ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: GÓRNICTWO z. 254 Nr kol. 1563

Jan BIAŁEK
Politechnika Śląska, Gliwice

WPŁYW PRĘDKOŚCI FRONTU ŚCIANOWEGO NA PROFIL NIECKI OBNIŻENIOWEJ W MODELU GÓROTWORU TRAKTOWANYM JAKO CIAŁO KELVINA I W MODELU OPISYWANYM RÓWNANIEM RÓŻNICZKOWYM S. KNOTHEGO

Streszczenie. Porównano obniżenia górotworu wokół czynnego i zatrzymanego frontu ścianowego modelowane numerycznie metodą elementów skończonych dla górotworu traktowanego jak ciało Kelvina z obniżeniami obliczonymi za pomocą równania różniczkowego S. Knothego. Ustalono, że modele te w identyczny sposób opisują wpływ prędkości frontu ścianowego na kształt niecki obniżeniowej. Ponadto stwierdzono, że w obydwu modelach można przyjmować takie same wartości parametrów charakteryzujących reologiczne własności górotworu.

INFLUENCE OF LONGWALL FRONT ADVANCE RATE OF THE SHAPE OF SUBSIDENCE TROUGH IN THE ROCKMASS MODEL TREATED AS KELVIN'S MEDIUM AND IN THE MODEL DESCRIBED BY DIFFERENTIAL EQUATION OF S. KNOTHE

Summary. We compared the subsidence of rockmass around the active and halted longwall front, which was numerically modeled with the finite elements method for rockmass treated as Kelvin's medium, with subsidence values calculated with the differential equation of S.Knothe. It has been determined that the models describe the influence of longwall front advance rate on the shape of subsidence trough in almost identical way. Furthermore, it has been determined that in both models the same values of parameters characterizing rheological properties of rockmass can be applied.

1. Porównanie dwóch metod prognozowania wpływów eksploatacji górniczej na ruchy górotworu

W niniejszej pracy dokonano porównania dwóch bardzo różniących się metod modelowania ruchów górotworu powodowanych eksploatacją wyrobiskami ścianowymi:

- za pomocą równania różniczkowego S. Knothego,
- metodą elementów skończonych, traktując górotwór jako reologiczne ciało Kelvina.

Celem tego porównania jest zbadanie, jak metody te ujmują wpływ czasu i prędkości wybierania na kształt niecki obniżeniowej. Ponadto interesująca jest relacja pomiędzy wartościami parametrów charakteryzujących reologiczne własności skał w obydwu metodach.

Przypomnijmy postać równania różniczkowego S. Knothego [3]:

$$\frac{dw(t)}{dt} = c[w_k(t) - w(t)] \tag{1}$$

gdzie:

$w(t)$ - obniżenie aktualne w chwili t,

$w_k(t)$ - obniżenie potencjalnie możliwe w chwili t - zmienia się wraz z rozmiarem wyeksploatowanej powierzchni. Obniżenie to wystąpiłoby po czasie dostatecznie długim, gdyby eksploatację zatrzymano w chwili t,

c - parametr o wymiarze $[\frac{1}{czas}]$, zwany przez S. Knothego współczynnikiem prędkości osiadania,

$\frac{dw(t)}{dt}$ - prędkość obniżania się punktu w chwili t.

Ogólne rozwiązanie równania (1) jest określone wzorem:

$$w(t,..) = \int_0^t \frac{dw_k(\tau,..)}{d\tau}\left(1 - e^{-c(t-\tau)}\right)d\tau \tag{2}$$

Dla teoretycznego przypadku eksploatacji przeprowadzonej w sposób nagły, gdy w_k=constans, równanie (1) ma znane rozwiązanie (3):

$$w(t) = w_k\left(1 - e^{-ct}\right) \tag{3}$$

Warunek w_k=constans może być w przybliżeniu zrealizowany dla przyrostów eksploatacji w krótkich okresach.

Dla reologicznego modelu ciała Kelvina zależność pomiędzy składowymi dewiatora odkształcenia $\gamma_{ij}(t)$ a zmiennymi w czasie składowymi dewiatora naprężeniem $\tau_{ij}(t)$ ma postać [2]:

$$\gamma_{ij}(t) = \frac{1}{2G}\int_0^t \tau_{ij}(\xi)e^{-\frac{G}{\eta}(t-\xi)}d\xi \tag{4}$$

Przyjmując, że naprężenie τ_{ij} jest niezmienne w czasie (próba pełzania przy stałym obciążeniu, które pojawiło się w chwili $t=0$), równanie (4) upraszcza się do postaci:

$$\gamma_{ij}(t) = \tau_{ij}\frac{1}{2G}\left(1 - e^{-\frac{G}{\eta}t}\right) \tag{5}$$

Dla czasu $t \to \infty$ odkształcenie końcowe obliczone wzorem (4) osiągnie wartość $\gamma_{ijk}=\tau_{ij}/2G$. Podstawiając tę wartość do wzoru (5), otrzymamy wzór (6):

$$\gamma_{ij}(t) = \gamma_{ijk}\left(1 - e^{-\frac{G}{\eta}t}\right) \tag{6}$$

Wzór (6) opisuje narastanie w czasie (pełzanie) poszczególnych składowych dewiatora, gdy znamy ich wartość końcową.

Porównując wzory (3) i (6) dostrzec można pewne analogie, ujęte w tabeli 1.

Tabela 1

Analogie pomiędzy poszczególnymi wielkościami występującymi we wzorach (3) i (6)

Wzór (3) - rozwiązanie równania S.Knothego	Wzór (6) - pełzanie poszczególnych składowych odkształcenia w modelu Kelvina
$w(t)$ - obniżenia w czasie	$\gamma_{ij}(t)$ - składowe odkształcenia
w_k- końcowe obniżenie po czasie $t \to \infty$	γ_{ijk} - końcowe odkształcenie po czasie $t \to \infty$
c[1/czas] - współczynnik prędkości obniżeń	$1/T = \eta/G$ - odwrotność czasu opóźnienia sprężystego

Pomimo wyraźnych analogii istnieje również istotna różnica pomiędzy tymi wzorami.

Wzór (6) opisuje odnoszący się do punktu w górotworze przebieg odkształcenia próbki skalnej w funkcji czasu $\gamma_{ij}(t)$, natomiast wzór (3) opisuje obniżenia $w(t)$ w czasie jako funkcję czasu i obniżenia w_k. Pamiętajmy, że obniżenie jest wynikiem bardzo różnych odkształceń *w całej objętości deformowanego górotworu,* a nie odkształceń pojedynczego punktu górotworu.

Parametr $1/T$ (odwrotność czasu opóźnienia sprężystego) dla modelu Kelvina może być wyznaczany w dwojaki sposób:

- metodą laboratoryjną na podstawie przebiegu pełzania w czasie badanych próbek skał,
- opierając się na modelowaniu numerycznym (np. metodą elementów skończonych) ruchów górotworu i powierzchni wskutek prowadzonej eksploatacji górniczej, gdy górotwór jest traktowany jako ciało reologiczne Kelvina. W tym przypadku staramy się

dopasować profile teoretyczne uzyskane z modelowania numerycznego z profilami obserwowanymi na liniach pomiarowych.

Trzeba dodać, że wyznaczone w ten sposób parametry na ogół różnią się, gdyż górotwór jako całość wykazuje inne własności niż mała, zwarta, nie spękana próbka skalna.

Parametr c równania (1) można wyznaczyć wyłącznie na podstawie analizy pomierzonych obniżeń w czasie.

Z praktycznego punktu widzenia interesująca będzie relacja pomiędzy wartością parametru $1/T$ opisująca reologiczne własności górotworu konieczne przy modelowaniu cyfrowym metodą elementów skończonych, a wyznaczonym zgodnie z pomiarami geodezyjnymi parametrem c równania S. Knothego.

2. Analiza wyników symulacji komputerowych

W celu zbadania wpływu prędkości eksploatacji na kształt modelowanej niecki obniżeniowej oraz relacji pomiędzy parametrami obydwu modeli, wykonano następujący eksperyment numeryczny:

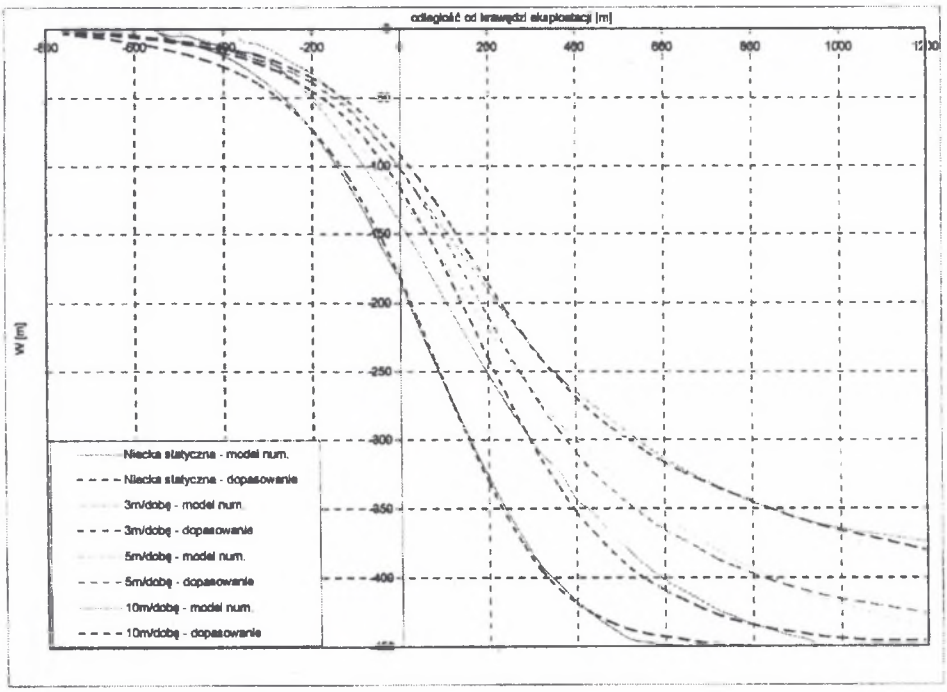
1. Stosując metodę elementów skończonych wykonano symulację ruchów i naprężeń górotworu wokół czynnego i zatrzymanego frontu ścianowego. Górotwór był traktowany jako ciało Kelvina. Do modelowania zastosowano pakiet programów COSMOS/M.
2. Uzyskane wyniki obniżeń dla zatrzymanego frontu ścianowego wprowadzono do opracowanego przez autora [1] programu komputerowego TGB, który metodą najmniejszych kwadratów wyznaczył parametry $tg\beta$, a, d (d-obrzeże) charakteryzujące statyczną nieckę obniżeniową opisywaną wzorami S. Knothego.
3. Stosując opracowany przez autora [1] program C1C2 wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów wartości parametru c równania różniczkowego (1). Jako dane wejściowe do programu posłużyły:
   - obliczone metodą elementów skończonych obniżenia terenu nad czynnym frontem ścianowym,
   - parametry $tg\beta$, a, d charakteryzujące profil niecki statycznej uzyskanej z modelowania numerycznego.

   Program C1C2 wykorzystuje rozwiązanie określone wzorem (2). Można nim analizować wpływ zmiennych prędkości eksploatacji na przebieg obniżeń w czasie.

4. Powtórzono tę operację dla różnych prędkości eksploatacji.

Wykresy obniżeń uzyskane z modelowania numerycznego oraz w wyniku dopasowania do nich profilu niecki opisywanej równaniem (2) pokazują rys. 1 i 2. Widać, że zarówno w zakresie obniżeń ustalonych, jak i nieustalonych możliwa jest dokładna aproksymacja wyników modelowania numerycznego wzorami S. Knothego. Błąd średni opisu tych wyników nie przekraczał 10 mm, co stanowi <4.5% wielkości maksymalnych obniżeń.

Dopasowanie to wymagało przyjęcia bardzo niskiej wartości parametru $tg\beta$=1,011. Jest to wartość 2 razy mniejsza od wynikającej z obserwacji geodezyjnych.



Rys. 1. Profile niecek obliczonych metoda elementów skończonych przy zastosowaniu ośrodka Kelvina (linia ciągła) i wzoru (2) S. Knothego (linia przerywana dla różnych postępów frontu ścianowego), (front zatrzymany, 3 m/dobę, 10 m/dobę)

Fig. 1. Comparison of troughs calculated with the equation of S.Knothe (broken lines) with the troughs calculated with the finite elements method using Kelvin's medium for 4 different advance rates of longwall front: halted front, 3m/24h and 10m/24h

Wyznaczone wartości parametru c równania (1) dla 3 różnych prędkości eksploatacji są praktycznie takie same, mieszcząc się w przedziale od c=4.0 [1/rok] do c=4.89 [1/rok], średnio 4,5 [1/rok].

Przyjęty dla modelu numerycznego czas opóźnienia sprężystego wynosił T=53 dni. Oznacza to, że odwrotność czasu opóźnienia sprężystego, którą można porównywać

z wielkością parametru c wynosi $1/T$=6.7 [1/rok]. Jest to wartość bardzo zbliżona do wartości c=4,5 [1/rok] uzyskanej w wyniku dopasowania równaniem różniczkowym (1).

3. Wnioski końcowe

1. Zarówno równanie różniczkowe (1), jak i model numeryczny górotworu zbudowanego z ośrodka Kelvina bardzo podobnie opisują ruchy górotworu w czasie. W szczególności identycznie ujmują wpływ czasu i prędkości postępu frontu ścianowego na profil niecki obniżeniowej.
2. Uzyskane z pomiarów geodezyjnych wartości parametrów c mogą mieć bezpośredni związek z średnimi wartościami parametrów reologicznych wyznaczonych w wyniku badań laboratoryjnych.
3. Przedstawione rozważania można bardzo łatwo rozszerzyć na bardziej złożone modele reologiczne, np. model Zenera opisany w pracy [2]. Problematyka ta jest rozważana w pracy doktorskiej M. Wesołowskiego [4].

LITERATURA

1. Białek J.: Opis nieustalonej fazy obniżeń terenu górniczego z uwzględnieniem asymetrii wpływów końcowych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria Górnictwo z. 194, Gliwice 1991.
2. Kisiel I., Lysik B.: Zarys reologii gruntów, działanie obciążenia statycznego na grunt. Arkady. Warszawa 1966.
3. Knothe S.: Wpływ czasu na kształtowanie się niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t. I, z. 1, 1953.
4. Wesołowski M.: Wybrane aspekty modelowania numerycznego ruchów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej i oddziaływania eksploatacji na obiekty- praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2001.

Recenzent: Dr inż. Antoni Kot

Abstract

The paper presents the results of numerical modeling involving the influence of longwall front advance rate on the shape changes of subsidence trough, carried out using two substantially different methods:

- With the differential equation of S.Knothe;
- Using the finite elements method, treating rockmass as the rheological Kelvin's medium.

It has been determined that both modeling methods of rockmass movements describe the influence of the advance rate on the shape of subsidence trough in almost the same way, with the parameters deciding about the rheological properties of both models being practically the same.

It means that for the numerical modeling of rockmass movements with the use of finite elements method we can apply the values of delay time T presented in numerous papers involving the determination of parameter c basing on the analysis of site measurements.