2	0,10	-1,01 E-2	-1,56 E-1
3	0,10	-2,47 E-2	-2,31 E-1
5	0,10	-6,74 E-2	-3,74 E-1
2	0,50	-1,01 E-2	-1,56 E-1
3	0,50	-2,47 E-2	-2,32 E-1
5	0,50	-6,74 E-2	-3,74 E-1
2	0,90	-8,93 E-3	-1,56 E-1
3	0,90	-2,36 E-2	-2,32 E-1
5	0,90	-6,66 E-2	-3,74 E-1

C	δ_A	δ_φ
0,0000	-1,01 E-2	-1,56 E-1
0,0001	— " —	— " —
0,0010	— " —	— " —
0,0100	— " —	— " —
0,1000	— " —	— " —
1,0000	— " —	— " —

Tablica XVII.

Multiwibrator sterowany synchronizowany.

Piękkształtny przebieg synchronizujący.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-9}, \quad L = 30, \quad s = 2$$

$\mu \backslash N$	10		15		20		25	
	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ
0,10	-3,88 E-2	-3,06 E-1	-1,78 E-2	-2,07 E-1	-1,01 E-2	-1,56 E-1	-6,52 E-3	-1,25 E-1
0,20	-3,89 E-2	— " —	-1,79 E-2	— " —	-1,02 E-2	— " —	-6,55 E-3	— " —
0,30	-3,90 E-2	— " —	-1,80 E-2	— " —	-1,02 E-2	— " —	-6,59 E-3	— " —
0,40	-3,92 E-2	— " —	-1,81 E-2	— " —	-1,03 E-2	— " —	-6,65 E-3	— " —
0,50	-3,94 E-2	— " —	-1,82 E-2	— " —	-1,04 E-2	— " —	-6,73 E-3	— " —
0,60	-3,97 E-2	— " —	-1,85 E-2	-2,06 E-1	-1,06 E-2	— " —	-6,83 E-3	— " —
0,70	-4,01 E-2	-3,04 E-1	-1,87 E-2	— " —	-1,07 E-2	— " —	-6,94 E-3	— " —
0,80	-4,05 E-2	— " —	-1,90 E-2	— " —	-1,09 E-2	— " —	-7,07 E-3	— " —
0,90	-4,10 E-2	-3,03 E-1	-1,93 E-2	— " —	-1,11 E-2	-1,55 E-1	-7,22 E-3	— " —

Tablica XVII c.d.

$\mu \backslash N$	30		50		100		500	
	δ_A	$\delta_{\mathcal{P}}$	δ_A	$\delta_{\mathcal{P}}$	δ_A	$\delta_{\mathcal{P}}$	δ_A	$\delta_{\mathcal{P}}$
0,10	-4,54 E-3	-1,04 E-1	-1,64 E-3	-6,27 E-2	-4,12 E-4	-3,14 E-2	-1,71 E-5	-6,28 E-3
0,20	-4,56 E-3	— " —	-1,65 E-3	— " —	-4,13 E-4	— " —	-1,89 E-5	— " —
0,30	-4,60 E-3	— " —	-1,66 E-3	— " —	-4,17 E-4	— " —	-1,71 E-5	— " —
0,40	-4,64 E-3	— " —	-1,69 E-3	— " —	-4,21 E-4	— " —	-1,86 E-5	— " —
0,50	-4,70 E-3	— " —	-1,70 E-3	— " —	-4,27 E-4	— " —	-1,93 E-5	— " —
0,60	-4,76 E-3	— " —	-1,73 E-3	— " —	-4,34 E-4	— " —	-1,77 E-5	— " —
0,70	-4,84 E-3	— " —	-1,76 E-3	— " —	-4,41 E-4	— " —	-2,04 E-5	— " —
0,80	-4,94 E-3	— " —	-1,79 E-3	— " —	-4,50 E-4	— " —	-1,98 E-5	— " —
0,90	-5,04 E-3	— " —	-1,83 E-3	— " —	-4,60 E-4	— " —	-2,11 E-5	— " —

Tablica XVIII.

Multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy.

Zależność błędów amplitudy i fazy od częstotliwości względnej N i głębokości modulacji μ .

$$\chi = 0, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-9}, \quad L = 100$$

$\mu \backslash N$	10		15		20		25	
	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ	δ_A	δ_φ
0,10	+3,55 E-2	-6,14 E-3	+1,54 E-2	-2,95 E-3	+8,53 E-3	-1,66 E-3	+5,42 E-3	-1,06 E-3
0,20	+3,57 E-2	-6,41 E-3	+1,51 E-2	-6,10 E-3	+8,50 E-3	-3,41 E-3	+5,43 E-3	-2,18 E-3
0,30	+3,71 E-2	-5,95 E-3	+1,50 E-2	-6,24 E-4	+8,20 E-3	-1,42 E-3	+5,24 E-3	-1,97 E-3
0,40	+3,51 E-2	+4,16 E-5	+1,49 E-2	-1,51 E-4	+8,40 E-3	-2,54 E-3	+5,37 E-3	-8,15 E-4
0,50	+3,73 E-2	-1,92 E-3	+1,49 E-2	-2,40 E-3	+8,21 E-3	-2,06 E-3	+5,32 E-3	-1,46 E-4
0,60	+3,53 E-2	-6,78 E-3	+1,48 E-2	-1,79 E-3	+8,38 E-3	-7,86 E-4	+5,35 E-3	-8,02 E-4
0,70	+3,28 E-2	-2,24 E-3	+1,50 E-2	-1,72 E-4	+7,94 E-3	-3,45 E-4	+5,40 E-3	-6,40 E-4

Tablica XVIII c.d.

μ	N		30		50		100		500	
	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f	δ_A	δ_f
0,10	+3,74 E-3	-7,36 E-4	+1,33 E-3	-2,65 E-4	+3,31 E-4	-6,61 E-5	+1,21 E-5	-9,2 E-7		
0,20	+3,76 E-3	-1,51 E-3	+1,34 E-3	-5,43 E-4	+3,33 E-4	-1,35 E-4	+1,09 E-5	-3,81 E-6		
0,30	+3,67 E-3	-2,09 E-3	+1,34 E-3	-8,48 E-4	— " —	-2,11 E-4	+1,16 E-5	-4,96 E-6		
0,40	+3,67 E-3	-6,30 E-6	+1,31 E-3	-8,08 E-4	— " —	-2,99 E-4	+1,10 E-5	-7,96 E-6		
0,50	+3,63 E-3	-8,23 E-4	+1,32 E-3	-3,00 E-5	+3,29 E-4	-3,94 E-4	+1,04 E-5	-1,12 E-5		
0,60	+3,67 E-3	-5,07 E-4	+1,31 E-3	-4,85 E-4	+3,26 E-4	-1,23 E-4	+1,09 E-5	-1,40 E-5		
0,70	+3,84 E-3	-5,40 E-4	+1,29 E-3	-4,05 E-4	+3,31 E-4	-1,79 E-4	+1,09 E-5	-1,84 E-5		

Tablica XIX.

Multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

$N = 50, \quad \mu = 0,50, \quad L = 100, \quad \varepsilon = 1 \text{ E-}9 \quad \chi = k \cdot \frac{T_y}{T_2} = k \cdot \frac{2\pi}{T_2}$

k	0; 12	1	2	3	4	5
δ_A	+1,32 E-3	+1,31 E-3	+1,29 E-3	+1,29 E-3	+1,29 E-3	+1,30 E-3
δ_φ	-3,01 E-5	-2,75 E-5	-1,89 E-5	-5,60 E-6	+1,09 E-5	+2,44 E-5
k	6	7	8	9	10	11
δ_A	+1,32 E-3	+1,33 E-3	+1,34 E-3	+1,35 E-3	+1,34 E-3	+1,33 E-3
δ_φ	+3,00 E-5	+2,65 E-5	+1,56 E-5	+6 E-7	-1,45 E-5	-2,55 E-5

Tablica XX.

Multiwibrator sterowany ze zmienną pętlą histerezy.

Zależność błędów amplitudy i fazy od fazy początkowej χ .

Przypadek okresowy: $N = 20,006822$, $\mu = 0,2$, $\varepsilon = 1 \text{ E-}9$, $L = 1$

$$\chi = k \cdot \frac{T_D}{12} = k \cdot \frac{2\pi}{12}$$

K	0: 12	1	2	3	4	5
δ_A	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3
δ_φ	+6,9 E-7	-2,7 E-6	-8,0 E-7	-2,4 E-6	-1,7 E-6	-1,4 E-6
k	6	7	8	9	10	11
δ_A	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3	-8,30 E-3
δ_φ	+1,4 E-6	+2,6 E-6	+2,8 E-6	+2,6 E-6	-2,4 E-6	+2,3 E-6

L I T E R A T U R A

- [1] Alvsten B. - Calculate with v-f converter *Electronic Design* 12 /1974/, June 7
- [2] Bacz J., Szyper M. - Cyfrowy watomierz i licznik energii prądu pulsującego, *PAK*, 1974, Nr 5
- [3] Baranov L.A., Karžov N.P. - Izmieritelnyj analogovyj priobrazovatel moščnosti, *Izmieritel'naja Tiekhnika*, 1974, Nr 4
- [4] Barber D.L.A. - A high speed analogue multiplier, *Electronic Engineering*, 35 /1963/ Nr 4
- [5] Bellamy N.W., West H.J. - A high accuracy four quadrant time division analogue multiplier, *Electronic Engineering*, 1970, Nr 7
- [6] Benin V.L., Kizikov V.U. - Statičeskiye izmieritelnyje priobrazovатели moščnosti, *Izd. Energia, Moskva* 1972
- [7] Benin V.L., Kizikov V.U., Redko J.P. - Integralnaja metodičeskaja pogrešnost vremena-impulsnych priobrazovateliej mgnoviennoj moščnosti, *Avtometria*, 1971, Nr 3
- [8] Bergest R., Seyfried P. - Evaluation of the response of time division multipliers to ac and dc signals, *IEEE Trans. and Measurements*, IM-24, /1975/, Nr 4
- [9] Black H.S. - *Modulation Theory*, D. Van Nostrand Co., NY 1954
- [10] Bräuer W. - Neuer Leistungsmessumformer, *Technische Mitteilungen AEG - Telefunken* 58 /1968/, Nr 3
- [11] Brunner J., Schwendtner M., Steinnüller G. - Electronic precision watt-hour meters, *IEE-Publ.* Nr 92/1972 pp. 77-83

- [12] Demidowicz B.P., Maron I.A. - Metody numeryczne, PWN, Warszawa, 1965.
- [13] Dertouzos M.L., Athans M., Spann R.N., Mason S.J. - Układy, obwody, obliczenia: pojęcia podstawowe, WNT, Warszawa, 1976.
- [14] Fierek H., Kohler H., Schwendtner M., Steinmüller G. - Electronic kilowatt-hour meter of accuracy class 0,5, Siemens Review, 40 /1973/, Nr 11
- [15] Friedl R. - Stromwandler mit elektronischer Fehlerkompensation, Messtechnik, 1968, Nr 10.
- [16] Friedl R., Lange W., Seyfried P. - Electronic three-phase four-wire power-frequency converter with high accuracy over a wide range of use, IEEE Trans. Instr. and Measurements, IM-20 /1971/, Nr 4
- [17] Goldberg E.A. - A high-accuracy time division multiplier, RCA Review, 23 /1952/, 265
- [18] Grzesik B. - Analiza procesów kształtowania napięcia w falownikach z modulacją szerokości impulsu, Praca doktorska, Gliwice, 1973.
- [19] Günzel K., Spiesberger G. - Statische Leistungs-messumformer zur Fernmessung von Leistungen in Starkstromnetzen, Siemens Zeitschrift, 45, /1971/, Nr 6.
- [20] Hirt P., Schlegel U. - Elektronische Messumformer für Mischgrößen der Starkstromtechnik, Elektrotechnische Z., B27 /1975/, Nr 17.
- [21] Holt J.H. - A two-quadrant analog multiplier integrated circuit, IEEE Journal of solid-state circuits, SC-8 /1973/, Nr 6.

- [22] Ishibashi S., Nitta Y. - Power and rms voltage-to-dc voltage and - pulse frequency conversion, ACTA IMEKO, 1967, JA-181.
- [23] Iwanusiw O.W. - Instrumentation transducers for a high-voltage low-level instrumentation system Conf. Digest, Inter.Electr. Electronics Conference and Exposition, 23 /1973/ october 1, tłum. na j.rosyjski Expr. Inf. Kontr. Izm. Tiechn., 1974, Nr 17
- [24] Jackel D. - Ein Spannung-Frequenz-Umsetzer hoher Genauigkeit, Elektronik, 1972, Nr 3.
- [25] Jonkin P.A., Smolnikov L.E., Mišačev A.P. - Analiz spektra signala dla širotno-impulsnoj modulacii piervowo roda, Elektrotehnika, 1973, Nr 1
- [26] Karger H. - Messumformer für Grössen der Starkstromtechnik in Betriebsanlagen, Messen und Prüfen, 1973, Nr 10
- [27] Kashiwabara Y. - Field use ac meter with optional applications matching the purpose of use, JEE J.Electron.Eng., 1975, Nr 98.
- [28] Kohler H., Stark R., Walter K. - Elektronischer Prüfzähler mit Time-Division Multiplizierer, Siemens Zeitschrift, 47 /1973/ Nr 12.
- [29] Korytkowski J. - Zagadnienia optymalizacji układów elektronicznych przetworników nieliniowych dla techniki analogowej, Prace PIAP, 1974, Nr 18.
- [30] Kulikov S.V., Čistiakov B.V. - Diskrietnyje priobrazovatelii signalov na tranzistorach, Izd. Energia, Moskwa 1972.
- [31] Kwaśniewski A. - Statyczne przetworniki telemetryczne dla potrzeb energetyki, Prace VI Kra-

jowej Konferencji Automatyki.

- [32] Lee B.W., Pritchett W.S. - Magnetic core four-quadrant multiplier circuit and watt-transducer, AIEE, Paper Nr 63-946.
- [33] Libura A.L., Nadachowski M. - Przetworniki analogowo-cyfrowe, WNT, Warszawa, 1973.
- [34] Libura A.L., Stefański K. - Przetworniki analogowo-cyfrowe i ich podzespoły. Biuletyn PIAP, 4,5/54-55, 1975.
- [35] Lilamand M. - A time-division multiplier, Trans. of the IRE, EC-5 /1956/ Nr 3.
- [36] Ljung E. - Accurate wide range analogue multiplier, Electron. Eng. 47 /1975/ Nr 569.
- [37] Mase Satcru., High accuracy IC-oriented ac power meter, JEE Jap. Electron. Eng., 1974, Nr 91.
- [38] Mc Lachlan N.W. - Funkcje Bessela dla inżynierów, PWN, Warszawa, 1964.
- [39] Mędrzycki J. - Uchyby dynamiczne układu mnożącego z modulacją szerokości i amplitudy impulsów, Archiwum Automatyki i Telemekhaniki, 11 /1966/, Nr 2.
- [40] Morill C.D., Baum R.V. - Stabilized time division multiplier, Electronics, 25 /1952/ Nr 12.
- [41] Mursajev A.H., Smożov V.B., Ugriumov E.P. - Precizjonnoje bystrodiestvujuščije vremia-impulsnoje množitielno-dielitielnoje ustrojstvo, Avtometria, 1975, Nr 4.
- [42] Okanyi A. - Elektronikus teljesitmeny távadó impulzusmodulációs szorzófelhasználásával Mérésés Automatika, 23 /1975/ Nr 11.

- [43] Pospiełov G.S. - Relejnije sistemy avtomatičeskogo regulirovania v *Techničeskaja Kibernetika, Teoria avtomatičeskogo regulirovania*, kn. 3, č. II, Izd. Mašinostrojenie, Moskva, 1969.
- [44] Refsum A. - An electronic watt-hour meter, IEE-Publ. Nr 92/1972, pp. 16-21.
- [45] Roszkowski A. - Nowoczesne metody pomiaru mocy w obwodach elektroenergetycznych, *Przegląd Elektrotechniczny*, 52 /1976/ Nr 5.
- [46] Ryerson H.R. - Power measurements by time division multiplication, *Instruments and Control Systems*, 1963, Nr 1.
- [47] Schmid H. - A tranzistorized four-quadrant time-division multiplier with an accuracy 0,1 percent, *IRE TEC*, 1958, Nr 1.
- [48] Schmid H. - Build a precision pulse-time multiplier, *Electronic Design*, 20 /1972/ Nr 9.
- [49] Schneider W. - Ein transistorisierter Time-Division-Multiplikator hoher Genauigkeit, *Telefunken-Zeitung*, 33 /1960/ Nr 129.
- [50] Schwarz M. - Impulsbreiten/Impulshöhen Multiplizierer zur Messung der Verlustleistung in Vertikal-Endstufen, *Funkschau*, 41 /1961/ Nr 10.
- [51] Schwendtner M., Steinmüller G. - Elektronischer kWh - Zähler hoher Genauigkeit, *Siemens Zeitschrift*, 45 /1971/ Nr 10.
- [52] Seppel S.A. - Analiz pogrešnostiej izmierienija datčikov moščnosti tipa šim-am, *Trudy Tallinskogo Politehničeskogo Instituta*, 1974, Nr 371.

- [53] Školnikov V.I., Pileckij V.T., Čumašenko V.G. - Spektry vychodnych napriazhenij s dvustronnoj širotno-impulsnoj modulaczej pierwogo roda, Elektrotechnika, 1976, Nr 9.
- [54] Souders T.M. - Wide-band two-stage current transformers of high accuracy, IEEE Trans. Instr. and Meas., IM-21 /1972/, Nr 4.
- [55] Stepin'ski T., Bańka S. - The differentiator of slowly varying electrical signals, IEEE Trans. Ind. Electronics and Control Instr., IEC-22 /1975/, Nr 1.
- [56] Stenberg S. - An accurate electronic multiplier, RCA Review, 16 /1955/, 618.
- [57] Stojanović B.M. - Analogue electronic multiplier, PEE, 116 /1969/, Nr 11.
- [58] Stojanović B., Miličević D. - Time-division multiplier for electrical power measurement, ACTA IIEKO, 1970, B 413.
- [59] Šugajeva E.L. - Izmieritelnyj analogowyj prieobrazovatel moščnosti povyšiennoj točnosti, Izv. VUZ, Priborostrojenje, 1969, Nr 1.
- [60] Šugajeva E.L. - Pogriešnosti izmieritelnogo prieobrazovatelja moščnosti širotno-impulsnogo tipa, obuškovliennyje inercjonnostju sistieny, pri iskaženiach formy krivyh toka i napriazhenia, Izv.VUZ, Priborostrojenje, 1969, Nr 8.
- [61] Šugajeva E.L. - O pogriešnosti diskrietnosti izmieritelnogo prieobrazovatelja moščnosti, osnovannogo na principie širotno-impulsnoj i amplitudnoj modulacji, Izv. VUZ, Priborostrojenje, 1969, Nr 12.

- [62] Tomota M., Sugiyama T., Yamaguchi K. - An electronic multiplier for accurate power measurements, *IEEE Trans. and Meas.*, IM-17 /1968/ Nr 4.
- [63] Tou J.T. - Digital and sampled-data control systems, tłum. na j. rosyjski: Cifrovyje i impulsnyje sistemy avtomatičeskogo upravlenija., Izd. Mašinostrojenie, Moskwa, 1964.
- [64] Turgel R.S. - Digital wattmeter using a sampling method, *IEEE Trans. Instr. and Meas.*, IM-23 /1974/, Nr 4.
- [65] Urbanik A. - Problemy pomiarowe w produkcji wielkose-ryjnej na przykładzie produkcji lamp rtęciowych w Zakładach in.R.Luksemburg, Mat. X Międzynarodowej Narady Metrologów, Szczecin, 1975.
- [66] Ustyżkin E.I. - Spiektry naprażeń inwertorov s širotno impulsnoj modulaczej, *Električestvo*, 1969, Nr 1.
- [67] de Vré R., Vastrade C. - La mesure précise de la puissance en courant alternatif. Méthodes d'étalonnage de wattmètres statiques, Colloque Int. sur l'Electronique et la Mesure, Paris, France, Mai 1975.
- [68] Vołgin L.I. - Liniejnyje električeskije priobrazovatelii dla izmieritelnych proborov i sistien, Izd. Sovietskoje Radio, Moskwa, 1971
- [69] Vonarburg H., de Vries J.H. - Elektronischer Elektrizitätszähler hoher Präzision., *Bull. SEV*, 62 /1971/ Nr 7.
- [70] Vonarburg H. - Electronic electricity meter, *IEE-Publ.* Nr 92/1972, pp. 361-368.

- [71] Vonarburg H. - Statische Messumformer für Elektrische Leistung, LG-Mitteilungen, Nr 8.
- [72] Williamson D. - The development of solid state metering, IEE-Publ. Nr 92/1972 pp. 164-171.
- [73] Electronic reference standard meter TVH-1, Landis und Gyr, 1976.
- [74] Product guide, Analog Devices, Inc. 1976.
- [75] Standard watt converter 2885, YEW, LDT, 1976.
- [76] Modules for analog computation, Intronic, Inc., 1976.

